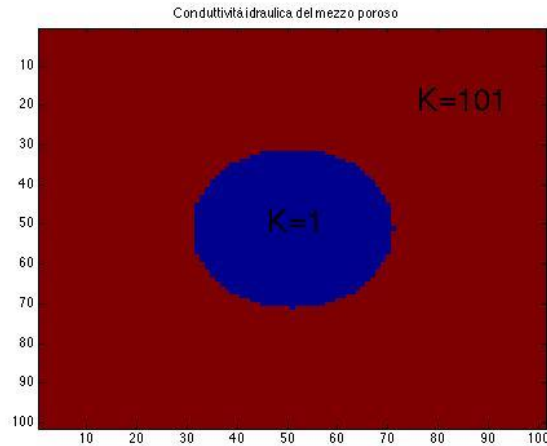


# Progetto 10 PDE

## ANALISI DEL FENOMENO DI FILTRAZIONE DELL'ACQUA IN UN MEZZO POROSO



Lo studio della filtrazione di un fluido in un mezzo poroso è noto come problema di Darcy. Le applicazioni reali di tale problema vanno dall'irrigazione all'uso ed al controllo delle risorse acquifere, allo studio dei fenomeni relativi alla circolazione cerebrale.

Viene definito come MEZZO POROSO un sistema costituito da granuli solidi tra i quali esistono spazi, detti PORI, comunicanti tra loro e con l'esterno. Tali pori formano una serie di condotti interconnessi, all'interno dei quali sono contenuti fluidi, liquidi e/o gas.

Il moto di un fluido in un mezzo poroso è descritto con il termine FILTRAZIONE; il fluido si muove nella rete di canalicoli irregolari del mezzo, incontrando una resistenza elevata sicché il moto è in genere molto lento (può protrarsi per giorni, mesi e a volte anche anni).

La permeabilità del mezzo poroso è descritta attraverso una costante, nota come CONDUTTIVITA' IDRAULICA, che tiene conto di alcune proprietà caratteristiche del mezzo quali porosità e distribuzione dimensionale dei granuli.

### Formulazione del modello matematico

Sotto opportune ipotesi, lo studio della filtrazione dell'acqua in un mezzo poroso che occupi una regione bidimensionale  $\Omega$  può essere ricondotto alla risoluzione di un problema della forma

$$-\frac{\partial}{\partial x}\left(K(x,y)\frac{\partial u}{\partial x}\right)-\frac{\partial}{\partial y}\left(K(x,y)\frac{\partial u}{\partial y}\right)=0$$

dove la funzione  $K$  è la conduttività idraulica del mezzo poroso ed  $u$  rappresenta la variazione del livello dell'acqua nel mezzo. Si consideri:

$$K(x,y)=\begin{cases} 101 & \text{se } (x-0.5)^2+(y-0.5)^2-0.04 > 0 \\ 1 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

$$\Omega=(0,1)\times(0,1)$$

ed imponendo le seguenti condizioni al contorno:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x}=0 & \text{su } (\{0\}\cup\{1\})\times(0,1) \\ u=10 & \text{su } (0,1)\times\{0\} \\ u=0 & \text{su } (0,1)\times\{1\} \end{cases}$$