PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA 1

Ing. [Elettn, Gestio, Informa, Teleco](P/Z), Chimica

(Alberto PARMEGGIANI)

Anticipo Sessione Estiva 1997/98-I Appello: 20 Gennaio 1998 (11)

COGNOME e NOME (Stampatello):

MATRICOLA:

N.B. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni errata -1/2. **Ammissione** con punteggio $\geq$ 7. Barrare **una sola** casella.

(1). Determinare tutti gli $x \in \mathbf{R}$ per i quali è convergente la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \arctan(\frac{n}{n^2+1})\Big(\frac{x}{x+1}\Big)^n$$

☐ $\forall x \in \mathbf{R}$
☐ $x > -1/2$
☐ $x \geq -1/2$
☐ Nessuno dei precedenti

(2). Si calcoli il

$$\lim_{x \to 0+} \frac{((\tan x)^{\arctan x} - 1) + \log(1 + \sin x)}{x^{\sqrt{x}} - \cos(x \log x)}$$

☐ $+\infty$
☐ 0
☐ 1
☐ Nessuno dei precedenti

(3). Determinare tutti i $\lambda \in \mathbf{R}$ per i quali l'equazione

$$x^2 e^{-x^2} = \lambda$$

ha esattamente quattro soluzioni reali distinte.
☐ $\lambda > 0$
☐ $\lambda \in (0, 2/e)$
☐ $\lambda \in (0, 1/e)$
☐ Nessuno dei precedenti

(4). Determinare tutti gli $\alpha \in \mathbf{R}$ e $\beta > 0$ per i quali è convergente l'integrale generalizzato

$$\int_0^{+\infty} \frac{|\sinh x - \alpha \sin x|}{x^2 \beta^x} dx$$

☐ $\alpha \in \mathbf{R}$, $\beta > 0$
☐ $\alpha \geq 1$, $\beta > e$
☐ $\alpha = 1$, $\beta \geq e$
☐ Nessuno dei precedenti

(5). Detta $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy $y' = 5x^2 - 6y$, $y(0) = 2$, calcolare

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{y(x)}{x^2}$$

☐ 0
☐ $+\infty$
☐ $5/6$
☐ Nessuno dei precedenti

(6). Dette $z_1, z_2 \in \mathbf{C}$ le soluzioni dell'equazione

$$z^2 - 2\mathrm{Im}z = |z|^2 + 2i - 1,$$

calcolare $z_1 + z_2$
☐ $2 - i$
☐ -1
☐ $(1 - 2i)/2$
☐ Nessuno dei precedenti

(7). Calcolare

$$\int_0^{\pi/4} \frac{\sin(2x)}{\cos^2 x + 3 \sin x - 3} dx$$

☐ $2 \log 2 - \log\Big((9 - 4\sqrt{2})/(2 - \sqrt{2})\Big)$
☐ $4 \log 2 - 2 \log\Big((9 - 4\sqrt{2})/(2 - \sqrt{2})\Big)$
☐ $1 + \log(9 - 4\sqrt{2})$
☐ Nessuno dei precedenti

(8). Calcolare

$$\lim_{k \to +\infty} \Big[\int_1^3 \log(k(x+1)) dx - \log(k+1) \Big]$$

☐ 1
☐ $+\infty$
☐ -1
☐ Nessuno dei precedenti

PROVA SCRITTA DI
ANALISI MATEMATICA 1

Ing. [Elettn, Gestio, Informa, Teleco](P/Z), Chimica

(Alberto PARMEGGIANI)

Anticipo Sessione Estiva 1997/98-I Appello: 20 Gennaio 1998 (22)

COGNOME e NOME (Stampatello):

MATRICOLA:

N.B. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni errata -1/2. **Ammissione** con punteggio $\geq$ 7. Barrare **una sola** casella.

(1). Calcolare

$$\int_0^{\pi/3} \frac{\sin(2x)}{\cos^2 x + 3\sin x - 3} dx$$

- ☐ $2\log 2 - \log\Big((17-2\sqrt{3})/(4-2\sqrt{3})\Big)$
- ☐ $\log(17-2\sqrt{3}) - 1$
- ☐ $4\log 2 - 2\log\Big((17-2\sqrt{3})/(4-2\sqrt{3})\Big)$
- ☐ Nessuno dei precedenti

(2). Detta $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy $y' = 5x^2 + 4y$, $y(0) = 1$, calcolare

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{y(x)}{x^2}$$

- ☐ 0
- ☐ $-5/4$
- ☐ $+\infty$
- ☐ Nessuno dei precedenti

(3). Dette $z_1, z_2 \in \mathbf{C}$ le soluzioni dell'equazione

$$z^2 - 2\mathrm{Im}z = |z|^2 - 2 + i,$$

calcolare $z_1 + z_2$

- ☐ $2 - i$
- ☐ $(1-2i)/2$
- ☐ -1
- ☐ Nessuno dei precedenti

(4). Determinare tutti gli $x \in \mathbf{R}$ per i quali è convergente la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \log(1 + \frac{n}{n^2+1})\left(\frac{x+1}{x}\right)^n$$

☐ $\forall x \in \mathbf{R}$
☐ $x < -1/2$
☐ $x \leq -1/2$
☐ Nessuno dei precedenti

(5). Calcolare

$$\lim_{k \to +\infty} \left[\int_1^3 \log(k(x+2))dx - 3\log(k+1)\right]$$

☐ -1
☐ 1
☐ $-\infty$
☐ Nessuno dei precedenti

(6). Si calcoli il

$$\lim_{x \to 0+} \frac{((\sin x)^{\arctan x} - 1) + \log(1 + \tan x)}{\left(x^{\sqrt{x}} - \cos(x \log x)\right)^3}$$

☐ $+\infty$
☐ $-\infty$
☐ 0
☐ Nessuno dei precedenti

(7). Determinare tutti i $\lambda \in \mathbf{R}$ per i quali l'equazione

$$\frac{1}{16}x^4 e^{-x} = \lambda$$

ha esattamente due soluzioni reali distinte.
☐ $\forall \lambda > 0$
☐ $\lambda \in (0, 16/e^4)$
☐ $\lambda \in (0, 20/e^4)$
☐ Nessuno dei precedenti

(8). Determinare tutti gli $\alpha \in \mathbf{R}$ e $\beta > 0$ per i quali è convergente l'integrale generalizzato

$$\int_0^{+\infty} \frac{|\sinh x - \alpha \sin x|^2}{x^3 \beta^x} dx$$

☐ $\alpha \in \mathbf{R}$, $\beta > 0$
☐ $\alpha = 1$, $\beta \geq e^2$
☐ $\alpha \geq 1$, $\beta > e^2$
☐ Nessuno dei precedenti

PROVA SCRITTA DI
ANALISI MATEMATICA 1

Ing. [Elettn, Gestio, Informa, Teleco](P/Z), Chimica

(Alberto PARMEGGIANI)

Anticipo Sessione Estiva 1997/98-II Appello: 12 Febbraio 1998 (11)

COGNOME e NOME (Stampatello):

MATRICOLA:

N.B. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni errata -1/2. **Ammissione** con punteggio $\geq$ 7. Barrare **una sola** casella.

