Corso di Laurea in Informatica

II parziale di Analisi Matematica

29 Maggio 2018

Marco Mughetti

Cognome: ....

Nome: ....

Numero di matricola: ....

Email: ....

Indicare la votazione riportata nel I parziale e, in caso di esito positivo, la modalità della prova orale che si intende sostenere:
....

Risultati

1.(pt.1)	
2.(pt.1)	
3.(pt.5)	
4.(pt.4)	
5.(pt.4)	

Risolvere gli esercizi seguenti, scrivendo e motivando dettagliatamente il procedimento seguito. Soluzioni prive di calcoli e spiegazioni non saranno valutate.

Esercizio 1 (pt. 1)
Data $f : \mathbf{R}^2 \longrightarrow \mathbf{R}$, scrivere cosa significa che $f = f(x_1, x_2)$ è differenziabile nel punto $\overline{x} = (1, 2)$.
Risposta:

$$f(x_1, x_2) = f(1,2) + \langle \nabla f(1,2), (x_1 - 1, x_2 - 2) \rangle +$$
$$+ \, o\left(\| (x_1 - 1, x_2 - 2) \| \right)$$

quando $(x_1, x_2) \longrightarrow (1, 2)$

Esercizio 2 (pt. 1)
Data $g : [0, 1] \longrightarrow \mathbf{R}$, limitata, scrivere dettagliatamente cosa significa che g è Riemann integrabile sull'intervallo $[0, 1]$, spiegando le notazioni usate.
Risposta:

D suddivisione di $[0,1]$: $\overset{0}{\overset{\shortparallel}{x_0}} < x_1 < \dots < x_{n-1} < \overset{1}{\overset{\shortparallel}{x_n}}$

$$s(g, D) = \sum_{j=1}^{n} (x_j - x_{j-1}) \cdot \inf_{[x_{j-1}, x_j]} g$$

$$S(g, D) = \sum_{j=1}^{n} (x_j - x_{j-1}) \cdot \sup_{[x_{j-1}, x_j]} g$$

$s(g) = \{ s(g, D) \mid D$ suddivisione di $[0,1] \}$

$S(g) = \{ S(g, D) \mid$ '' '' '' '' $\}$

g è R-integrabile $\overset{def}{\iff}$ $\sup s(g) = \inf S(g)$

Esercizio 3 (pt. 5)
Calcolare:
(A) una primitiva della funzione

$$\frac{2x^2-9}{x^3-3x^2};$$

(B) il seguente integrale definito

$$\int_1^2 \frac{2x^2-9}{x^3-3x^2}\,dx.$$

Risposta:

$$x^3-3x^2 = x^2(x-3)$$

$$\frac{2x^2-9}{x^3-3x^2} = \frac{1}{x-3} + \frac{1}{x} + \frac{3}{x^2}$$

$$(A) \quad \int \frac{2x^2-9}{x^3-3x^2}\,dx = \ln|x-3| + \ln|x| - \frac{3}{x}$$

$$(B) \quad \int_1^2 \frac{2x^2-9}{x^3-3x^2}\,dx = \left[\ln|x-3| + \ln|x| - \frac{3}{x}\right]_1^2$$

$$= \ln 2 - \frac{3}{2} - (\ln 2 - 3) = \frac{3}{2}$$

Esercizio 4 (pt. 4)
Sia data $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$,

$$f(x,y) = \frac{1}{3}xy^3 - \frac{1}{8}x^2 - xy.$$

I) Calcolare i suoi eventuali punti di massimo, di minimo locali e di sella.
II) Calcolare il piano tangente al grafico di f nel punto $(1,0)$.
Risposta:

Esercizio 5 (pt. 4)
Disegnare l'insieme

$$A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \; |0 \leq x \leq y \leq 1\}.$$

e calcolare

$$\iint_A e^{-y^2} \; dx \, dy.$$

Risposta: