

**PROVA SCRITTA DI  
ANALISI MATEMATICA 2  
Corso di Laurea in INFORMATICA  
Prof.O.LIESS**

**Sessione Estiva 1997/98-I Appello: 16 Giugno 1998**

**COGNOME e NOME** (Stampatello):

**MATRICOLA:**

**N.B.** Ogni risposta esatta vale 3 punti. **Ammissione certa** con punteggio  $\geq 12$ . Barrare una sola casella.

**(1).** Calcolare l'integrale curvilineo

$$I = \int_{\Gamma} 2xy^2 dx + 2x^2 y dy$$

dove  $\Gamma$  è il segmento orientato di estremi  $A = (2, 1)$ ,  $B = (1, 3)$ .

- ☐  $I = 2$
- ☐  $I = 5$
- ☐  $I = 3$
- ☐ Nessuno dei precedenti

**(2).** Calcolare l'immagine  $I$  della funzione  $f: \mathbf{R}^3 \longrightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x, y, z) = x + 2y + 3z$  sull'insieme  $A = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; \|(x, y, z)\| \leq 7\}$ .

- ☐  $I = [-7\sqrt{14}, 7\sqrt{14}]$
- ☐  $I = [-14\sqrt{14}, 14\sqrt{14}]$
- ☐  $I = (-7\sqrt{14}, 7\sqrt{14})$
- ☐ Nessuno dei precedenti

**(3).** Determinare tutti gli  $\alpha \in \mathbf{R}$  per i quali la funzione  $f: \mathbf{R}^2 \longrightarrow \mathbf{R}$  definita da

$$f(x, y) = \begin{cases} (x^2 + y^2)^\alpha \sin [(x^2 + y^2)^{-\alpha}], & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

è continua

- ☐  $\alpha > 0$
- ☐  $\alpha \geq 0$
- ☐  $\alpha \in \mathbf{R}$
- ☐ Nessuno dei precedenti

(4). Calcolare

$$I = \int \int_{\mathbf{R}^2} \exp(-8x^2 - 4xy - y^2) dx dy$$

- ☐  $I = \pi/4$
- ☐  $I = \pi/3$
- ☐  $I = \pi/2$
- ☐ Nessuno dei precedenti

(5). Calcolare

$$J = \int \int_A (x + y) dx dy$$

dove  $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2; x^2 < y < 2x\}$

- ☐  $J = 52/15$
- ☐  $J = 52/14$
- ☐  $J = 52/13$
- ☐ Nessuno dei precedenti

(6). Determinare tutti gli  $\alpha \in \mathbf{R}$  per i quali la funzione  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  definita da

$$f(x, y) = \frac{\arctan(x^2 + y^2)^\alpha}{x^2 + y^2} e^{-(x^2 + y^2)}, \quad f(0, 0) = 0$$

è sommabile su  $\mathbf{R}^2$ .

- ☐  $\alpha > 0$
- ☐  $\alpha \geq 0$
- ☐  $\alpha \leq 0$
- ☐ Nessuno dei precedenti

(7). Calcolare  $I = \lim_{x \rightarrow +\infty} u(x)$ , dove  $u$  è la soluzione del problema di Cauchy

$$u'''(x) + u''(x) - 8u'(x) - 12u(x) = 0, \quad u(1) = 0, u'(1) = e^{-2}, u''(1) = -4e^{-2}$$

- ☐  $I = +\infty$
- ☐  $I = 0$
- ☐  $I = 1$
- ☐ Nessuno dei precedenti

(8). Qual è la misura di Lebesgue del piano  $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; x = 0\}$

- ☐ zero, perché è grafico di una funzione continua
- ☐ infinito, perché non è numerabile
- ☐ infinito, perché non è limitato
- ☐ Nessuno dei precedenti