(1). Determinare tutti gli $x \in \mathbf{R}$ per i quali è convergente la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \Big(\sqrt{1 + \tan \frac{1}{n^2}} - \sqrt{1 + \sin \frac{1}{n^3}} \Big) e^{(x^2 - 5x + 6)n}$$

☐ $\forall x \in \mathbf{R}$
☐ $2 \leq x < 3$
☐ $2 < x < 3$
☐ Nessuno dei precedenti

(2). Si calcoli il

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{2e^{1/x} - \cos(1/x) - (1/x)^{1/x}}{\Big(\sqrt{1 + \sin(1/x)} - \sqrt{1 + \sinh(1/x)} \Big)^2}$$

☐ $-\infty$
☐ 0
☐ $+\infty$
☐ Nessuno dei precedenti

(3). Determinare tutti i $\lambda \in \mathbf{R}$ per i quali l'equazione

$$\frac{x}{x+1} - \arctan x = \lambda, \ x \neq -1$$

ha esattamente due soluzioni reali distinte
☐ $\lambda \in (1 - \pi/2, 1 + \pi/2)$
☐ $\lambda \in [1 - \pi/2, 0]$
☐ $\lambda \in (1 - \pi/2, 0)$
☐ Nessuno dei precedenti

(4). Determinare tutti gli $\alpha, \beta \geq 0$ per i quali è convergente l'integrale generalizzato

$$\int_0^{+\infty} \frac{\arctan x}{x^\alpha |x^5 - 1|^\beta} dx$$

☐ $1 - \beta < \alpha < 2$, $\beta < 1$
☐ $1 - 5\beta < \alpha < 2$, $\beta < 1/5$
☐ $1 - 5\beta < \alpha < 2$, $\beta < 1$
☐ Nessuno dei precedenti

(5). Calcolare

$$\int_0^{\pi/4} \Big[\frac{\cos x}{3 - \cos^2 x} + \frac{1 + \tan^2 x}{(1 + \tan x)^2} \Big] dx$$

☐ $(1/2) \arctan(1/2) + 1/\sqrt{2}$
☐ $(1/\sqrt{2}) \arctan(1/2) + 1/2$
☐ $\arctan(1/\sqrt{2}) + 1/2$
☐ Nessuno dei precedenti

(6). Il luogo degli $z \in \mathbf{C}$ tali che $(z + i)/z \in \mathbf{R}$ è
☐ una circonferenza
☐ una retta passante per l'origine, esclusa l'origine
☐ una retta il cui coefficiente angolare è positivo
☐ Nessuno dei precedenti

(7). Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$y' = \frac{1}{1 + x^2} y, \quad y(0) = 5.$$

Calcolare

$$\lim_{x \to +\infty} y(x)$$

☐ 0
☐ $+\infty$
☐ $5e^{\pi/2}$
☐ Nessuno dei precedenti

(8). Calcolare

$$\lim_{k \to +\infty} \Big(2 \int_4^{4e} \frac{\log(kx)}{x} dx - \log(k(k+1)) \Big)$$

☐ $-\infty$
☐ $4 \log 2$
☐ $4 \log 2 + 1$
☐ Nessuno dei precedenti

PROVA SCRITTA DI
ANALISI MATEMATICA 1

Ing. [Elettn, Gestio, Informa, Teleco](P/Z), Chimica

(Alberto PARMEGGIANI)

Anticipo Sessione Estiva 1997/98-II Appello: 12 Febbraio 1998 (22)

COGNOME e NOME (Stampatello):

MATRICOLA:

N.B. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni errata -1/2. **Ammissione** con punteggio $\geq$ 7. Barrare **una sola** casella.

(1). Calcolare

$$\int_0^{\pi/3} \Big[\frac{\cos x}{4-\cos^2 x} + \frac{1+\tan^2 x}{(1+\tan x)^2}\Big] dx$$

☐ $\arctan(1/\sqrt{3}) + \sqrt{3}/(1+\sqrt{3})$
☐ $(1/\sqrt{3})\arctan(1/2) + \sqrt{3}/(1+\sqrt{3})$
☐ $(1/2)\arctan(\sqrt{3}/2) + \sqrt{3}/(1+\sqrt{3})$
☐ Nessuno dei precedenti

(2). Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$y' = \frac{-1}{1+x^2}y, \quad y(0) = 5.$$

Calcolare

$$\lim_{x\to-\infty} y(x)$$

☐ $-\infty$
☐ $5e^{-\pi/2}$
☐ $-5e^{-\pi/2}$
☐ Nessuno dei precedenti

(3). Calcolare

$$\lim_{k\to+\infty}\Big(\int_4^{4e} \frac{\log(kx)}{x}dx - \log(k+1)\Big)$$

☐ $1+\log 2$
☐ $2\log 2 + 1/2$
☐ $-\infty$
☐ Nessuno dei precedenti

(4). Determinare tutti gli $x \in \mathbf{R}$ per i quali è convergente la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty}\Big(\sqrt{1+\sinh\frac{1}{n^2}}-\sqrt{1+\sin\frac{1}{n^3}}\Big)e^{(x^2-4x+3)n}$$

☐ $\forall x \in \mathbf{R}$
☐ $1 \le x \le 3$
☐ $1 \le x < 3$
☐ Nessuno dei precedenti

(5). Si calcoli il

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{2e^{1/x}-\cos(1/x)-(1/x)^{1/x}}{\Big(\cos(1/x)-\cosh(1/x)\Big)^3}$$

☐ $-\infty$
☐ $+\infty$
☐ 0
☐ Nessuno dei precedenti

(6). Determinare tutti i $\lambda \in \mathbf{R}$ per i quali l'equazione

$$\frac{x}{x+1}-\arctan x=\lambda,\ \ x\neq -1$$

ha esattamente una soluzione reale
☐ $\lambda \in (-\infty, 1-\pi/2] \cup \{0\} \cup (1+\pi/2, +\infty)$
☐ $\lambda \in (-\infty, 1-\pi/2) \cup \{0\} \cup (1+\pi/2, +\infty)$
☐ $\lambda \in (1-\pi/2, 0)$
☐ Nessuno dei precedenti

(7). Determinare tutti gli $\alpha, \beta \ge 0$ per i quali è convergente l'integrale generalizzato

$$\int_0^{+\infty}\frac{\arctan x}{x^\alpha|x^7-1|^\beta}dx$$

☐ $\alpha < 2,\ \beta < 1$
☐ $1-7\beta < \alpha < 2,\ \beta < 1$
☐ $1 < \beta+\alpha < 2+\beta,\ \beta < 1$
☐ Nessuno dei precedenti

(8). Il luogo degli $z \in \mathbf{C}$ tali che $(z-i)/z \in \mathbf{R}$ è
☐ una circonferenza
☐ l'asse Imz, esclusa l'origine
☐ una retta parallela all'asse Rez
☐ Nessuno dei precedenti

PROVA SCRITTA DI
ANALISI MATEMATICA 1

Ing. [Elettn, Gestio, Informa, Teleco](P/Z), Chimica

(Alberto PARMEGGIANI)

Sessione Estiva 1997/98-I Appello: 23 Maggio 1998 (11)

COGNOME e NOME (Stampatello):

MATRICOLA:

N.B. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni errata -1/2. **Ammissione** con punteggio $\geq$ 7. Barrare **una sola** casella.

