Corso di Laurea in Informatica

II parziale di Analisi Matematica

28 Maggio 2019

Marco Mughetti

Cognome: .

Nome: .

Numero di matricola: .

Email: .

Indicare la [illegible] parziale, [illegible]
[illegible]
.

Risultati

1.(pt.1)	
2.(pt.1)	
3.(pt.5)	
4.(pt.4)	
5.(pt.4)	

Risolvere gli esercizi [illegible] ________________ il procedimento. Soluzioni prive di calcoli e spiegazioni non saranno valutate

Esercizio 1 (pt. 1)

Data $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, si scriva cosa significa che $f = f(x_1, x_2)$ è derivabile nel punto $\bar{x} = (1, 2)$ rispetto alla direzione $v = (\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2)$.

Risposta:

Esercizio 2 (pt. 1)

Enunciare il teorema fondamentale del calcolo integrale per la funzione $g : [0, 1] \to \mathbf{R}$.

Risposta:

$$
\begin{array}{rrrr|l}
x^3 - 7x^2 & + 9x & + 18 & & x^2 - 8x + 16 \\
-x^3 + 8x^2 & - 16x & & & \hline x + 1 \\
\hline
+x^2 & - 7x & + 18 & & \\
x^2 & + 8x & - 16 & & \\
\hline
" & x & + 2 & &
\end{array}
$$

$$f(x) = \qquad\qquad = x + 1 + \frac{x+2}{(x-4)^2}$$

$$\begin{cases} A = 1 \\ B - 4A = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} A = 1 \\ B = 6 \end{cases}$$

$$\frac{x+2}{(x-4)^2} = \frac{A}{x-4} + \frac{B}{(x-4)^2} = \frac{A(x-4)+B}{(x-4)^2} = \frac{Ax - 4A + B}{(x-4)^2}$$

$$\int f(x)\,dx = \int \left(x + 1 + \frac{1}{x-4} - \frac{2}{(x-4)^2} \right) dx = \frac{x^2}{2} + x + \ln|x-4| + \frac{2}{x-4} + C$$

$$\int_0^3 f(x)\,dx = \frac{9}{2} + 3 + \ln 1 - 2 - \left(\ln 4 - \frac{1}{2} \right) = \frac{11}{2} - \ln 4 + \frac{1}{2}$$

$$= 6 - \ln 4$$

$$④\ \begin{cases} 2x-y-3=0 \\ x-2y-3=0 \end{cases} \begin{cases} y=2x-3 \\ x-4x+6-3=0 \end{cases} \begin{cases} y=-1 \\ x=+1 \end{cases}$$

$$①\ \begin{cases} y=0 \\ x=0 \end{cases}$$

$$②\ \begin{cases} y=0 \\ x-2y-3=0 \end{cases} \begin{cases} y=0 \\ x=3 \end{cases}$$

Esercizio 4 (pt. 4)

Sia data $f:\mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$,

$$f(x;y) = x^2y - y^2x - 3xy - 1:$$

I) Calcolare tutti i punti critici e classificarli.

II) Calcolare il piano tangente al grafico di f nel punto $(-1;1)$

Risposta:

$$③\ \begin{cases} 2x-y-3=0 \\ x=0 \end{cases} \begin{cases} y=-3 \\ x=0 \end{cases}$$

(I)

$$\begin{cases} f_x = 2xy - y^2 - 3y = 0 \\ f_y = x^2 - 2yx - 3x = 0 \end{cases} \begin{cases} y(2x-y-3)=0 \\ x(x-2y-3)=0 \end{cases}$$

$$Hf(x,y) = \begin{pmatrix} 2y & 2x-2y-3 \\ 2x-2y-3 & -2x \end{pmatrix}$$

$$Hf(0,0) = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ -3 & \end{pmatrix} \quad \det = -9 < 0 \quad \text{P. DI SELLA}$$

$$Hf(3,0) = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 3 & -6 \end{pmatrix} \quad \det = -9 < 0 \quad \text{P. DI SELLA}$$

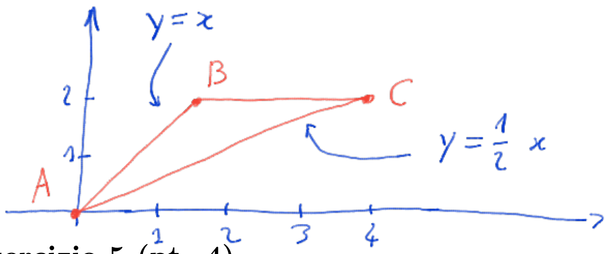
$$Hf(0,-3) = \begin{pmatrix} -6 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \quad \det = -9 < 0 \quad \text{P. DI SELLA}$$

$$Hf(1,-1) = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \quad (-2 < 0) \quad \det = 3 > 0 \quad \text{P. DI MASSIMO RELATIVO}$$

(II)

$$z = f(-1,1) + \left\langle \nabla f(-1,1), \begin{pmatrix} x+1 \\ y-1 \end{pmatrix} \right\rangle = 4 + \left\langle \begin{pmatrix} -6 \\ +6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x+1 \\ y-1 \end{pmatrix} \right\rangle =$$

$$= 4 - 6x - 6 + 6y - 6 = -6x - 6y - 8$$



$$\Omega = \{(x,y) \mid 0 \le y \le 2,\ y \le x \le 2y\}$$

Esercizio 5 (pt. 4)

Sia Ω in $\mathbb{R}^2$ il triangolo di vertici A(0,0); B(2,2); C(5,2) (4) e si calcoli

$$I = \iint_\Omega \sqrt{xy - y^2}\, dx\, dy.$$

Risposta:

$$I = \int_0^2 \left(\int_y^{2y} \sqrt{xy - y^2}\, dx \right) dy = \int_0^2 \frac{1}{y} \left(\int_y^{2y} y\,(xy-y^2)^{\frac{1}{2}}\, dx \right) dy$$

$$\sqrt{xy-y^2} = (xy-y^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$= \int_0^2 \frac{1}{y} \left[\frac{2}{3} (xy-y^2)^{\frac{3}{2}} \right]_{x=y}^{x=2y} dy$$

$$= \int_0^2 \frac{1}{y} \left(\frac{2}{3} (2y^2 - y^2)^{\frac{3}{2}} \right) dy = \frac{2}{3} \int_0^2 \frac{1}{y}\, y^3\, dy = \frac{2}{3} \int_0^2 y^2\, dy$$

$$= \frac{2}{3} \left[\frac{y^3}{3} \right]_0^2 = \frac{2}{9} \cdot 8 = \frac{16}{9}$$