

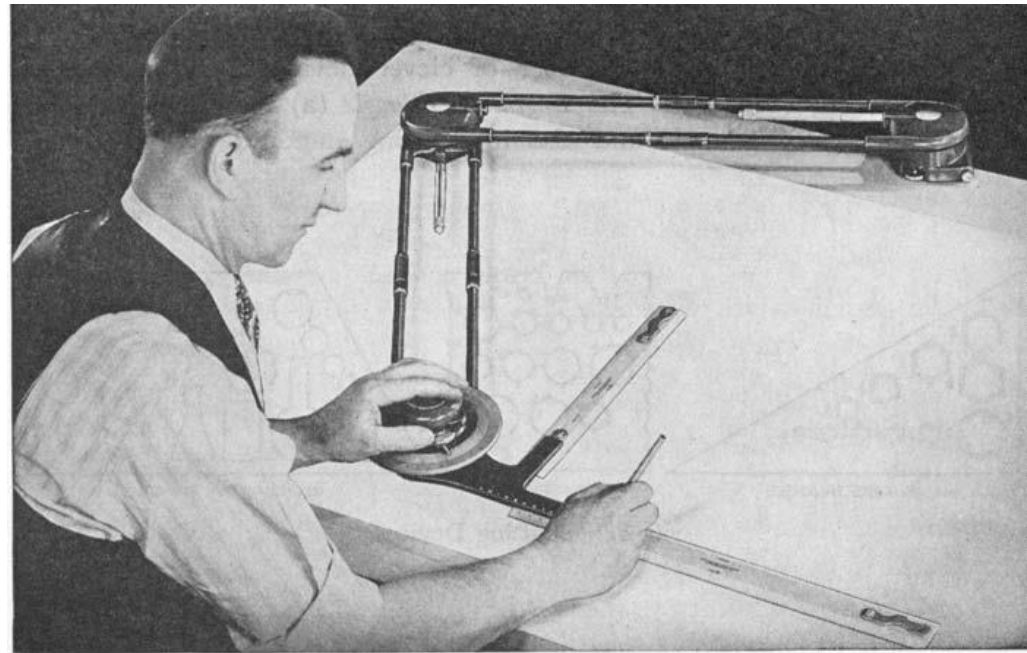
The background is a vibrant blue with dynamic, glowing white and light blue lines that swirl and flow across the frame. On the left side, there are faint, semi-transparent technical drawings and wireframe models, suggesting a 3D CAD environment. The overall aesthetic is futuristic and high-tech.

# **CAD 3d le origini e le motivazioni**

**Roberto Ciarlioni**

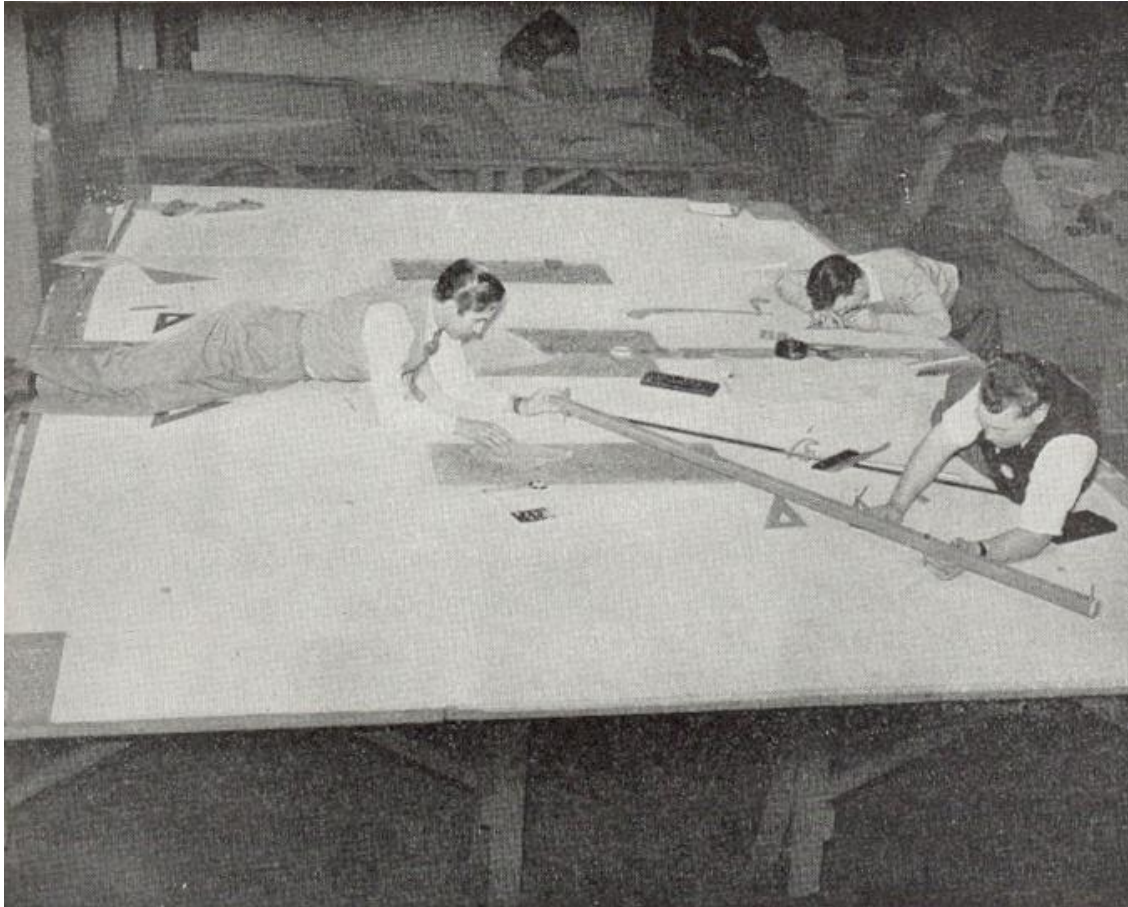
# Forme complesse

- Nei primi anni 60, all'interno della industria aerospaziale e automobilistica c'è grande insoddisfazione: la definizione di forme complesse è lenta ed è facile commettere errori
- Lo strumento utilizzato è il tecnigrafo
- Il procedimento standard prevede la creazione di disegni bidimensionali in cui le curve sezione dell'oggetto sono specificate ogni 100 mm





# Forme complesse



Da questi disegni si ricavano manualmente sagome con cui si costruiscono modelli reali in legno (mockup) che diventano il riferimento per tutto il processo di progettazione

# Modellazione manuale



# Modellazione manuale

- Quasi sempre c'è discrepanza tra disegni e modelli e questo rende molto difficile progettare variazioni , interferenze ...
- La ragione fondamentale è che ci sono tanti modi di interpolare le sezioni : manca il concetto di superficie
- Inoltre anche disegnare le stesse curve è basato su metodi manuali (l'uso di curvilinei o "splines") che rendono estremamente difficile fare cose che oggi ci sembrano semplici come rototraslare una sezione.
- È inutile dire che ogni modifica (ad esempio di stile) provoca tempi lunghissimi.