(1). Determinare tutti gli $x \in \mathbf{R}$ per i quali è convergente la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(n+1)^{2n} e^n}{n^{2n}} (x^2-1)^n$$

- ☐ Soltanto per $|x| = 1$
- ☐ $\sqrt{(e-1)/e} \leq |x| \leq \sqrt{(e+1)/e}$
- ☐ $\sqrt{(e-1)/e} < |x| < \sqrt{(e+1)/e}$
- ☐ Nessuno dei precedenti

(2). Si calcoli (se esiste) il

$$\lim_{x \to 0} \frac{x \sin(x^2) - 3\int_0^x (e^{t^2}-1)dt}{(\arctan x + 1 - \cos x)^5}$$

- ☐ $-\infty$
- ☐ $-3/10$
- ☐ il limite non esiste
- ☐ Nessuno dei precedenti

(3). Determinare tutti i $\lambda \in \mathbf{R}$ per i quali l'equazione

$$e - x \log^2 x = \lambda, \ x > 0$$

ha esattamente una soluzione reale

- ☐ $\lambda \in (-\infty, e)$
- ☐ $\lambda \in (-\infty, (e^3-4)/e^2) \cup \{e\}$
- ☐ $\lambda \in [(e^3-4)/e^2, e]$
- ☐ Nessuno dei precedenti

(4). Determinare tutti gli $\alpha \in \mathbf{R}, \beta \geq 0$ per i quali è convergente l'integrale generalizzato

$$\int_0^{+\infty} \frac{|x \sinh x - 2\alpha \sin(x^2)|}{x^3 e^{2\beta x \log x}} dx$$

☐ $\forall \alpha \in \mathbf{R}$, $\beta \geq 0$
☐ $\alpha = 1/2$, $\beta \geq 0$
☐ $\alpha = 1/2$, $\beta > 0$
☐ Nessuno dei precedenti

(5). Calcolare

$$\int_{\log(\pi/2)/\log 2}^{\log \pi/\log 2} \frac{2^x \sin(2^x)}{1 + \cos^2(2^x)} dx$$

☐ $\pi/4$
☐ $-\pi/\log 2$
☐ $\pi/(4 \log 2)$
☐ Nessuno dei precedenti

(6). Dette z_1, z_2 le soluzioni in $\mathbf{C}$ dell'equazione $2z - z^2 = |z|^2 - 1$, calcolare $z_1 + z_2$
☐ i
☐ $1/2$
☐ 1
☐ Nessuno dei precedenti

(7). Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$y' = \frac{1}{x} y + \cos x, \quad y(1) = 0.$$

Calcolare (se esiste)

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{y(x)}{x^2}$$

☐ 0
☐ $+\infty$
☐ il limite non esiste
☐ Nessuno dei precedenti

(8). Calcolare (se esiste) il limite della seguente successione definita per ricorrenza:

$$x_1 = \frac{1}{2}, \quad x_{n+1} = x_n^2 + \frac{1}{3} x_n + \frac{1}{16}, \; n = 1, 2, \ldots$$

☐ il limite non esiste
☐ il limite è $(4 + \sqrt{7})/12$ ed è raggiunto in modo monotono crescente
☐ il limite è $(4 - \sqrt{7})/12$ ed è raggiunto in modo monotono decrescente
☐ Nessuno dei precedenti

PROVA SCRITTA DI
ANALISI MATEMATICA 1

Ing. [Elettn, Gestio, Informa, Teleco](P/Z), Chimica

(Alberto PARMEGGIANI)

Sessione Estiva 1997/98-I Appello: 23 Maggio 1998 (22)

COGNOME e NOME (Stampatello):

MATRICOLA:

N.B. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni errata -1/2. **Ammissione** con punteggio $\geq$ 7. Barrare **una sola** casella.

(1). Calcolare

$$\int_0^1 3^{2x}\arctan(3^x)dx$$

☐ $\arctan 3 - 1 - \pi/4$
☐ $(5\arctan 3 - 1 - \pi/4)/\log 3$
☐ $(5\arctan 3 - 1 - \pi)/(4\log 3)$
☐ Nessuno dei precedenti

(2). Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$y' = \frac{1}{x}y + |\sin x|, \quad y(1) = 0.$$

Calcolare (se esiste)

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{y(x)}{x}$$

☐ $-\infty$
☐ 0
☐ il limite non esiste
☐ Nessuno dei precedenti

(3). Calcolare (se esiste) il limite della seguente successione definita per ricorrenza:

$$x_1 = \frac{1}{4},\ x_{n+1} = x_n^2 + \frac{1}{2}x_n + \frac{1}{18},\ n = 1, 2, \dots$$

☐ il limite è 1/6 ed è raggiunto in modo monotono crescente
☐ il limite non esiste
☐ il limite è 1/3 ed è raggiunto in modo monotono crescente
☐ Nessuno dei precedenti

(4). Determinare tutti gli $x \in \mathbf{R}$ per i quali è convergente la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(2n+1)^{2n+1}}{(n+1)^{2n}} (x^3 - \pi)^n$$

☐ soltanto per $x = \pi$
☐ $(\pi - 1/4)^{1/3} \le x < (\pi + 1/4)^{1/3}$
☐ $(\pi - 1/4)^{1/3} \le x \le (\pi + 1/4)^{1/3}$
☐ Nessuno dei precedenti

(5). Si calcoli (se esiste) il

$$\lim_{x \to 1} \frac{\left[\log\Big(1 + \sin((x-1)^2)\Big) + \int_1^x (t^t - 1)dt\right]^2}{(x-1)\sin(x-1) - 1 + \cos(x-1)}$$

