La dinamica dell'amore

Le storie d'amore sono processi dinamici nei quali i coinvolgimenti sentimentali (i "sentimenti") evolvono nel tempo, partendo, in generale, da uno stato di indifferenza.

Le ipotesi semplificatrici sono:

- l'intensità dell'affetto di un individuo verso l'altro è rappresentato da un'unica variabile (l'amore risulta una mistura di più sentimenti difficilmente descrivibili con un'unica variabile!);
- il modello descrive solo l'interazione dei due individui della coppia (la dinamica dell'amore in una coppia e delle emozioni di una persona risente anche della sua vita sociale);
- le personalità dei due individui non variano nel tempo (modello adatto a valutare la dinamica sui brevi periodi)

All'interno della coppia consideriamo tre fenomeni:

- la dimenticanza che descrivere il disinteresse verso il partner;
- il rinnovo che aumenta con l'amore del partner;
- l' istinto che rende sensibile al fascino del partner.

Al contrario del primo, il secondo ed il terzo danno origine ad un aumento dell'interesse.

Introduciamo le variabili di stato (sentimenti al tempo t degli individui)

- $x1(t)$ l'intensità dell'amore dell'individuo 1 per l'individuo 2 all'istante t,
- $x2(t)$ l'intensità dell'amore dell'individuo 2 per l'individuo 1 all'istante t

e assumiamo che valori positivi dei sentimenti variano dalla simpatia alla passione, mentre valori negativi sono associati alla ostilità e al disprezzo.

- $xi(t) > 0$ → affetto di $i = 1, 2$ verso il partner;
- $xi(t) = 0$ → indifferenza di $i = 1, 2$ verso il partner;
- $xi(t) < 0$ → antagonismo o disamore di $i = 1, 2$ verso il partner.

Ogni individuo è descritto da quattro parametri costanti e positivi:

- fascino Fi;
- tasso di dimenticanza ai;
- tassi di reattività bi all'affetto del partner;
- tassi di reattività ci al fascino del partner.

I fascini, come tutti gli altri parametri che specificano le caratteristiche fisiche degli individui, sono considerati costanti nel tempo. Il fascino non è una caratteristica assoluta dell'individuo, ma piuttosto un valore percepito dal partner attuale o futuro/a.

Il modello risulta definito da due equazioni differenziali ordinarie, una per ciascun partner, del tipo:

$$\begin{cases} \dfrac{dx_1}{dt} = -a_1 x_1(t) + b_1 x_2(t) + c_1 F_2 \\ \dfrac{dx_2}{dt} = -a_2 x_2(t) + b_2 x_1(t) + c_2 F_1 \end{cases} \qquad \begin{cases} x_1(0) = 0 \\ x_2(0) = 0 \end{cases} \qquad (1)$$

Due persone che si incontrano per la prima volta a $t = 0$ sono, in genere, indifferenti l'uno all'altra, vale dire $x_1(0) = x_2(0) = 0$. Perciò, i sentimenti evolvono in accordo con le equazioni (1), dove

- Il termine negativo –ai xi(t) descrive la dimenticanza: in assenza del partner il sentimento decade esponenzialmente.
- I termini bi xj(t) e ci Fj, i $\neq$ j descrivono rispettivamente il rinnovo e la reazione dell'individuo i al fascino del partner j e danno un contributo positivo all'affetto.

Quest'ultimo processo, chiamato oblio, spiega perché gli individui perdono gradualmente il ricordo dei loro partner dopo la separazione. Si considera che le perdite avvengano secondo una legge esponenziale (espressa da un coefficiente *a* negativo). Al contrario, i processi di rigenerazione sono di due tipologie diverse, cioè la reazione al fascino (rappresentata da un parametro c di un individuo per l'altro) e la reazione all'amore del partner, descritta da b. Gli individui più comuni, di solito chiamati *sicuri*, sono coloro ai quali piace essere amati. Un individuo appartenente a questa classe è formalmente identificato da b crescente. Per cogliere le limitazioni psico-fisiche presenti in tutti gli individui, i valori per b sono considerate limitate.