# L'avvento del digitale

- D'altra parte l'uso dei computer per la progettazione 2d comincia a fare i primi passi (Sutherland 1962) , e questo stimola molte persone a ragionare su come trasferirsi a un modellazione digitale 3d.
- Ci si scontra però col problema di quali rappresentazioni matematiche usare. Non se ne conoscono adatte al problema.
- Descrivere in forma digitale una curva o una superficie richiede infatti di descriverla con una serie di numeri interi e a virgola mobile , mentre fino a quel momento faceva fede la rappresentazione grafica su carta della curva.
- Ma le curve da usare non sono né linee né archi né coniche , quanto piuttosto delle curve a forma "libera".



# Il primo sistema CAD : Sketchpad di I. Sutherland (1962)



# Le soluzioni

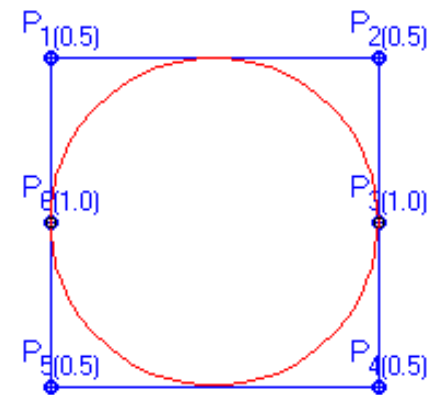
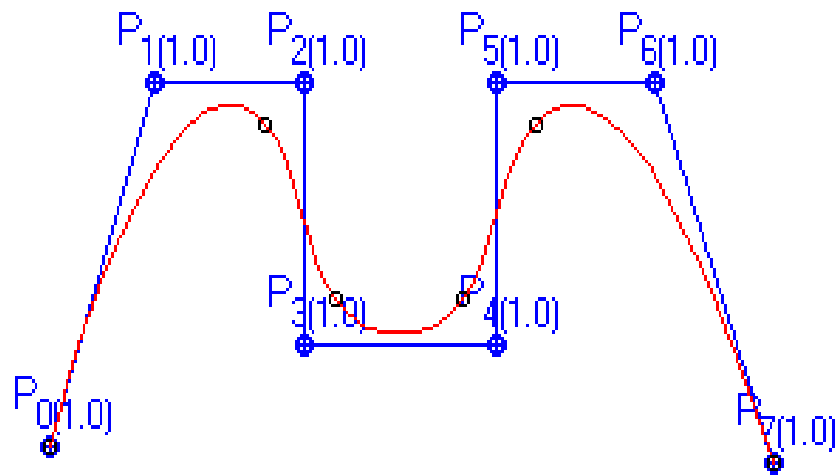
- Le soluzioni avvengono contemporaneamente in aziende diverse , senza che nessuno sappia cosa sta facendo l'altro.
- Gli autori sono De Casteljau (Citroen, 1959) , Bezier (Renault, 1966) , Coons (MIT, 1963) , Ferguson (Boeing, 1963)
- E' interessante notare che, a parte De Casteljau, gli autori di queste nuove forme matematiche sono tutti ingegneri ...
- La base e' la geometria differenziale , branca ideata e sviluppata da Gauss due secoli prima.



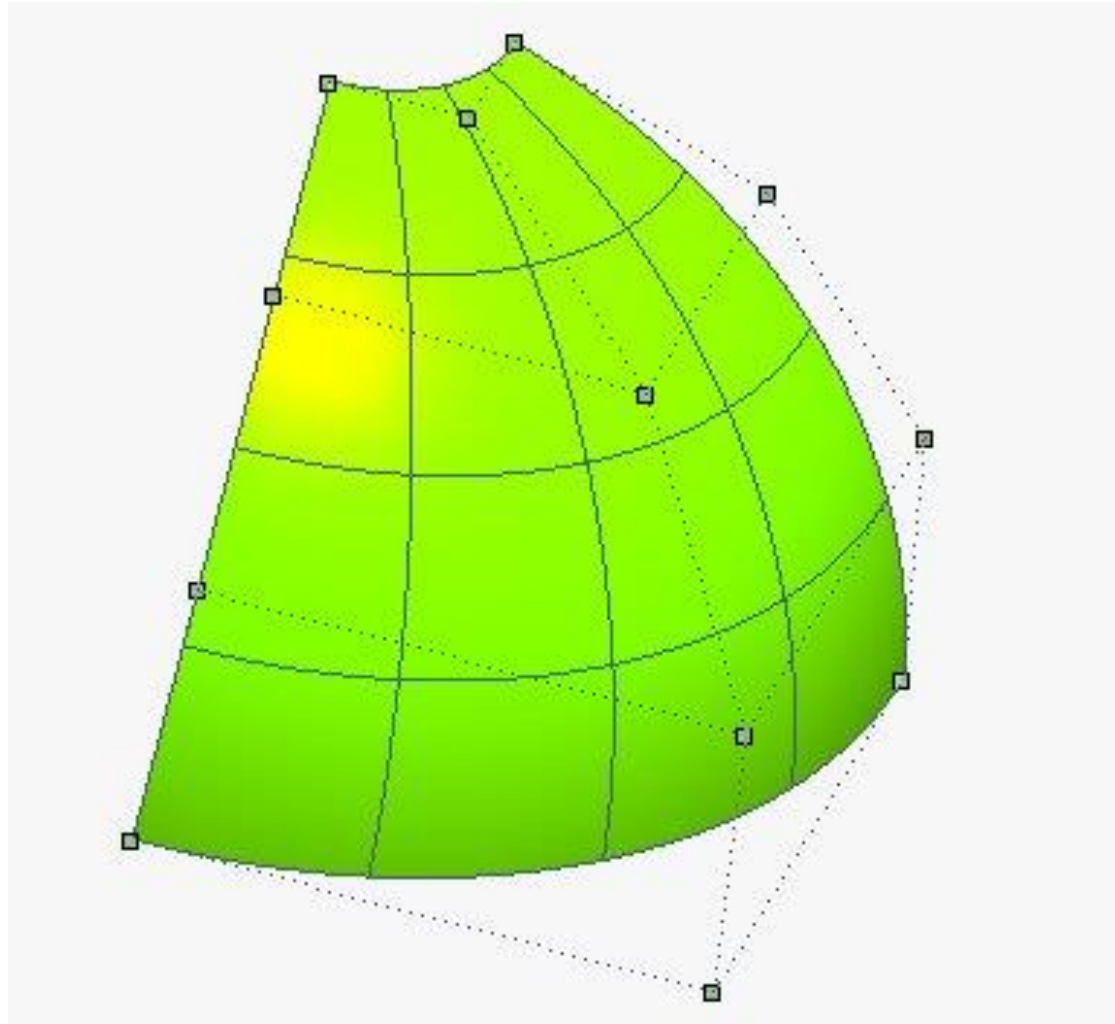
# Da Bezier a Nurbs

- Soluzione di Bezier : concetto di polo o punto di controllo. Definisco una curva controllata da  $n$  punti. Più è alto il numero di punti più la curva è flessibile. Per modificare la curva modifico i punti. Le curve vennero chiamate di "Bezier".
- A base matematica di queste curve c'è un polinomio parametrico in cui il grado del polinomio corrisponde al numero di punti meno uno. (Una linea ha 2 poli e grado 1).
- La curva non passa per i punti , ma è controllata dagli stessi.
- Allo stesso modo una superficie è descritta da una matrice  $n \times m$  di poli. Il grado del polinomio sarà  $n-1$  in  $u$  e  $m-1$  in  $v$ .
- Perché Bezier non ha scelto una curva interpolante i punti ? La ragione è che , volendo usare un polinomio , questo tende ad oscillare malamente se definito come interpolazione di  $n$  punti. Invece la curva di Bezier è stabile e il suo comportamento al movimento dei poli è prevedibile.

# Curve a poli



# Superficie a poli





## Da Bezier a NURBS (2)

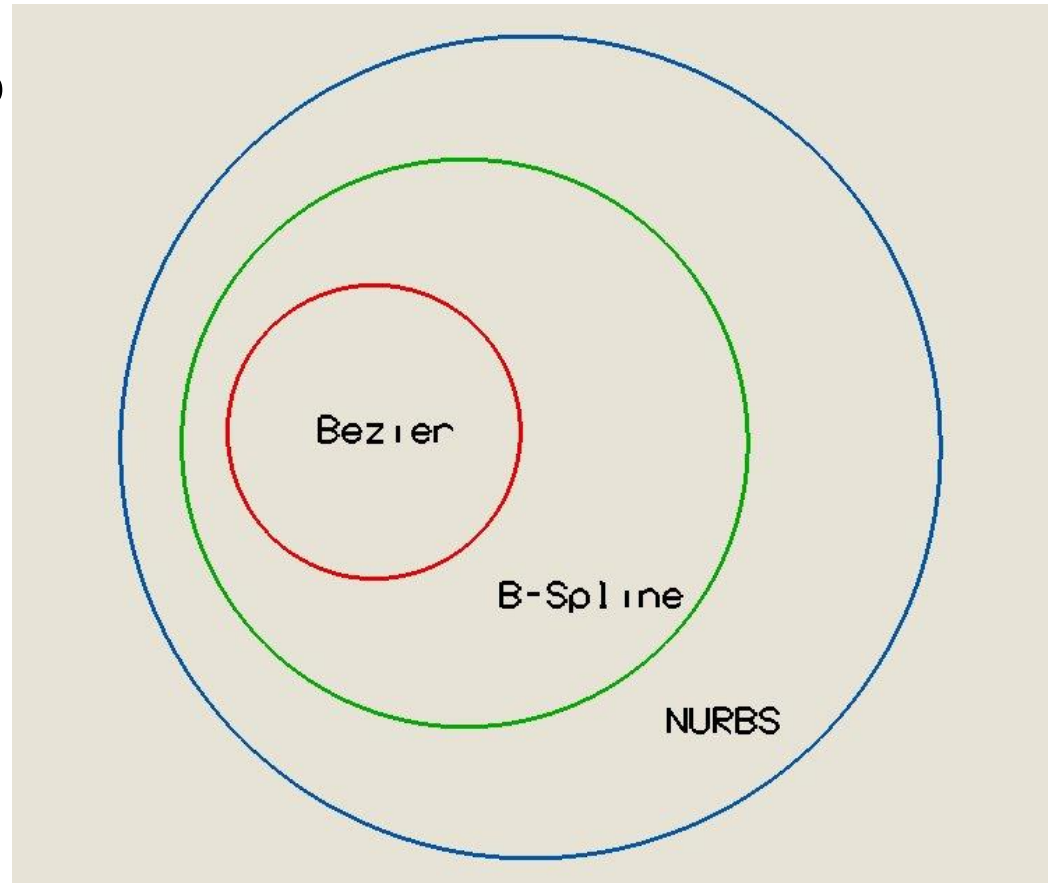
- Dopo qualche anno di uso delle curve/superfici di Bezier ci si rese conto che erano troppo "globali", ovvero che siccome modificando un punto si modificava tutta la curva, non si riuscivano ad ottenere modifiche "locali".
- Per ovviare a questo si penso', invece di utilizzarne una sola, di usarne n attaccate opportunamente tra di loro. Nacquero cosi' le curve B-Splines , che possono essere pensate come n curve di Bezier descritte "tutte insieme" da un'unica curva. La cosa avvenne nei primi anni 70, principalmente su esigenze della Ford e della Boeing.
- I punti di controllo della B-Spline non coincidono con quelli delle singole pezze di Bezier, ma sono nuovi "super-poli" che controllano tutto quanto simultaneamente.