**PROVA SCRITTA DI  
ANALISI MATEMATICA 2  
Corso di Laurea in INFORMATICA  
Prof.O.LIESS**

**Sessione Estiva 1997/98-II Appello: 13 Luglio 1998**

**COGNOME e NOME** (Stampatello):

**MATRICOLA:**

**N.B.** Ogni risposta esatta vale 3 punti. **Ammissione certa** con punteggio  $\geq 12$ . Barrare una sola casella.

**(1).** Calcolare l'integrale curvilineo

$$I = \int_{\Gamma} x \cos(x^2) \sin(y^2) dx + y \sin(x^2) \cos(y^2) dy$$

dove  $\Gamma$  è il segmento orientato di estremi  $A = (0, 0)$ ,  $B = (\sqrt{\pi}/2, \sqrt{\pi}/2)$

- ☐  $I = 1/2$
- ☐  $I = 1/8$
- ☐  $I = 1/4$
- ☐ Nessuno dei precedenti

**(2).** Calcolare l'immagine  $I$  della funzione  $f: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x, y, z) = x^4 + 1$  sull'insieme  $A = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; x^2 + y^2 + z^2 \leq 7\}$

- ☐  $I = [1, 1 + 7^4]$
- ☐  $I = (1, 1 + 7^4)$
- ☐  $I = [1, 8]$
- ☐ Nessuno dei precedenti

**(3).** Determinare tutti gli  $\alpha \in \mathbf{R}$  per i quali la funzione  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  definita da

$$f(x, y) = \begin{cases} (x^2 + y^2)^{-\alpha} \log(1 + (x^2 + y^2)^\alpha), & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

è continua

- ☐  $\alpha \leq 0$
- ☐  $\alpha < 0$
- ☐  $\alpha \in \mathbf{R}$
- ☐ Nessuno dei precedenti

(4). Calcolare

$$I = \int \int_{\mathbf{R}^2} \exp(-8x^2 - 8xy - 4y^2) dx dy$$

- ☐  $I = \pi/2$
- ☐  $I = \pi/3$
- ☐  $I = \pi$
- ☐ Nessuno dei precedenti

(5). Calcolare

$$J = \int \int_A (2x + 3y) dx dy$$

dove  $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2; x > 0, x^2 < y < \sqrt{x}\}$

- ☐  $J = \sqrt{2}$
- ☐  $J = 1$
- ☐  $J = -1$
- ☐ Nessuno dei precedenti

(6). Determinare tutti gli  $\alpha \in \mathbf{R}$  per i quali la funzione  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  definita da

$$f(x, y) = \frac{\log(1 + (x^2 + y^2)^\alpha)}{1 + x^4 + y^4}, \quad f(0, 0) = 0$$

è sommabile su  $\mathbf{R}^2$

- ☐  $\alpha \in \mathbf{R}$
- ☐  $\alpha > 0$
- ☐  $\alpha \geq 0$
- ☐ Nessuno dei precedenti

(7). Calcolare  $I = u(1)$ , dove  $u$  è la soluzione del problema di Cauchy

$$u'''(x) - 6u''(x) + 11u'(x) - 6u(x) = 0, \quad u(0) = 3, u'(0) = 6, u''(0) = 14$$

- ☐  $I = (\epsilon^4 - \epsilon)/(\epsilon - 1)$
- ☐  $I = 2$
- ☐  $I = 1 + \epsilon + \epsilon^2$
- ☐ Nessuno dei precedenti

(8). Qual è la misura di Lebesgue dell'insieme  $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; x^2 + y^2 + z^2 - 1 = 0\}$

- ☐ zero, perché è grafico di una funzione continua
- ☐  $4\pi$ , perché si tratta della superficie della sfera di raggio 1 in  $\mathbf{R}^3$
- ☐ infinito, perché l'insieme non è misurabile
- ☐ Nessuno dei precedenti

**PROVA SCRITTA DI  
ANALISI MATEMATICA 2  
Corso di Laurea in INFORMATICA**

**Sessione Autunnale 1997/98-I Appello: 18 Settembre 1998**

**COGNOME e NOME** (Stampatello):

**MATRICOLA:**

**N.B.** Ogni risposta esatta vale 3 punti. **Ammissione certa** con punteggio  $\geq 12$ . Barrare una sola casella.

**(1).** Calcolare l'integrale curvilineo

$$I = \int_{\Gamma} \tan(x-1)y^2 dx + x \frac{1-y^2}{1+y^2} dy$$

dove  $\Gamma$  è il segmento orientato di estremi  $A = (1, 1)$ ,  $B = (1, \sqrt{3})$ .

