

Domande.

1. Sia U un sottospazio vettoriale di uno spazio vettoriale V . Sia A un sottoinsieme di V . È vero che se $\langle A \rangle \subset U$ allora $A \subset U$?
2. Siano W_1, W_2 sottospazi di uno stesso sottospazio vettoriale V tali che $\dim W_1 > \dim W_2$. È vero che W_1 contiene W_2 ?
3. In $M_{3,4}(\mathbb{R})$ esiste un sottospazio vettoriale di dimensione 7?
4. Possono esistere un'applicazione lineare $\varphi : \mathbb{R}^6 \rightarrow \mathbb{R}$ ed un sottospazio vettoriale $V \subset \mathbb{R}^6$ di dimensione 4 tali che $\{x \in \mathbb{R}^6 \mid \varphi(x) = 0\} \subset V$?
5. Siano w_1, w_2 due vettori linearmente indipendenti di uno spazio vettoriale V . È vero che anche i vettori $w_1 + w_2, w_1 - w_2$ sono linearmente indipendenti?
6. Sia $\{v_1, v_2, v_3\}$ un sistema di generatori di uno spazio vettoriale V . Può $\{v_1, v_3\}$ essere una base di V ?
7. Siano v_1, \dots, v_n vettori linearmente indipendenti di uno spazio vettoriale V . L'insieme $\{v_1, \dots, v_n\}$ è una base di $\langle v_1, \dots, v_n \rangle$?
8. Possono esistere due applicazioni lineari diverse $S, T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tali che $\text{Im}S = \text{Im}T = \langle e_1 \rangle$?
9. Possono esistere due sottospazi vettoriali U_1, U_2 di \mathbb{R}^4 entrambi di dimensione 2 tali che $U_1 + U_2 = \mathbb{R}^4$ e $\dim(U_1 \cap U_2) = 1$?
10. Una matrice a coefficienti reali con 8 righe e 12 colonne può avere rango 20?