## Da Bezier a NURBS (3)

- C'era ancora una cosa che dava fastidio agli utilizzatori delle B-Splines: certe importanti forme come le circonferenze e in generale le coniche dovevano essere approssimate.
- La ragione matematica di questo è che una conica non può essere descritta da un polinomio. (Per convincersi basta ricordare che la forma canonica di una circonferenza è  $x = R\cos(\alpha)$ ;  $y = R\sin(\alpha)$  e i seni e coseni non possono venire descritti da polinomi) Sorprendentemente però possono venire descritti da rapporti di polinomi
- Quindi si decise di estendere le B-Spline a polinomi razionali (cioè rapporti di polinomi) e nacquero (Boeing, 1975) le NURBS ovvero Non Uniform Rational B-Splines. L'aggettivo Non Uniform si riferisce al fatto che ogni pezza può contenere quantità di parametro diverse.

# Riassumendo...

- Una Bezier e' un caso particolare di B-Spline
- Una B-Spline e' un caso particolare di NURBS
- La descrizione NURBS riunisce tutte le altre

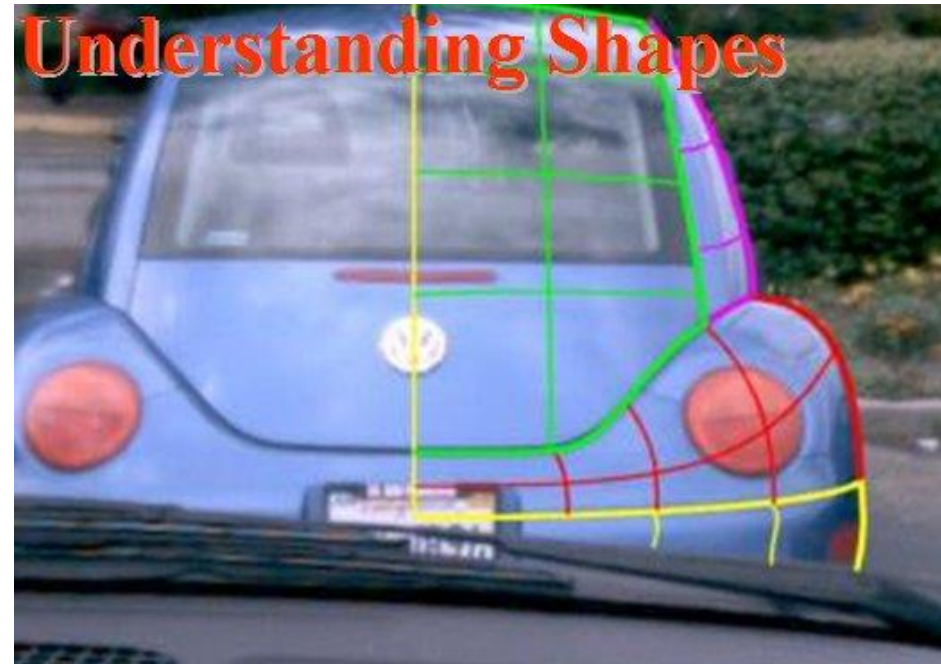
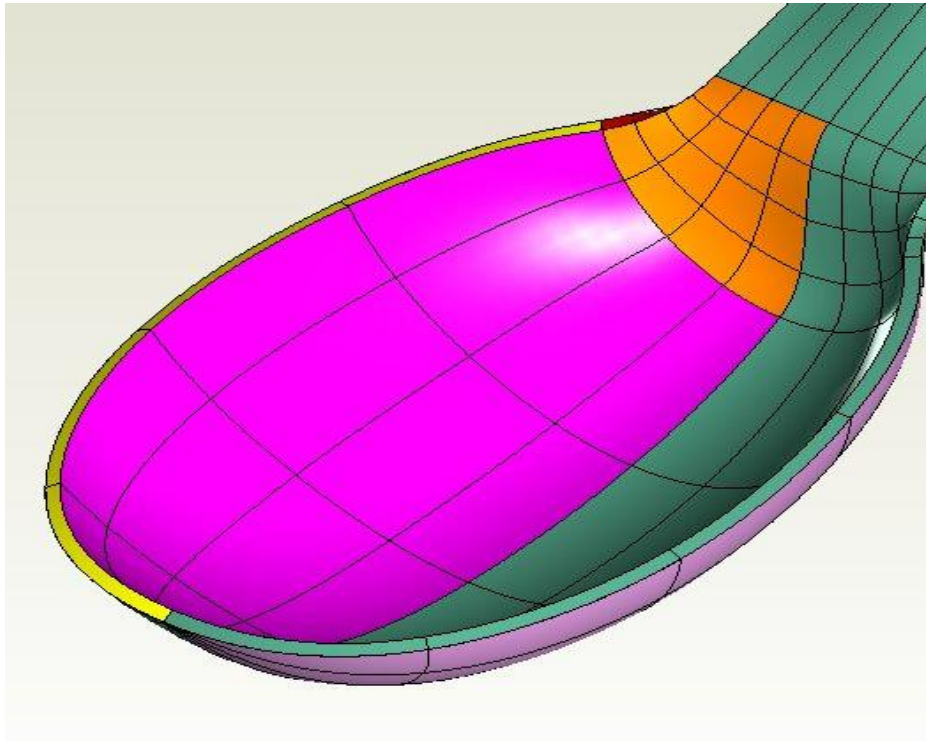




# Superfici CAD

- Per noi una superficie e' l'involucro complessivo di un corpo.
- Per il CAD la superficie e' un foglio rettangolare finito e deformato, descritto da una singola equazione matematica  
 $P = F(u,v)$  (es.  $x=R\cos(u)$ ;  $y=R\sin(u)$ ;  $z=Lv$ ;) )
- Quindi in generale una superficie ha 4 lati (come il foglio)
- Si presenta quindi il problema della "pezzatura", ovvero come segmentare un oggetto in superfici comprensibili da un CAD