☐ $-\infty$
☐ $-27/4$
☐ il limite non esiste
☐ Nessuno dei precedenti

(6). Determinare tutti i $\lambda \in \mathbf{R}$ per i quali l'equazione

$$x(3 - \log^2 x) = \lambda, \ \ x > 0$$

ha esattamente due soluzioni reali distinte
☐ $\lambda \in (-6/e^3, 2e)$
☐ $\lambda \in \{-6/e^3\} \cup [0, 2e)$
☐ $\lambda \in \{-6/e^3\} \cup (0, 2e)$
☐ Nessuno dei precedenti

(7). Determinare tutti gli $\alpha \in \mathbf{R}, \beta \ge 0$ per i quali è convergente l'integrale generalizzato

$$\int_0^{+\infty} \frac{|\tanh x - \alpha \sinh x|}{x^2 e^{\beta x \log x}} dx$$

☐ $\alpha = 1, \ \beta > 0$
☐ $\alpha = 1, \ \beta \ge 0$
☐ $\forall \alpha \in \mathbf{R}, \ \beta > 0$
☐ Nessuno dei precedenti

(8). Dette z_1, z_2, z_3, z_4 le soluzioni in $\mathbf{C}$ dell'equazione $z^2 + 2\bar{z} - 2 = 0$, calcolare $z_1 z_2 z_3 z_4$
☐ -4
☐ 4
☐ 0
☐ Nessuno dei precedenti

PROVA SCRITTA DI
ANALISI MATEMATICA 1

Ing. [Elettn, Gestio, Informa, Teleco](P/Z), Chimica

(Alberto PARMEGGIANI)

Sessione Estiva 1997/98-II Appello: 19 Giugno 1998 (11)

COGNOME e NOME (Stampatello):

MATRICOLA:

N.B. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni errata -1/2. **Ammissione** con punteggio $\geq$ 7. Barrare **una sola** casella.

(1). Determinare tutti gli $x > -1$ per i quali converge la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt{n} \sin\left(\frac{1}{n^{2+\frac{1}{n}}}\right) (\log(1+x))^n$$

☐ $\forall x > -1$
☐ $-1 + e^{-1} < x < e - 1$
☐ $-1 + e^{-1} \leq x \leq e - 1$
☐ Nessuno dei precedenti

(2). Calcolare

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\Big(\pi/2 - \arctan x\Big) - e^{-x} - \log\Big(1 + \sin(1/x)\Big)}{2\cosh(1/x) - 1 - \sqrt{1 + 1/x^2}}$$

☐ 1/2
☐ 0
☐ 1
☐ Nessuno dei precedenti

(3). Determinare tutti i $\lambda \in \mathbf{R}$ per i quali l'equazione $\arctan(1/x) = \lambda$, $x \neq 0$ ha esattamente una soluzione reale

☐ $\lambda \in [-\pi/2, \pi/2]$
☐ $\lambda \in (-\pi/2, \pi/2)$
☐ $\lambda \in (-\pi/2, \pi/2) \setminus \{0\}$
☐ Nessuno dei precedenti

(4). Determinare tutti gli $\alpha \geq 0$ per i quali è convergente l'integrale generalizzato

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sqrt{1+x}-1}{(x+x^2)^\alpha} dx$$

☐ $\alpha \geq 1$
☐ $\alpha < 2$
☐ $3/4 < \alpha < 2$
☐ Nessuno dei precedenti

(5). Calcolare

$$\int_3^4 \frac{1}{x(x^2-4)} dx$$

☐ $(1/8)\log(8/5)$
☐ $(1/8)\log(27/20)$
☐ $(1/8)\log(5/2)$
☐ Nessuno dei precedenti

(6). Dette z_1, z_2 le soluzioni in $\mathbf{C}$ dell'equazione $z^2 + i\mathrm{Re}z = 1$, calcolare $z_1 + z_2$
☐ i
☐ $-1/2$
☐ $-i$
☐ Nessuno dei precedenti

(7). Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$y' = y + \cos x, \quad y(0) = -1/2.$$

Determinare tutti gli $x \in \mathbf{R}$ per i quali $y(x) = 0$
☐ $x = \pi/4 + k\pi,\ k \in \mathbf{Z}$
☐ $x = \pi/4 + 2k\pi,\ k \in \mathbf{Z}$
☐ la soluzione non ha zeri
☐ Nessuno dei precedenti

(8). Calcolare (se esiste) il limite della seguente successione definita per ricorrenza:

$$x_1 = 4, \quad x_{n+1} = \frac{2n}{n+1} x_n, \ n = 1, 2, \dots$$

☐ il limite non esiste
☐ 0
☐ $+\infty$
☐ Nessuno dei precedenti

PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA 1

Ing. [Elettn, Gestio, Informa, Teleco](P/Z), Chimica

(Alberto PARMEGGIANI)

Sessione Estiva 1997/98-II Appello: 19 Giugno 1998 (22)

COGNOME e NOME (Stampatello):

MATRICOLA:

N.B. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni errata -1/2. **Ammissione** con punteggio $\geq$ 7. Barrare **una sola** casella.

(1). Calcolare

$$\int_1^4 \frac{1}{x(x^2+4)}dx$$

☐ $(1/8)\log(5/2)$
☐ $(1/4)\log 2$
☐ $(1/8)\log(27/20)$
☐ Nessuno dei precedenti

(2). Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$y' = y + \sin x, \quad y(0) = -1/2.$$

Determinare tutti gli $x \in \mathbf{R}$ per i quali $y(x) = 0$
☐ $x = -\pi/4 + k\pi,\ k \in \mathbf{Z}$
☐ $x = -\pi/4 + 2k\pi,\ k \in \mathbf{Z}$
☐ la soluzione non ha zeri
☐ Nessuno dei precedenti

(3). Calcolare (se esiste) il limite della seguente successione definita per ricorrenza:

$$x_1 = 4,\ x_{n+1} = \frac{\sin(1/(2n))}{\sin(1/(n+1))}x_n,\ n = 1, 2, \ldots$$

☐ 0
☐ il limite non esiste
☐ $+\infty$
☐ Nessuno dei precedenti

(4). Determinare tutti gli $x > 2$ per i quali converge la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt{n} \arctan\left(\frac{1}{n^{2+\frac{1}{n}}}\right) (\log(x-2))^n$$

☐ $2 + e^{-1} < x < 2 + e$
☐ $2 + e^{-1} \leq x \leq 2 + e$
☐ $\forall x > 2$
☐ Nessuno dei precedenti

(5). Calcolare

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{x+1} + \sinh(1/x)}{x^{7/2}\Big(\text{arctanh}^2(1/x) + e^{-x} - \sinh^2(1/x)\Big)}$$

☐ $-3/2$
☐ 0
☐ $1/2$
☐ Nessuno dei precedenti

(6). Determinare tutti i $\lambda \in \mathbf{R}$ per i quali l'equazione $xe^{-x} = \lambda$ ha esattamente una soluzione reale
☐ $\lambda \leq 0$
☐ $\lambda \in (-\infty, 0) \cup \{1/e\}$
☐ $\lambda \in (-\infty, 0] \cup \{1/e\}$
☐ Nessuno dei precedenti

