

Progetto 24 PDE

Risoluzione numerica del modello oceanografico di Stommel

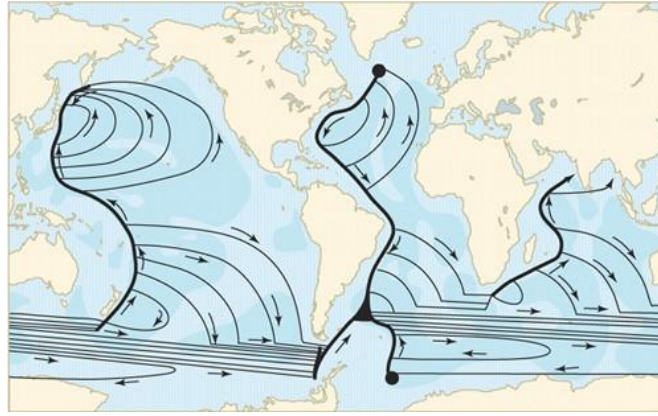
1. INTRODUZIONE AL PROBLEMA

Gli oceani ricoprono il 71% della superficie della Terra e contengono una quantità di acqua pari a circa il 96.5% di tutta l'acqua del pianeta: un enorme serbatoio di calore. Gli oceani non si sono mai congelati neanche miliardi di anni fa, quando il Sole irradiava la Terra il 30 per cento in meno di oggi, grazie al loro meccanismo di circolazione delle correnti.

Cinquant'anni l'oceanografo statunitense Henry Melson Stommel fu il primo a intuire i meccanismi elementari del funzionamento dei bacini come il Nord Atlantico e a mettere insieme un modello analitico semplificato che riproducesse le caratteristiche fondamentali di tali bacini.

Henry Stommel teorizzò che l'acqua raffreddata dalle alte latitudini dovesse essere trasportata in profondità lungo l'equatore occidentale e venisse intensificata dalle correnti di contorno. Egli suppose che le masse d'acqua formatesi attraverso un meccanismo di convezione profonda in regioni isolate del Nord Atlantico e vicino all'Antartide essenzialmente finissero col colmare l'oceano più profondo. Stommel ipotizzò che, durante il trasporto nell'oceano profondo di queste acque, queste successivamente subissero una risalita ben distribuita in superficie. Poiché tale risalita produce un allungamento della colonna d'acqua che induceva una perdita del momento angolare, le profonde acque interne dovevano per forza compensare la perdita di flusso verso i poli dirigendosi verso le regioni di maggiore momento angolare. Per questo motivo, all'equatore il trasporto delle masse d'acqua profonde è stata limitata ai confini occidentali dei bacini.

La teoria del ribaltamento dell'oceano di Stommel ha dato una struttura agli oceani, in precedenza considerati amorfi nelle tre dimensioni: le acque profonde sono trasportate verso l'equatore con una costante, continua intensificazione da parte di profonde correnti occidentali di confine provenienti dai loro siti di formazione posti a latitudini elevate.



Overturning (rovesciamento o capovolgimento) delle correnti dell'oceano

Oggi la teoria del Grande Nastro Trasportatore Oceanico (Great Ocean Conveyor Belt), conosciuto anche con molti nomi, come corrente meridionale di ribaltamento delle correnti (MOC - meridional overturning current) o come Circolazione Termoalina (CPT), non è proprio così semplice e chiara come credevano gli scienziati e, così com'è, è stata definitivamente archiviata.

Bibliografia

The Gulf Stream; A Physical and Dynamical Description, II Edition, University of California Press, 1972

A View of the Sea, Princeton University Press, 184 pages, 1991.

Lozier, M.S, *Deconstructing the Conveyor Belt*, Science, vol. 328 (2010), pp. 1507-1511

2. DESCRIZIONE DEL MODELLO MATEMATICO

Nel modello proposto da Stommel l'oceano viene ipotizzato piatto con profondità uniforme H , vengono inoltre ignorate le variazioni verticali della superficie libera dell'acqua (che sono effettivamente modeste rispetto alle lunghezze orizzontali in gioco) e si considerano soltanto gli effetti dovuti alla forza di Coriolis, all'attrito sul fondo e all'azione del vento sulla superficie. L'equazione di incomprimibilità implica l'esistenza di una funzione ψ , detta funzione corrente (*stream function*) legata alle componenti della velocità dalle relazioni

$$u = -\frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = \frac{\partial \psi}{\partial x}$$

La funzione corrente ψ nello stato stazionario per un oceano rettangolare $\Omega = (0, L_x) \times (0, L_y)$ soddisfa il seguente problema

$$\begin{cases} -\Delta \psi - \alpha \frac{\partial \psi}{\partial x} = \gamma \sin(\pi y / L_y) & \text{in } \Omega, \\ \psi = 0 & \text{su } \partial \Omega, \end{cases}$$

con $\alpha = \frac{H\beta}{R}$, $\gamma = \frac{W\pi}{RL_y}$, essendo R il coefficiente d'attrito sul fondo, W un coefficiente legato all'azione del vento sulla superficie, $\beta = \frac{df}{dy}$ dove f è il parametro di Coriolis che è in generale funzione della sola y (la latitudine).

Per la risoluzione del modello si utilizzano i parametri fisici suggeriti da Stommel:

- $L_x = 10^7 \text{ m}$
- $L_y = 2\pi * 10^6 \text{ m}$
- $H = 200 \text{ m}$
- $W = 0.3 * 10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$
- $R = 0.6 * 10^{-3} \text{ ms}^{-1}$

Si suppone in un primo tempo $\beta = 0$, cioè con il parametro di Coriolis costante (modello irrealistico), poi imponiamo $\beta = 10^{-10} \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-1}$, considerando il valore dato da Stommel al parametro di Coriolis per tener conto della variazione di latitudine.