# Pezzatura



# La modellazione solida

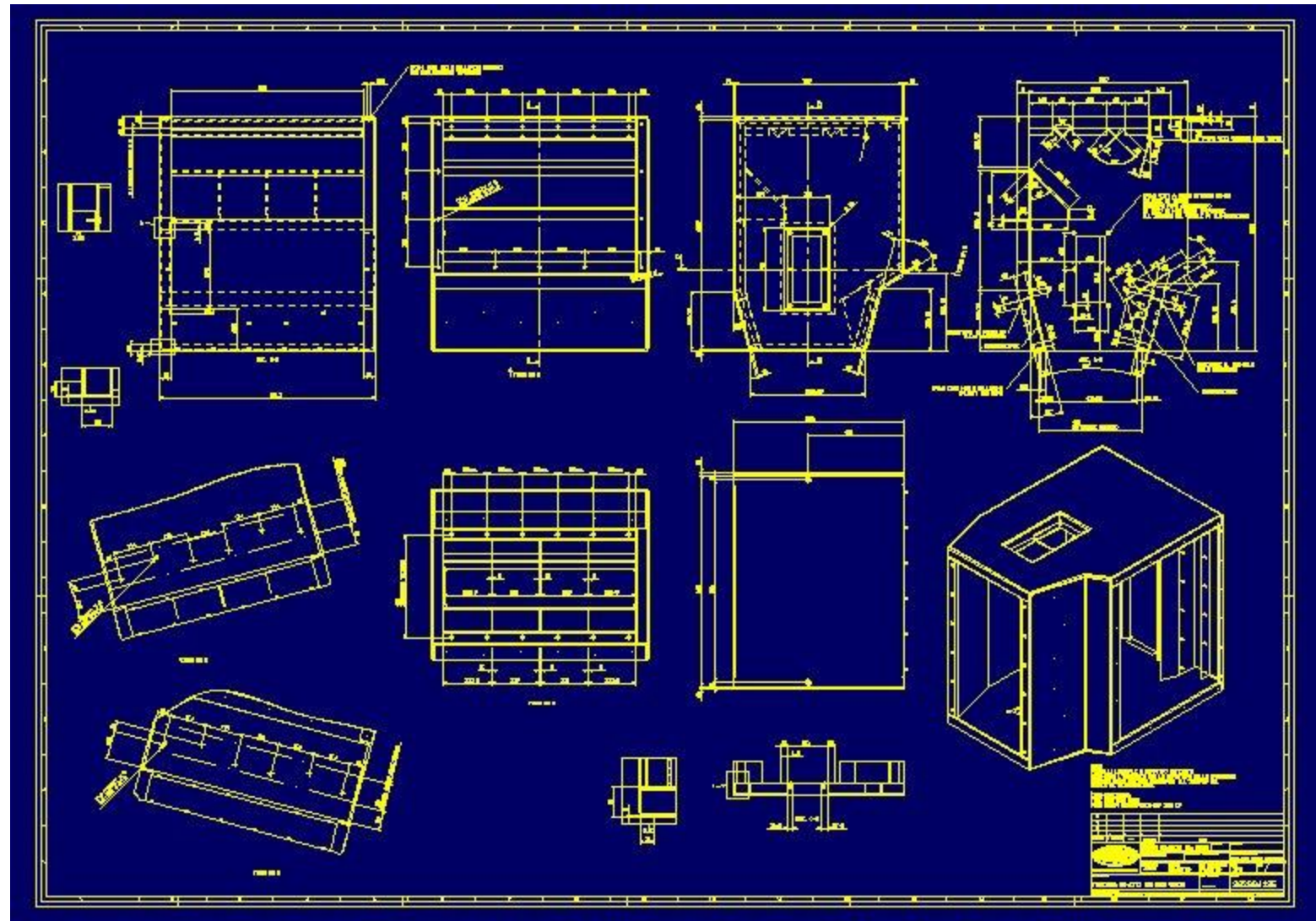
- Fino adesso abbiamo visto la genesi storica, a partire da esigenze ben definite della modellazione a superfici.
- Negli anni 70 , visto l'uso del CAD per il disegno 2d e per la modellazione a superfici, si comincia a pensare di estendere la cosa.
- Infatti la modellazione a superfici e' insoddisfacente per la progettazione di oggetti a geometria tradizionale quali edifici, motori, macchine automatiche...
- Quindi distinguiamo tra oggetti a geometria "tradizionale" (*prismatic*) e oggetti a "forma complessa" (*freeform*).



## La modellazione solida (2)

- Il problema fondamentale nella progettazione degli oggetti prismatici non e' tanto la descrizione delle forme , che e' piu' o meno coperta dalle rappresentazioni geometriche tradizionali quali piani e cilindri , quanto :
  - La difficulta' di modellazione 2d che , soprattutto su oggetti complessi si rivela quasi sempre prona agli errori
  - L'impossibilita' o quasi di calcolare interferenze e proprieta' di massa (si dice che il problema della astina dell'olio abbia convinto tutti che serviva il 3d)
  - L'estrema difficulta' delle modifiche