(7). Determinare tutti gli $\alpha \geq 0$ per i quali è convergente l'integrale generalizzato

$$\int_0^{+\infty} \frac{|x - \sin x|}{(x + x^3)^\alpha} dx$$

☐ $\alpha < 4$
☐ $\alpha \geq 4/3$
☐ $2/3 < \alpha < 4$
☐ Nessuno dei precedenti

(8). Dette z_1, z_2 le soluzioni in $\mathbf{C}$ dell'equazione $|z|^2 + i\text{Im}z = \bar{z}^2 + 8$, calcolare $z_1 + z_2$
☐ -1
☐ i
☐ 1
☐ Nessuno dei precedenti

PROVA SCRITTA DI
ANALISI MATEMATICA 1

Ing. [Elettn, Gestio, Informa, Teleco](P/Z), Chimica

(Alberto PARMEGGIANI)

Sessione Autunnale 1997/98-I Appello: 11 Settembre 1998 (11)

COGNOME e NOME (Stampatello):

MATRICOLA:

N.B. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni errata -1/2. **Ammissione** con punteggio $\geq$ 7. Barrare **una sola** casella.

(1). Determinare tutti gli $x \in \mathbf{R}$ per i quali converge la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \sin\left(\frac{1}{n}\right)\left(xe^{x-x^2}\right)^n$$

☐ $\forall x \in \mathbf{R}$
☐ $\forall x \neq 1$
☐ $\forall x \neq 1, -1/2$
☐ Nessuno dei precedenti

(2). Calcolare

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{e^{1/x} - \sqrt{\cos(1/x)}}{\sqrt{1+(1/x)} - \sqrt{\cosh(1/x)}}$$

☐ $1/2$
☐ 2
☐ $+\infty$
☐ Nessuno dei precedenti

(3). Determinare tutti i $\lambda \in \mathbf{R}$ per i quali l'equazione $\log^2 x + 2\log x = \lambda$, $x > 0$, ha esattamente due soluzioni reali

☐ $\lambda \geq 0$
☐ $\lambda \geq -1$
☐ $\lambda > -1$
☐ Nessuno dei precedenti

(4). Determinare tutti gli $\alpha \geq 0$ per i quali è convergente l'integrale generalizzato

$$\int_1^{+\infty} \frac{\log\Big(1+\log x\Big)}{x^\alpha \arctan(1/x)} dx$$

☐ $\alpha > 1$
☐ $\alpha \geq 2$
☐ $\alpha > 2$
☐ Nessuno dei precedenti

(5). Calcolare

$$\int_3^4 \frac{(x/7)+3}{x^2-2x+1} dx$$

☐ $(1/7)\log(3/2)$
☐ $(1/7)\log(3/2) + 11/21$
☐ $(1/7)\log 2 + 11/14$
☐ Nessuno dei precedenti

(6). Calcolare

$$\sup\{|z|^2;\ z \in \mathbf{C},\ |z|^2 + 5z^2 + 10i = 0\}$$

☐ $5/\sqrt{6}$
☐ $5\sqrt{5}/\sqrt{6}$
☐ $25/\sqrt{6}$
☐ Nessuno dei precedenti

(7). Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$y' = x^{1/2}y + x^{1/2}, \quad y(0) = 1.$$

Determinare tutti gli $\alpha, \beta \in \mathbf{R}$, con $\beta < 0 < \alpha$, per i quali

$$\lim_{x\to+\infty} e^{\beta x^\alpha} y(x) \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$$

☐ $\alpha = 3/2$, $\forall \beta \in \mathbf{R}$
☐ $\alpha = 3/2, \beta = -2/3$
☐ $\alpha \leq 3/2$, $\beta = -2/3$
☐ Nessuno dei precedenti

(8). Calcolare (se esiste) il limite della seguente successione definita per ricorrenza:

$$x_1 = \log(1/8), \quad x_{n+1} = \log\left(e^{2x_n} + \frac{3}{16}\right), \ n = 1, 2, \ldots$$

☐ $+\infty$
☐ $\log(1/4)$ ed è assunto in modo crescente
☐ $\log(1/4)$ ed è assunto in modo decrescente
☐ Nessuno dei precedenti

PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA 1

Ing. [Elettn, Gestio, Informa, Teleco](P/Z), Chimica

(Alberto PARMEGGIANI)

Sessione Autunnale 1997/98-I Appello: 11 Settembre 1998 (22)

COGNOME e NOME (Stampatello):

MATRICOLA:

N.B. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni errata -1/2. **Ammissione** con punteggio $\geq$ 7. Barrare **una sola** casella.

(1). Calcolare

$$\int_2^3 \frac{2x+1}{9x^2-6x+1}dx$$

☐ $(2/9)\log(8/5) + 1/24$
☐ $(2/9)\log(8/5) + 3/8$
☐ $(2/9)\log(5/4) + 1/7$
☐ Nessuno dei precedenti

(2). Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$y' = x^{3/2}y + x^{3/2}, \quad y(0) = 1.$$

Determinare tutti gli $\alpha, \beta \in \mathbf{R}$, con $\beta < 0 < \alpha$, per i quali

$$\lim_{x\to+\infty} e^{\beta x^\alpha} y(x) \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$$

☐ $\alpha = 5/2$, $\beta < -2/5$
☐ $\alpha \leq 5/2$, $\beta = -2/5$
☐ $\alpha = 5/2$, $\beta = -2/5$
☐ Nessuno dei precedenti

(3). Calcolare (se esiste) il limite della seguente successione definita per ricorrenza:

$$x_1 = \log(1/2), \; x_{n+1} = \log\left(e^{2x_n} + \frac{2}{9}\right), \; n = 1, 2, \ldots$$

☐ $\log(1/3)$ ed è assunto in modo crescente
☐ $\log(1/3)$ ed è assunto in modo decrescente
☐ $+\infty$
☐ Nessuno dei precedenti

(4). Determinare tutti gli $x \in \mathbf{R}$ per i quali converge la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt{n} \arctan\left(\frac{1}{n^2}\right) \big(\tan[\pi(2x - x^2)]\big)^n$$

☐ $x \in (1 - (\sqrt{5}/2), 1 - (\sqrt{3}/2)) \cup (1 + (\sqrt{3}/2), 1 + (\sqrt{5}/2))$
☐ $\forall x \in \mathbf{R}$
☐ $x \in [1 - (\sqrt{5}/2), 1 - (\sqrt{3}/2)] \cup [1 + (\sqrt{3}/2), 1 + (\sqrt{5}/2)]$
☐ Nessuno dei precedenti