- ☐  $I = 3\pi/4 - \sqrt{3}$
- ☐  $I = \pi/6 - \sqrt{3} + 1$
- ☐  $I = 15$
- ☐ Nessuno dei precedenti

**(2).** Calcolare l'immagine  $I$  della funzione  $f: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x, y, z) = x + y + 3z$  sull'insieme  $A = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; 4x^2 + y^2 + 4z^2 \leq 196\}$ .

- ☐  $I = [-14\sqrt{7}, 14\sqrt{7}]$
- ☐  $I = [-14\sqrt{14}, 14\sqrt{14}]$
- ☐  $I = (-7\sqrt{14}, 7\sqrt{14})$
- ☐ Nessuno dei precedenti

**(3).** Determinare tutti gli  $\alpha \in \mathbf{R}$  per i quali la funzione  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  definita da

$$f(x, y) = \begin{cases} (x^2 + 2y^2)^\alpha \ln [1 + (2x^2 + y^2)^{-\alpha}], & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

è continua

- ☐  $\alpha > 0$
- ☐  $\alpha \geq 0$
- ☐  $\alpha \in \mathbf{R}$
- ☐ Nessuno dei precedenti

(4). Calcolare

$$I = \int \int \int_{\mathbf{R}^3} (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2} e^{-x^2 - y^2 - z^2} dx dy dz$$

- ☐  $I = 3\pi/4$
- ☐  $I = 3\pi^2/2$
- ☐  $I = 5\pi/2$
- ☐ Nessuno dei precedenti

(5). Calcolare

$$J = \int \int_A x e^{-y} dx dy$$

dove  $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2; x > 0, x^2 < y < 2x^2\}$

- ☐  $J = 1/4$
- ☐  $J = -1/4$
- ☐  $J = 1/8$
- ☐ Nessuno dei precedenti

(6). Determinare tutti gli  $\alpha \geq 0$  per i quali la funzione  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  definita da

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sin(x^2 + y^2)^\alpha}{(x^2 + y^2)}, & \text{se } x^2 + y^2 < 2, \\ e^{-x^2 - y^2} (x^2 + y^2)^{3\alpha}, & \text{se } x^2 + y^2 \geq 2 \end{cases}$$

è sommabile su  $\mathbf{R}^2$ .

- ☐  $\alpha > 0$
- ☐  $\alpha \geq 0$
- ☐  $\alpha \geq 2$
- ☐ Nessuno dei precedenti

(7). Calcolare  $I = \lim_{x \rightarrow +\infty} u(x)$ , dove  $u$  è la soluzione del problema di Cauchy

$$u'''(x) - u''(x) + u'(x) - u(x) = 0, \quad u(0) = 1, u'(0) = 0, u''(0) = -1.$$

- ☐  $I = +\infty$
- ☐  $I = 0$
- ☐  $I = 1$
- ☐ Nessuno dei precedenti

(8). Quale tra i seguenti insiemi non è chiuso:

- ☐  $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; 3x^2 + 2y^2 + z^2 \leq 3\}$ ,
- ☐  $\{(x, y) \in \mathbf{R}^2; \frac{1}{1 + x^2 + y^2} < 2\}$ ,
- ☐  $\{(x, y) \in \mathbf{R}^2; \sin(x + y) \leq -3/2\}$ .
- ☐ Nessuno dei precedenti

**PROVA SCRITTA DI  
ANALISI MATEMATICA 2  
Corso di Laurea in INFORMATICA**

**Sessione Autunnale 1997/98-II Appello: 9 Ottobre 1998**

**COGNOME e NOME** (Stampatello):

**MATRICOLA:**

**N.B.** Ogni risposta esatta vale 3 punti. **Ammissione certa** con punteggio  $\geq 12$ . Barrare una sola casella.

**(1).** Calcolare l'integrale curvilineo

$$I = \int_{\Gamma} \frac{1}{(\cos x)^2} dx + (1 + \ln y) dy$$

dove  $\Gamma$  è il segmento orientato di estremi  $A = (0, 0)$ ,  $B = (\pi/4, 1)$ .