# Prono agli errori ...

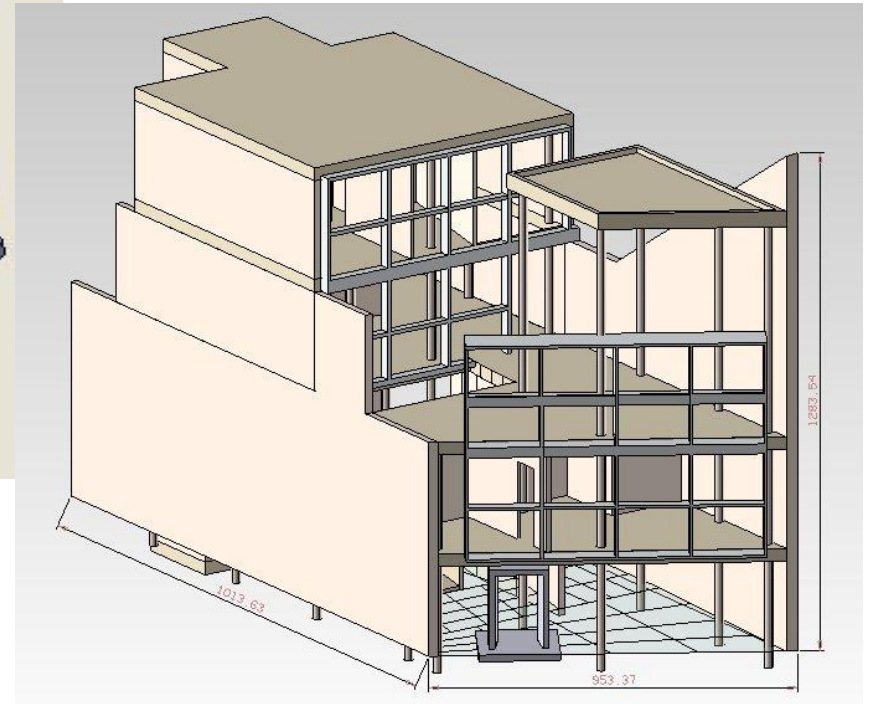
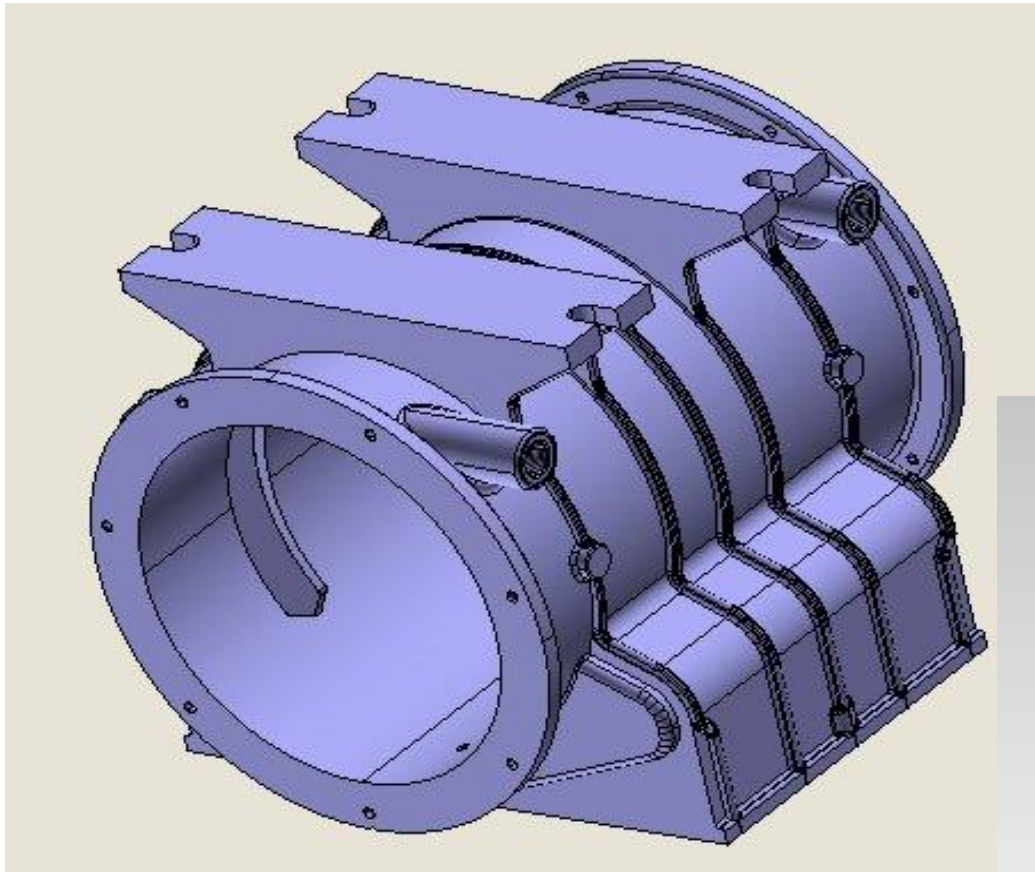


## La modellazione solida (3)

- Era chiaro che serviva una modellazione 3d , solo che la tecnica a superfici era insoddisfacente per questo uso perche' :
  - Manca del concetto di pieno e vuoto (ovvero di "solido") e quindi non e' adatta a volumi e interferenze
  - Gli oggetti sono fatti da centinaia di superfici e definirle singolarmente non ha senso



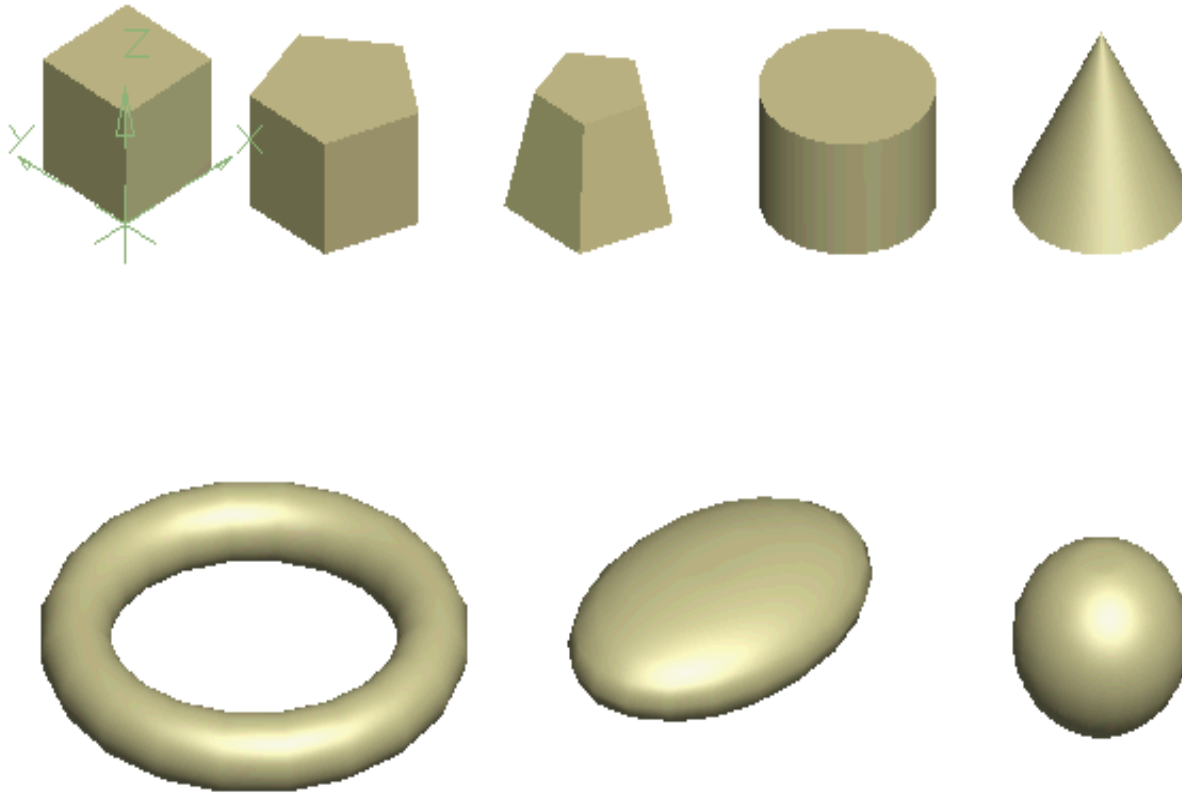
**Vogliamo farli una superficie alla volta ?**