(5). Calcolare

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{e^{1/x} - \sqrt{1 + \log\Big(1 + (1/x)\Big)}}{\sqrt{\cosh(1/x)} - \sqrt{\cos(1/x)}}$$

☐ 2
☐ 0
☐ $+\infty$
☐ Nessuno dei precedenti

(6). Determinare tutti i $\lambda \in \mathbf{R}$ per i quali l'equazione $x \log^2 x = \lambda$, $x > 0$, ha esattamente tre soluzioni reali

☐ $\lambda > 4/e^2$
☐ $\lambda \in (0, 4/e^2)$
☐ $\lambda \in (0, 4/e^2]$
☐ Nessuno dei precedenti

(7). Determinare tutti gli $\alpha \geq 0$ per i quali è convergente l'integrale generalizzato

$$\int_1^{+\infty} \frac{\log\Big(1 + \log x\Big)}{1 + x^\alpha + e^{1/x}} dx$$

☐ $\alpha \geq 2$
☐ $\alpha > 1$
☐ $\alpha > 2$
☐ Nessuno dei precedenti

(8). Calcolare

$$\sup\{|z|^2;\ z \in \mathbf{C},\ z^2 + 5|z|^2 + 10i = 0\}$$

☐ $25/\sqrt{6}$
☐ $5/\sqrt{6}$
☐ $5\sqrt{5}/\sqrt{6}$
☐ Nessuno dei precedenti

PROVA SCRITTA DI
ANALISI MATEMATICA 1

Ing. [Elettn, Gestio, Informa, Teleco](P/Z), Chimica

(Alberto PARMEGGIANI)

Sessione Autunnale 1997/98-II Appello: 3 Ottobre 1998 (11)

COGNOME e NOME (Stampatello):

MATRICOLA:

N.B. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni errata -1/2. **Ammissione** con punteggio $\geq$ 7. Barrare **una sola** casella.

(1). Determinare tutti gli $\alpha \geq 0$ per i quali converge la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \log\Big(1+\sin\left(\frac{1}{n^\alpha}\right)\Big)\frac{\log\left(\log(1+n)\right)}{\log^4(1+n)}$$

☐ $\alpha > 1$
☐ $\alpha \geq 1$
☐ $\alpha > 2$
☐ Nessuno dei precedenti

(2). Calcolare

$$\lim_{x\to 1}\frac{\left(\log(1+\log x)+1-x^x+x\log x\right)^4}{(x-1)\sin(x-1)+2\Big(\cos(x-1)-1\Big)}$$

☐ -12
☐ $1/54$
☐ $+\infty$
☐ Nessuno dei precedenti

(3). Determinare tutti i $\lambda > 0$ per i quali l'equazione $\left|\dfrac{\log x}{x^2}\right| = \lambda$, $x > 0$, ha esattamente tre soluzioni reali

☐ $\lambda \in (0,+\infty)$
☐ $\lambda \in (0,e/2)$
☐ $\lambda \in (0,1/(2e)]$
☐ Nessuno dei precedenti

(4). Determinare tutti gli $\alpha \in \mathbf{R}$ per i quali è convergente l'integrale generalizzato

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sqrt{x}\log(1+x^\alpha)}{1+x^2}dx$$

☐ $\alpha \geq 0$
☐ $\alpha > 0$
☐ Per ogni $\alpha \in \mathbf{R}$
☐ Nessuno dei precedenti

(5). Calcolare

$$\int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{\cos x}{(\sin^2 x + 1)\sin^2 x}dx$$

☐ $\sqrt{2} - 1 + \pi/4 + \arctan(1/\sqrt{2})$
☐ $\sqrt{2} - 1 - \pi/4 + \arctan(1/\sqrt{2})$
☐ $2(\sqrt{2} - 1) + 2\sqrt{2}(\pi/4 - \arctan\sqrt{2})$
☐ Nessuno dei precedenti

(6). Calcolare $\mathrm{Re}(z_1 + z_2)$, dove z_1, z_2 sono le soluzioni in **C con parte reale positiva** dell'equazione $z^4 - (1+i)z^2 + i = 0$.
☐ $(\sqrt{2}+1)/\sqrt{2}$
☐ 0
☐ $1 + \sqrt{2}$
☐ Nessuno dei precedenti

(7). Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$y' = \frac{x-1}{x+1}y + x, \quad y(0) = 0.$$

Determinare tutti gli $\alpha \in \mathbf{R}$ per i quali

$$\lim_{x\to+\infty} e^{\alpha x} y(x) \in \mathbf{R}$$

☐ $\forall \alpha \leq -1$
☐ $\forall \alpha \geq 1$
☐ $\alpha = -1$
☐ Nessuno dei precedenti

(8). Calcolare (se esiste) il limite della seguente successione definita per ricorrenza:

$$x_1 = \arctan(1/2), \quad x_{n+1} = \arctan\left((\tan x_n)^2 + \frac{1}{8}\right), \ n = 1, 2, \ldots$$

☐ $+\infty$
☐ $\arctan((2-\sqrt{2})/4)$ ed è assunto in modo crescente
☐ $\arctan((2+\sqrt{2})/4)$ ed è assunto in modo decrescente
☐ Nessuno dei precedenti

PROVA SCRITTA DI
ANALISI MATEMATICA 1

Ing. [Elettn, Gestio, Informa, Teleco](P/Z), Chimica

(Alberto PARMEGGIANI)

Sessione Autunnale 1997/98-II Appello: 3 Ottobre 1998 (22)

COGNOME e NOME (Stampatello):

MATRICOLA:

N.B. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni errata -1/2. **Ammissione** con punteggio $\geq$ 7. Barrare **una sola** casella.

(1). Calcolare

$$\int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{\cos x}{(\sin^2 x + 1/2)\sin^2 x} dx$$

- ☐ $2(\sqrt{2}-1) + 2\sqrt{2}(\pi/4 - \arctan\sqrt{2})$
- ☐ $2(1-\sqrt{2}) + 2\sqrt{2}(\arctan\sqrt{2} - \pi/4)$
- ☐ $1 + \pi/4 - \sqrt{2} - \arctan(1/\sqrt{2})$
- ☐ Nessuno dei precedenti

(2). Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$y' = -\frac{x+1}{x-1}y + x, \quad y(0) = 0.$$

Determinare tutti gli $\alpha \in \mathbf{R}$ per i quali

$$\lim_{x\to-\infty} e^{\alpha x} y(x) \in \mathbf{R}$$

- ☐ $\forall\alpha \in \mathbf{R}$
- ☐ $\forall\alpha \geq 1$
- ☐ $\forall\alpha > 1$
- ☐ Nessuno dei precedenti

(3). Calcolare (se esiste) il limite della seguente successione definita per ricorrenza:

$$x_1 = \arctan(1/20),\ x_{n+1} = \arctan\left((\tan x_n)^2 + \frac{1}{16}\right),\ n = 1, 2, \ldots$$