- ☐  $I = 1$ ,
- ☐  $I = 2$ ,
- ☐  $I = 3$ ,
- ☐ Nessuno dei precedenti

**(2).** Calcolare l'immagine  $I$  della funzione  $f: \mathbf{R}^3 \longrightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z$  sull'insieme  $A = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \leq 4\}$ .

- ☐  $I = [-4, 4]$ ,
- ☐  $I = [-4, 16.25]$ ,
- ☐  $I = (-4, 4)$ ,
- ☐ Nessuno dei precedenti

**(3).** Determinare tutti gli  $\alpha \geq 0$  per i quali la funzione  $f: \mathbf{R}^2 \longrightarrow \mathbf{R}$  definita da

$$f(x, y) = \begin{cases} (|x|/|y|)^\alpha, & \text{per } |x| \leq |y|/3, (x, y) \neq (0, 0), \\ |y|^\alpha, & \text{per } |y| < 3|x|, (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & \text{se } (x, y) = (0, 0), \end{cases}$$

è continua

- ☐  $\alpha > 0$ ,
- ☐  $\alpha \geq 0$ ,
- ☐  $\alpha \geq 1$ ,
- ☐ Nessuno dei precedenti

(4). Calcolare

$$I = \int_{\mathbf{R}^2} (x^2 + y^2)^4 e^{-x^2 - y^2} dx dy$$

- ☐  $I = 36\pi$ ,
- ☐  $I = 24\pi$ ,
- ☐  $I = 48\sqrt{\pi}$ ,
- ☐ Nessuno dei precedenti

(5). Calcolare

$$J = \int \int_A 3 \frac{e^x}{x} y^2 dx dy$$

dove  $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2; x > 0, x^{2/3} \leq y \leq x^{1/3}\}$

- ☐  $J = 2(\epsilon - 1)$
- ☐  $J = 2\epsilon$
- ☐  $J = \epsilon - 2$
- ☐ Nessuno dei precedenti

(6). Determinare tutti gli  $\alpha \in \mathbf{R}$  per i quali la funzione  $f: \mathbf{R}^4 \rightarrow \mathbf{R}$  definita da

$$f(x) = (x_1^2 + 2x_2^2 + 3x_3^2 + 4x_4^2)^{5-\alpha} (1 + \sqrt{x_1^2 + 2x_2^2 + 3x_3^2 + 4x_4^2})^{-5}$$

è sommabile su  $\mathbf{R}^4$ .

- ☐  $\alpha > 0$ ,
- ☐  $\alpha \geq 0$ ,
- ☐  $9/2 \leq \alpha \leq 7$ ,
- ☐ Nessuno dei precedenti

(7). Calcolare  $I = \lim_{x \rightarrow +\infty} u(x)$ , dove  $u$  è la soluzione del problema di Cauchy

$$u'''(x) - 9u''(x) + 27u'(x) - 27u(x) = 0, \quad u(0) = 0, u'(0) = 1, u''(0) = 6.$$

- ☐  $I = +\infty$ ,
- ☐  $I = 0$ ,
- ☐  $I = 1$ ,
- ☐ Nessuno dei precedenti

(8). L'immagine di un insieme chiuso  $A \subset \mathbf{R}^n$  per una funzione continua  $f: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$

- ☐ è sempre chiusa,
- ☐ è chiusa se  $A$  è limitato,
- ☐ è chiusa se  $A = \mathbf{R}^n$ ,
- ☐ Nessuno dei precedenti