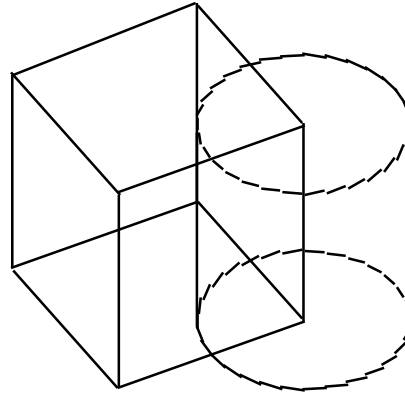
# La modellazione solida(4)

- Da queste esigenze e' nata quindi una nuova branca del CAGD : la teoria della modellazione solida. I principali autori sono stati Voelker e Requicha (Rochester , 1970) e Ian Braid (Cambridge , 1974).
- L'approccio di Voelker era l'uso di combinazioni booleane di oggetti 3d elementari quali blocchi , cilindri , sfere ...Il modo e' detto CSG.
- L'approccio di Braid e' stato invece di descrivere esplicitamente le superfici di contorno e tenerle unite da una topologia. Il modo e' detto Brep.

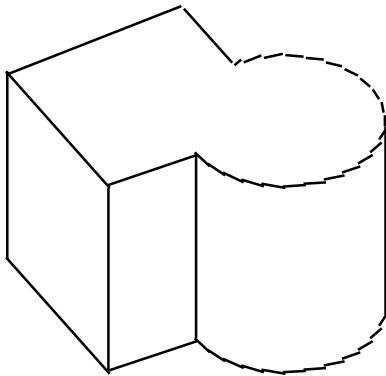
## Solidi primitivi



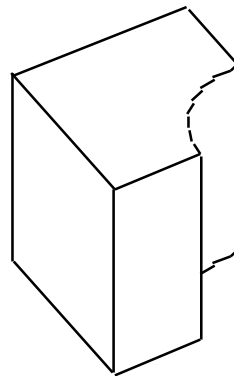
# Operazioni booleane



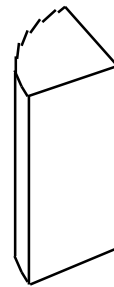
**UNIONE**



**DIFFERENZA**



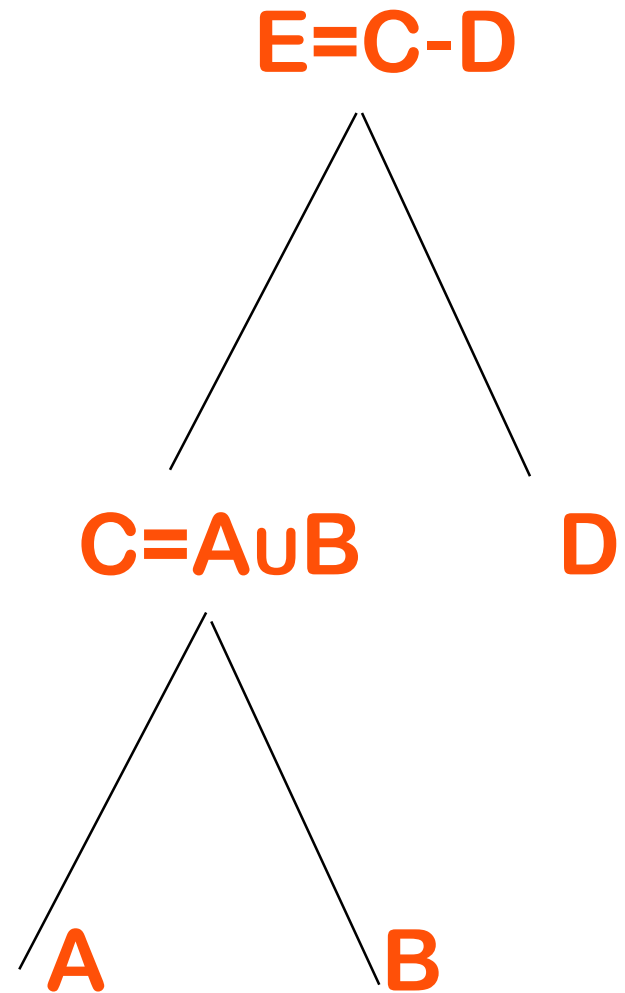
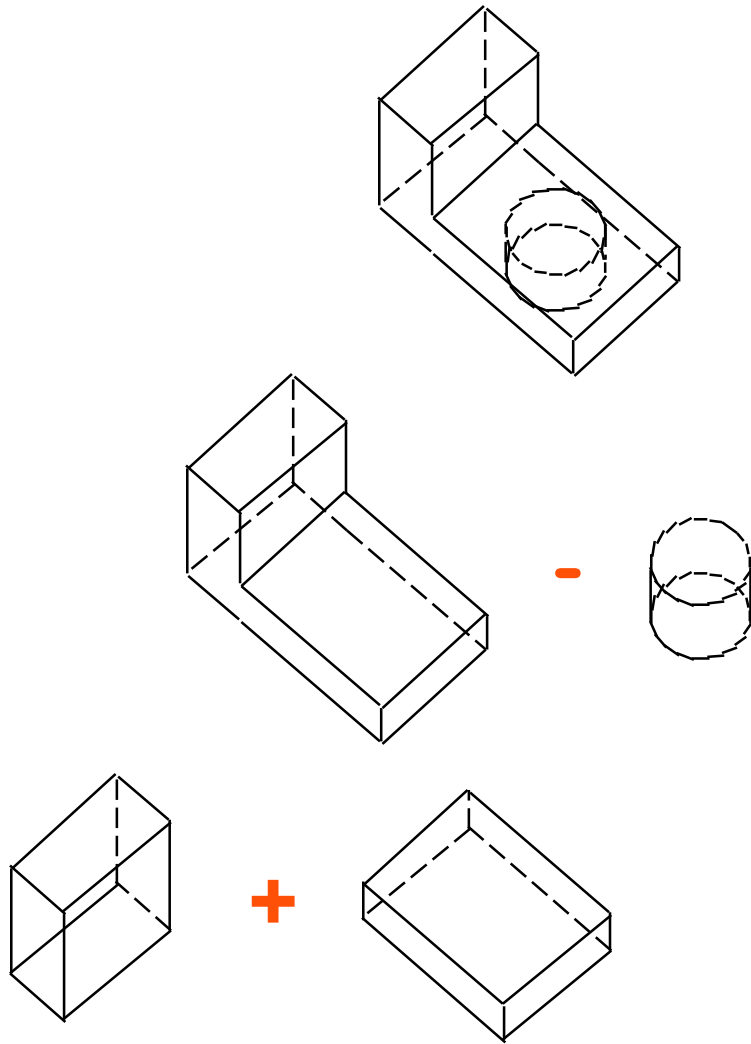
**INTERSEZIONE**



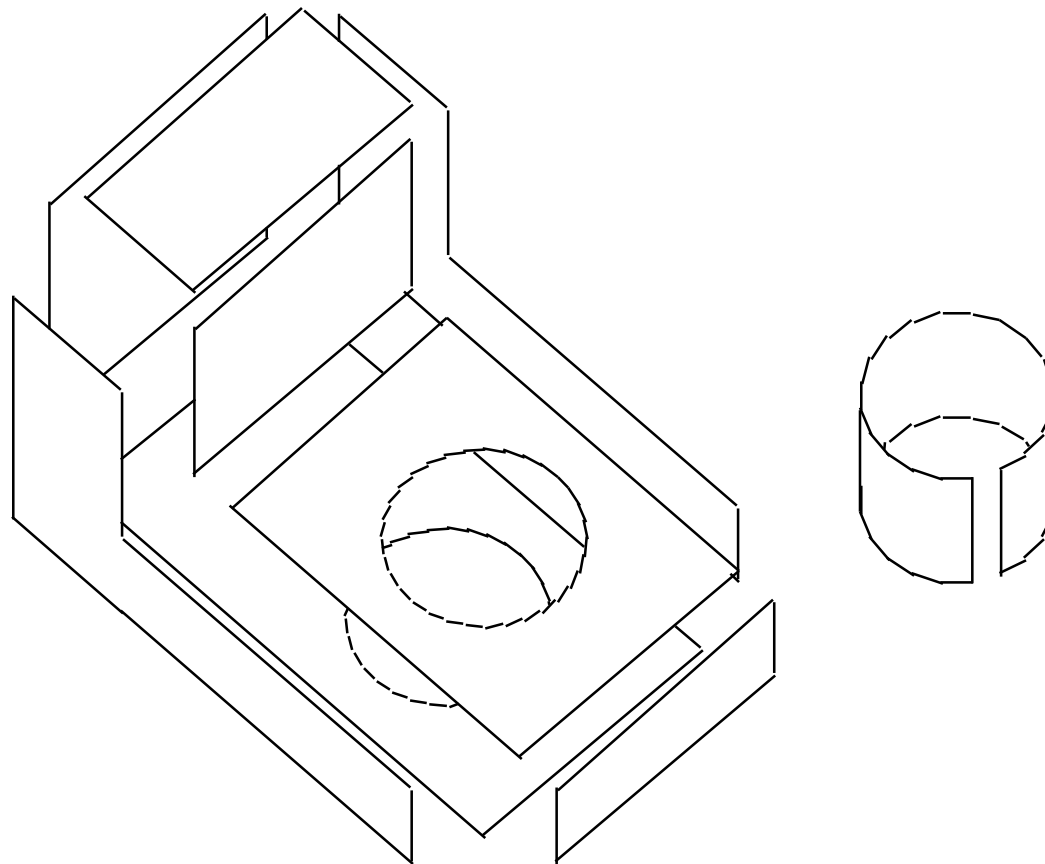


# Rappresentazione costruttiva

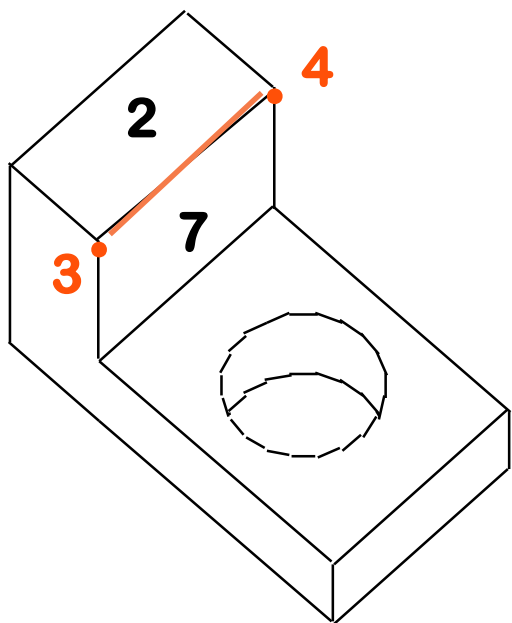
## CSG: Constructive Solid Geometry



# Rappresentazione Brep



# Topologia dei Solidi Brep



LISTA VERTICI

.....  
.....  
3.....  
4.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

LISTA SPIGOLI

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

LISTA FACCE

.....  
2 piano  
.....  
.....  
.....  
.....  
7 piano  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

segmento

# Modellazione solida o a superfici ?

- Vantaggi della modellazione solida
  - e' meno ambigua
  - descrive il volume, non solo la frontiera
  - consente operazioni molto efficienti come le booleane
  - e' facile da capire ed usare
- Vantaggi della modellazione a superfici
  - consente un controllo accurato della forma
  - descrive forme molto piu' complesse
- Nei CAD attuali le due modalita' stanno convergendo verso una modellazione detta "ibrida". In effetti visto che i solidi brep sono solo insiemi intelligenti di superfici il percorso e' chiaro.



# Esempio di modello ibrido solidi-superfici

