

Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale/ Meccanica

Laboratorio di Analisi Numerica

A.A. 2010/2011 – II Ciclo

Esercitazione su calcolo simbolico

Creare una cartella <cognome> in C: dove verranno salvati i file creati nella sessione di lavoro.

Appena entrati in MATLAB posizionarsi in <cognome>.

Risolvere in ambiente MATLAB i seguenti esercizi.

1. Creare uno script Matlab *sim1.m* che esegua le seguenti operazioni:

- a) utilizzando il comando **sym** o **syms**, creare le variabili simboliche **x, a, b, c** e verificare che esse sono elencate nel Workspace come variabili di tipo simbolico;
- b) usando le variabili definite al punto a), creare le seguenti *espressioni simboliche*

```
ex1=x^2-1
ex2=(x+1)^2
ex3=a*x^2-1
ex4=a*x^2+b*x+c;
```

- c) usando la funzione **sym**, creare le seguenti *espressioni simboliche*

```
EX1=sym('X^2-1')
EX2=sym('(X+1)^2')
EX3=sym('A*X^2-1')
EX4=sym('A*X^2+B*X+C');
```

- d) usando la funzione **sym**, creare le seguenti *equazioni simboliche*

```
eq1=sym('x^2=1')
eq2=sym('(x+1)^2=0')
eq3=sym('a*x^2-1=0')
eq4=sym('a*x^2+b*x+c=0');
```

- e) moltiplicare **ex1** per **ex2** e chiamare il risultato **y1**; dividere **ex2** per **ex1** e chiamare il risultato **y2**;
- f) usare la funzione **numden** per estrarre numeratore e denominatore da **y2**;
- g) eseguire le operazioni ai punti e) e f) usando le espressioni **EX1** e **EX2**. Si chiamino i risultati **Y1** e **Y2**;
- h) applicare le funzioni **factor**, **expand**, **collect** e **simplify** a **y1,y2, Y1,Y2**;
- i) usare la funzione **solve** per risolvere le equazioni **ex1** e **eq1**;
- j) usare la funzione **solve** per risolvere l'equazione **ex3** rispetto alla variabile **x** e successivamente rispetto alla variabile **a**;

- k) usare la funzione **solve** per risolvere l'equazione **EX3** rispetto alla variabile **X** e successivamente rispetto alla variabile **A**. Si ricordi che né X, né A sono state definite in precedenza come variabili simboliche;
- l) usando la funzione **subs** si sostituiscano i seguenti valori in **ex4** e **EX4**

$$\begin{array}{ll} \mathbf{a=3} & \mathbf{A=3} \\ \mathbf{b=4} & \mathbf{B=4} \\ \mathbf{c=5} & \mathbf{C=5} \\ \mathbf{x=1:0.5:5} & \mathbf{X=1:0.5:5} \end{array}$$

si controlli nel workspace il risultato ottenuto. Che tipo di variabile è il risultato?

2. Si consideri il seguente sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} 5x + 6y - 3z = 10 \\ 3x - 3y + 2z = 14 \\ 2x - 4y - 12z = 24 \end{cases}$$

Nello script **sym2.m**:

- definire un'equazione simbolica per ciascuna delle equazioni che compongono il sistema e usare la funzione **solve** per risolvere il sistema considerato rispetto a x, y, z.
 - visualizzare il risultato al punto a) usando la struttura array;
 - visualizzare il risultato al punto a) assegnando un nome diverso a ciascuna variabile;
3. Il proiettile sparato da un cannone percorre una distanza con componenti orizzontale e verticale rappresentate rispettivamente dalle equazioni

$$d_x = v_0 t \cos(\theta)$$

$$d_y = v_0 t \sin(\theta) - 1/2 g t^2$$

dove

v_0 = velocità di lancio

t = tempo

θ = angolo di lancio

g = accelerazione gravitazionale.

Realizzare uno script Matlab **sym3.m** che esegua le seguenti operazioni.

- Ricavare l'equazione della distanza percorsa orizzontalmente dal proiettile prima di toccare il suolo.

Semplificare l'espressione ottenuta utilizzando la funzione **simplify**.

Suggerimento: si osservi che il proiettile tocca il suolo quando la distanza verticale d_y è zero. In particolare l'equazione $d_y = 0$ ha due soluzioni di cui una corrisponde alla posizione del proiettile al momento del lancio e l'altra a quella del proiettile nel momento in cui tocca il suolo.

- Creare un grafico che mostri la distanza percorsa per angoli di lancio tra 0 e $\pi/2$. Si assuma velocità iniziale di 100m/s e accelerazione di gravità uguale a 9.8m/s^2 .

Suggerimento: si utilizzi la funzione **subs** per sostituire i valori numerici nell'equazione trovata al punto a).

c) Trovare l'angolo di lancio ottimale, ovvero quello che corrisponde alla massima distanza percorsa dal proiettile. Determinare inoltre la distanza percorsa che corrisponde a tale angolo. Suggerimento: La distanza massima percorsa si ha quando la derivata della funzione determinata al punto b) è uguale a zero.

4. Il lavoro prodotto da un pistone a cilindro dipende dalla pressione all'interno del cilindro e dallo spostamento del pistone, che provoca una variazione del volume del gas contenuto nel cilindro. Matematicamente questa relazione è espressa dall'equazione

$$W = \int P dV$$

Inoltre possiamo supporre che il gas contenuto nel cilindro obbedisca alla legge dei gas ideali

$$PV = nRT$$

dove:

P = pressione, k, Pa

V = volume, m³

n = numero di moli, kmol.

R = costante universale dei gas, 8.314 k Pa m³/mol K

T = temperatura.

Realizzare uno script Matlab **sym4.m** per eseguire le seguenti operazioni.

- a) Si assuma che il cilindro contenga 1 mole di gas a una temperatura di 300 K e che la temperatura rimanga costante durante il processo. Calcolare il lavoro fatto o prodotto dal gas mentre si espande o si contrae tra due volumi noti V1=1 e V2=5 m³.

- b) Creare un grafico pressione/volume.

Suggerimento: sostituire nell'equazione per P i valori di n, R, T, trovando la relazione tra P e V. Rappresentare graficamente la relazione ottenuta usando la funzione **ezplot** per valori di V compresi tra 1 e 5.