1.0) Siano V, W due spazi vettoriali di dimensione finita e sia $f : V \to W$ un' applicazione lineare. Allora:

V **F** a) $\dim(\text{ Ker } f) + \dim(\text{ Im } f) = \dim W$.

V **F** b) se $\dim V > \dim W$, f è suriettiva.

V **F** c) se $\dim V > \dim W$, f non è iniettiva.

1.1) Siano V, W due spazi vettoriali di dimensione finita e sia $f : V \to W$ un' applicazione lineare. Allora:

V **F** a) $\dim(\text{ Ker } f) + \dim(\text{ Im } f) = \dim V$.

V **F** b) se $\dim V < \dim W$, f è iniettiva.

V **F** c) se $\dim V < \dim W$, f non è suriettiva.

****

2.0) Le seguenti applicazioni sono lineari?

V **F** a) $f : \mathbf{R}_{\leq 3}[t] \to \mathbf{R}_{\leq 3}[t]$, $f(p(t)) = p(t) + 1$.

V **F** b) $f : M_2(\mathbf{R}) \to \mathbf{R}^2$, $f(A) = (a_{11}, a_{12})$.

V **F** c) $f : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^2$, $f(x, y, z) = (x^2, x + y + z)$.

2.1) Le seguenti applicazioni sono lineari?

V **F** a) $f : \mathbf{R}_{\leq 3}[t] \to \mathbf{R}_{\leq 4}[t]$, $f(p(t)) = tp(t)$.

V **F** b) $f : M_2(\mathbf{R}) \to \mathbf{R}^2$, $f(A) = (a_{11}, 1)$.

V **F** c) $f : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^2$, $f(x, y, z) = (x, x + y + z)$.

****

3.0) Sia dato in $\mathbf{R}^3$ il sottospazio D di equazioni parametriche $\begin{cases} x = \alpha + 2\beta \\ y = 0 \\ z = 3\alpha + 6\beta \end{cases}$, $\alpha, \beta \in \mathbf{R}$. Allora:

V **F** a) $\dim(D) = 1$.

V **F** b) D è generato dal vettore $v = (1, 0, 3)$

V **F** c) D ha equazione cartesiana $3x - z = 0$.

3.1) Sia dato in $\mathbf{R}^3$ il sottospazio D di equazioni parametriche $\begin{cases} x = -\alpha + 3\beta \\ y = 0 \\ z = -3\alpha + 9\beta \end{cases}$, $\alpha, \beta \in \mathbf{R}$. Allora:

V **F** a) $\dim(D) = 2$.

V **F** b) D è generato dal vettore $v = (3, 0, 9)$

V **F** c) D ha equazione cartesiana $y = 0$.

****

4.0) La matrice del cambiamento di base dalla base canonica di $\mathbf{R}^2$ alla base $\mathcal{B} = ((1, 1), (1, 2))$ è:

V **F** a) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

V **F** b) $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

V **F** c) invertibile.

4.1) La matrice del cambiamento di base dalla base canonica di $\mathbf{R}^2$ alla base $\mathcal{B} = ((1,2),(1,1))$ è:

V **F** a) $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$.

V **F** b) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

V **F** c) non invertibile.

****

5.0) Due matrici simmetriche $A, B \in M_n(\mathbf{R})$ sono congruenti se:

V **F** a) hanno lo stesso rango.

V **F** b) hanno lo stesso indice di positività.

V **F** c) sono entrambe definite positive.

5.1) Due matrici simmetriche congruenti $A, B \in M_n(\mathbf{R})$:

V **F** a) hanno lo stesso rango.

V **F** b) hanno lo stesso indice di positività.

V **F** c) sono entrambe definite positive.

****

6.0) In uno spazio euclideo di dimensione 3, rispetto ad un riferimento cartesiano ortogonale, il piano Π di equazione $y - z - 2 = 0$ è

V **F** a) parallelo all'asse x.

V **F** b) ortogonale all'asse x.

V **F** c) parallelo al piano di equazione $y - z = 0$.

6.1) In uno spazio euclideo di dimensione 3, rispetto ad un riferimento cartesiano ortogonale, il piano Π di equazione $4x - 1 = 0$ è

V **F** a) parallelo all'asse x.

V **F** b) ortogonale all'asse x.

V **F** c) parallelo al piano di equazione $y - z = 0$.