- ☐ $\arctan((2-\sqrt{3})/4)$ ed è assunto in modo crescente
- ☐ $\arctan((2-\sqrt{2})/4)$ ed è assunto in modo decrescente
- ☐ $+\infty$
- ☐ Nessuno dei precedenti

(4). Determinare tutti gli $\alpha \geq 0$ per i quali converge la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \log\left(1 + \tan\left(\frac{1}{n^\alpha}\right)\right) \frac{\log(\log(1+n))}{\log^3(1+n)}$$

☐ $\alpha > 1$
☐ $\alpha \geq 1$
☐ $\alpha \geq 3$
☐ Nessuno dei precedenti

(5). Calcolare

$$\lim_{x \to 0} \frac{(1/2)x \sinh x - \left(\cosh x - 1\right)}{\left(\log\left(1 + \log(1+x)\right) + 1 - \log(1+x) - e^{x \log(1+x)}\right)^2}$$

☐ $-1/12$
☐ $1/54$
☐ -12
☐ Nessuno dei precedenti

(6). Determinare tutti i $\lambda > 0$ per i quali l'equazione $\left|x^2(-1 + \log x)\right| = \lambda$, $x > 0$, ha esattamente tre soluzioni reali
☐ $\lambda \in (0, +\infty)$
☐ $\lambda \in (0, e/2)$
☐ $\lambda \in (0, 1/(2e))$
☐ Nessuno dei precedenti

(7). Determinare tutti gli $\alpha \in \mathbf{R}$ per i quali è convergente l'integrale generalizzato

$$\int_0^{+\infty} \sqrt{x} e^{-x} \log\left(1 + x^\alpha\right) dx$$

☐ Per ogni $\alpha \in \mathbf{R}$
☐ $\alpha \geq 0$
☐ $\alpha > 0$
☐ Nessuno dei precedenti

(8). Calcolare $\mathrm{Re}(z_1 + z_2)$, dove z_1, z_2 sono le soluzioni in $\mathbf{C}$ **con parte reale positiva** dell'equazione $z^4 - (1-i)z^2 - i = 0$
☐ $1 + 1/\sqrt{2}$
☐ $\sqrt{2} + 1$
☐ 0
☐ Nessuno dei precedenti

PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA 1

Ing. [Elettn, Gestio, Informa, Teleco](P/Z), Chimica

(Alberto PARMEGGIANI)

Sessione Invernale 1997/98-I Appello: 12 Gennaio 1999 (11)

COGNOME e NOME (Stampatello):

MATRICOLA:

N.B. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni errata -1/2. **Ammissione** con punteggio $\geq$ 7. Barrare **una sola** casella.

(1). Determinare tutti gli $\alpha \in \mathbf{R}$ per i quali converge la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty}\left(1-\sin^2\left(\frac{\pi}{2}-\arctan\frac{1}{n}\right)\right)^{\alpha}$$

☐ $\alpha \geq 1$
☐ $\alpha > 1$
☐ $\alpha > 1/2$
☐ Nessuno dei precedenti

(2). Calcolare

$$\lim_{x\to 0+}\frac{(1+x^7)^{1/\left(x^2\tan(2x)\right)}-1}{\log(1+x^4)}$$

☐ $+\infty$
☐ $1/2$
☐ $-1/2$
☐ Nessuno dei precedenti

(3). Determinare tutti i $\lambda \in \mathbf{R}$ per i quali l'equazione $f(x) = 2x + 1 + \dfrac{2x}{4x^2-3} = \lambda$, con x nel dominio naturale di f, ha esattamente tre soluzioni reali

☐ $\lambda \in (-\infty, 1-\frac{4\sqrt{6}}{3}) \cup (1/2, 3/2) \cup (1+\frac{4\sqrt{6}}{3}, +\infty)$
☐ $\lambda \in [1/2, 3/2]$
☐ $\lambda \in (-\infty, 1-\frac{4\sqrt{6}}{3}] \cup [1/2, 3/2] \cup [1+\frac{4\sqrt{6}}{3}, +\infty)$
☐ Nessuno dei precedenti

(4). Determinare tutti gli $\alpha \geq 0$ per i quali è convergente l'integrale generalizzato

$$\int_0^{+\infty} \left(\sqrt{1+x} - \sqrt{x}\right)^\alpha dx$$

☐ $\alpha > 1$
☐ $\alpha > 2$
☐ $\alpha \geq 2$
☐ Nessuno dei precedenti

(5). Calcolare

$$\int_0^\pi (1+x)\cos x dx$$

☐ -1
☐ -2
☐ 0
☐ Nessuno dei precedenti

(6). Dette z_1, z_2 le soluzioni in $\mathbf{C}$ dell'equazione $z^2 + |z|^2 = 1 + 2i$, calcolare $\dfrac{z_1}{|z_1|} + \dfrac{z_2}{|z_2|}$.

☐ 0
☐ 1
☐ $1+i$
☐ Nessuno dei precedenti

(7). Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$y' = \frac{1}{x}y + \frac{1}{x^{3/2}}, \quad y(1) = 0.$$

Determinare tutti gli $\alpha \in \mathbf{R}$ per i quali

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{y(x)}{x^\alpha} \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$$

☐ $\forall \alpha \in \mathbf{R}$
☐ $\alpha \geq 1$
☐ $\alpha = 1$
☐ Nessuno dei precedenti

(8). Sia data la funzione $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x + 1, & x \in [0,4], \\ x^2 - 13, & x \geq 4, \end{cases}$, definita per $x \geq 0$. Calcolare (se esiste) il limite della seguente successione definita per ricorrenza:

$$x_1 = 1, \quad x_{n+1} = f(x_n), \; n = 1, 2, \ldots$$

☐ Non esiste
☐ 2, raggiunto in modo crescente
☐ 2, raggiunto in modo decrescente
☐ Nessuno dei precedenti

PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA 1

Ing. [Elettn, Gestio, Informa, Teleco](P/Z), Chimica

(Alberto PARMEGGIANI)

Sessione Sessione Invernale 1997/98-I Appello: 12 Gennaio 1999 (22)

COGNOME e NOME (Stampatello):

MATRICOLA:

N.B. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni errata -1/2. **Ammissione** con punteggio ≥ 7. Barrare **una sola** casella.