**PROVA SCRITTA DI  
ANALISI MATEMATICA 2  
Corso di Laurea in INFORMATICA**

**Sessione Autunnale 1997/98-III Appello: 5 Dicembre 1998**

**COGNOME e NOME** (Stampatello):

**MATRICOLA:**

**N.B.** Ogni risposta esatta vale 3 punti. **Ammissione certa** con punteggio  $\geq 12$ . Barrare una sola casella.

**(1).** Calcolare l'integrale curvilineo

$$I = \int_{\Gamma} \left[ \frac{x^3}{1+x^4} + 1 - y \right] dx - \left[ x + \frac{1}{4} \ln(1+y) + \frac{1}{4} \frac{y}{1+y} \right] dy$$

dove  $\Gamma$  è il segmento orientato di estremi  $A = (0, 0)$ ,  $B = (1, 1)$ .

- ☐  $I = 0$
- ☐  $I = 1$
- ☐  $I = 3$
- ☐ Nessuno dei precedenti

**(2).** Calcolare l'immagine  $I$  della funzione  $f: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x, y, z) = x^2 - 2xy + 2y^2 + z$  sull'insieme  $A = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; \sqrt{x^2 - 2xy + 2y^2 + z^2} \leq 2\}$ .

- ☐  $I = [-4, 4]$
- ☐  $I = [-2, 4.25]$
- ☐  $I = (-4, 4)$
- ☐ Nessuno dei precedenti

**(3).** Determinare tutti gli  $\alpha \geq 0$  per i quali la funzione  $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  definita da

$$f(x, y) = \begin{cases} \sin(|x|/|y|)^\alpha, & \text{per } |x| \leq |y|^2, x \neq 0, \\ |x|^\alpha/|y|, & \text{per } |y|^2 < |x|, y \neq 0, \\ 0, & \text{se } x = 0 \text{ o } y = 0, \end{cases}$$

è continua

- ☐  $\alpha > 0$
- ☐  $\alpha \geq 0$
- ☐  $\alpha \geq 1$
- ☐ Nessuno dei precedenti

(4). Calcolare

$$I = \int_A x e^{-x^2-y^2-z^2} dx dy dz,$$

dove  $A = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; x \geq 0\}$ .

- ☐  $I = \pi$
- ☐  $I = 2\pi$
- ☐  $I = \pi/2$
- ☐ Nessuno dei precedenti

(5). Calcolare

$$J = \int \int_A y \cos(y^2) \cos^2 x dx dy$$

dove  $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2; 0 \leq x \leq \pi/2, 0 \leq y \leq \sqrt{x}\}$

- ☐  $J = 1/3$
- ☐  $J = 1/6$
- ☐  $J = 1/12$
- ☐ Nessuno dei precedenti

(6). Determinare tutti gli  $\alpha \geq 0$  per i quali la funzione  $f: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}$  definita da

$$f(x) = [\sin(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)]^\alpha \text{ per } |x| \leq 1, f(x) = (\sqrt{x_1^2 + 2x_2^2 + 3x_3^2})^{-6+\alpha} \text{ per } |x| > 1$$

è sommabile su  $\mathbf{R}^3$ . ( $x = (x_1, x_2, x_3)$ .)

- ☐  $\alpha > 0$
- ☐  $\alpha \geq 3$
- ☐  $0 \leq \alpha \leq 4$
- ☐ Nessuno dei precedenti

(7). Calcolare  $I = \lim_{x \rightarrow +\infty} u(x) \exp[4x]$ , dove  $u$  è la soluzione del problema di Cauchy

$$u'''(x) + 9u''(x) + 27u'(x) + 27u(x) = 0, u(0) = 0, u'(0) = 0, u''(0) = -1.$$

- ☐  $I = -\infty$
- ☐  $I = 0$
- ☐  $I = 1$
- ☐ Nessuno dei precedenti

(8). L'immagine di un insieme compatto  $A \subset \mathbf{R}^n$  per la funzione  $f: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$  definita da  $f(x) = 1/|x|$  se  $x \neq 0$ ,  $f(0) = 0$ ,

- ☐ è sempre compatta
- ☐ è sempre limitata
- ☐ è sempre chiusa
- ☐ Nessuno dei precedenti