Simulare l'andamento di coppia sperimentalmente in un intervallo [0,1] con i seguenti valori dei parametri

a1 = 16, b1 = 5, c1 = 1, F1 = 30

a2 = 8, b2 = 10, c2 = 1, F2 = 60

stato iniziale $\begin{cases} x_1(0) = 20 \\ x_2(0) = 10 \end{cases}$

1) Descrivi il comportamento delle soluzioni, variando `lo stato iniziale [x1(0), x2(0)] (es. [0 0],[10 0], [0 10], [20 10],[40 20]). C'è un equilibrio positivo? La coppia ha una solida relazione? Come si comportano le soluzioni se [x1(0), x2(0)] = [−1 − 1]? Grafica sia l'affetto nel tempo (t,x1) e (t,x2) sia l'affetto di x1 e x2 in (x1,x2).

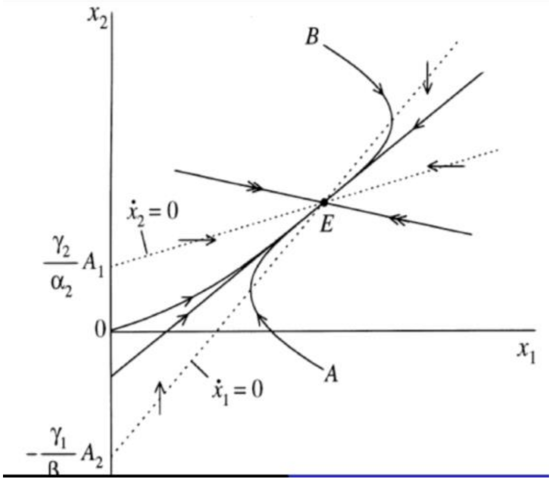
2) Modifica il vettore F per studiare il comportamento delle soluzioni e dell'equilibrio variando i valori Fi. Se il fascino Fi aumenta cosa accade dei valori di equilibrio? La coppia trae vantaggio dall'incremento del fascino?
3) Modifica i vettori dei parametri P1, P2 e studia il comportamento delle soluzioni e dell'equilibrio variando bi in modo che valga a1a2 > b1b2. Se bi aumenta cosa accade dei valori di equilibrio? La coppia trae vantaggio dall'incremento di tale parametro?
4) Modifica i vettori dei parametri P1, P2 e studia il comportamento delle soluzioni e dell'equilibrio variando ai in modo che valga a1a2 > b1b2.

NOTA: Il primo a occuparsi di dinamiche amorose in termini matematici fu Steven Strogatz nel 1988. Dal suo articolo sono in seguito nati studi ulteriori che hanno esteso l'analisi a una serie di modelli delle relazioni romantiche, anche letterarie, più generali e astratti. (S. H. Strogatz Love affairs and differential equations. Mathematics Magazine (1988).)

DEF:

Un punto di equilibrio (o soluzione di equilibrio) di un sistema dinamico $\frac{dx}{dt} = F(x)$ è un punto x=x0 nel quale F(x0) si annulla.

Descrizione spazio degli stati del modello dinamica di coppia:



Per tener conto che la reazione di un individuo all'affetto del partner è limitata, possiamo introdurre le funzioni di reazione

$$R_i(x) = b_i \frac{x}{1+|x|}, \quad i = 1,2$$ (graficarla per bi=2)

Si può introdurre una funzione Fi(t) (anche il fascino può variare nel tempo) per esempio [F1,F2]= [10*cos(t)+5 ; (20*cos(t)+10)] si ottiene così il seguente modello non lineare di amore coppia:

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = -a_1 x_1(t) + R_1(x_2(t)) + c_1 F_2(t) \\ \frac{dx_2}{dt} = -a_2 x_2(t) + R_2(x_1(t)) + c_2 F_1(t) \end{cases}$$

Proporre altre funzioni fascino e studia la dinamica.