(1). Calcolare

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} (2+x)\sin x dx$$

☐ 4
☐ 3
☐ 2
☐ Nessuno dei precedenti

(2). Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$y' = \frac{1}{3x}y + \frac{1}{x}, \quad y(1) = 0.$$

Determinare tutti gli $\alpha \in \mathbf{R}$ per i quali

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{y(x)}{x^\alpha} \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$$

☐ $\alpha = 1$
☐ $\forall \alpha \in \mathbf{R}$
☐ $\alpha = 1/3$
☐ Nessuno dei precedenti

(3). Sia data la funzione $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x + 1, & x \in [0,4], \\ x^2 - 13, & x \geq 4, \end{cases}$, definita per $x \geq 0$. Calcolare (se esiste) il limite della seguente successione definita per ricorrenza:

$$x_1 = 4, \quad x_{n+1} = f(x_n), \ n = 1, 2, \ldots$$

☐ 2, raggiunto in modo crescente
☐ $+\infty$
☐ 2, raggiunto in modo decrescente
☐ Nessuno dei precedenti

(4). Determinare tutti gli $\alpha \in \mathbf{R}$ per i quali converge la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty}\Big(1-\sin^2\Big(\frac{\pi}{2}-\log(1+\frac{1}{n^2})\Big)\Big)^{\alpha}$$

☐ $\alpha > 1/2$
☐ $\alpha > 1/4$
☐ $\alpha \geq 1$
☐ Nessuno dei precedenti

(5). Calcolare

$$\lim_{x\to 0+}\frac{(1+x^5)^{1/\left(x^2\sin(2x)\right)}-1}{2\log(1+x^3)}$$

☐ $1/2$
☐ $+\infty$
☐ $-1/2$
☐ Nessuno dei precedenti

(6). Determinare tutti i $\lambda \in \mathbf{R}$ per i quali l'equazione $f(x) = 2x+1+\dfrac{2x}{4x^2-3} = \lambda$, con x nel dominio naturale di f, ha esattamente tre soluzioni reali

☐ $\lambda \in (1-\frac{4\sqrt{6}}{3}, 1/2) \cup (3/2, 1+\frac{4\sqrt{6}}{3})$
☐ $\lambda \in (-\infty, 1-\frac{4\sqrt{6}}{3}) \cup (1/2, 3/2) \cup (1+\frac{4\sqrt{6}}{3}, +\infty)$
☐ $\lambda \in [1/2, 3/2]$
☐ Nessuno dei precedenti

(7). Determinare tutti gli $\alpha \geq 0$ per i quali è convergente l'integrale generalizzato

$$\int_0^1 \frac{1}{\left(\sqrt{x(1+x)}-\sqrt{x}\right)^{\alpha}}dx$$

☐ $0 \leq \alpha < 1$
☐ $0 \leq \alpha \leq 2/3$
☐ $0 \leq \alpha < 2/3$
☐ Nessuno dei precedenti

(8). Dette z_1, z_2 le soluzioni in $\mathbf{C}$ dell'equazione $|z|^2 - z^2 = 1+2i$, calcolare $\dfrac{z_1}{|z_1|}+\dfrac{z_2}{|z_2|}$.

☐ 0
☐ -1
☐ $2-i$
☐ Nessuno dei precedenti

PROVA SCRITTA DI
ANALISI MATEMATICA 1

Ing. [Elettn, Gestio, Informa, Teleco](P/Z), Chimica

(Alberto PARMEGGIANI)

Sessione Invernale 1997/98-II Appello: 2 Febbraio 1999 (11)

COGNOME e NOME (Stampatello):

MATRICOLA:

N.B. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni errata -1/2. **Ammissione** con punteggio $\geq$ 7. Barrare **una sola** casella.

(1). Determinare tutti gli $x \in \mathbf{R}$ per i quali converge la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \Big(\frac{1}{n} - \tan\frac{1}{n}\Big)(x+1)^n$$

☐ $-2 < x < 0$
☐ $-2 \leq x < 0$
☐ $-2 \leq x \leq 0$
☐ Nessuno dei precedenti

(2). Calcolare

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x - x^2\log(1+\dfrac{1}{x}) - \dfrac{1}{2}}{e^{1/x}-1}$$

☐ $-1/6$
☐ $-1/3$
☐ $-\infty$
☐ Nessuno dei precedenti

(3). Determinare tutti i $\lambda \in \mathbf{R}$ per i quali l'equazione $f(x) = \sqrt{x^3 - 2x + 1} = \lambda$, con x nel dominio naturale di f, ha esattamente tre soluzioni reali

☐ $\lambda \in (-\infty, \sqrt{1+\frac{4\sqrt{6}}{9}}]$
☐ $\lambda \in [0, \sqrt{1+\frac{4\sqrt{6}}{9}})$
☐ $\lambda \geq \sqrt{1+\frac{4\sqrt{6}}{9}}$
☐ Nessuno dei precedenti

(4). Determinare tutti gli $\alpha \geq 0$ per i quali è convergente l'integrale generalizzato

$$\int_1^{+\infty} \sqrt{x+1}\left(e^{1/x^3}-1\right)^{\alpha} dx$$

☐ $\alpha \geq 0$
☐ $\alpha > 1$
☐ $\alpha > 1/2$
☐ Nessuno dei precedenti

(5). Calcolare

$$\int_0^1 \frac{e^x + e^{x/2}}{1+e^x} dx$$

☐ $\log \frac{1+e}{2} + 2 \arctan \sqrt{e} - \frac{\pi}{2}$
☐ $\log \frac{1+e}{2} - 2 \arctan \sqrt{e} + \frac{\pi}{2}$
☐ $\log \frac{1+e^2}{2} - 2 \arctan(e) + \frac{\pi}{2}$
☐ Nessuno dei precedenti

(6). Dette z_k, $k = 0, 1, 2, 3$, le soluzioni in $\mathbf{C}$ di $z^4 = 1+i\sqrt{3}$, con argomento in $[0, 2\pi)$ e ordinate secondo argomento crescente, calcolare, in funzione di z_0, $z_0 + z_1 - z_2 - z_3$.
☐ z_0
☐ $2(1+i)z_0$
☐ $(1+i)z_0$
☐ Nessuno dei precedenti

(7). Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$y' = (\cos x)y + \cos x, \quad y(0) = 0.$$

Determinare tutti gli zeri (reali) di $x \longmapsto y(x)$.
☐ y non si annulla mai
☐ $x = 2k\pi$, $k \in \mathbf{Z}$
☐ $x = k\pi$, $k \in \mathbf{Z}$
☐ Nessuno dei precedenti

(8). Per quali $\lambda \geq 0$ esiste il limite, assunto in modo crescente ($x_n \leq x_{n+1}$), della seguente successione definita per ricorrenza:

$$x_1 = \lambda, \quad x_{n+1} = \frac{1}{2}x_n + 1, \ n = 1, 2, \ldots$$

☐ $\lambda \geq 0$
☐ $0 \leq \lambda \leq 2$
☐ $\lambda > 2$
☐ Nessuno dei precedenti

PROVA SCRITTA DI
ANALISI MATEMATICA 1
Ing. [Elettn, Gestio, Informa, Teleco](P/Z), Chimica
(Alberto PARMEGGIANI)

Sessione Invernale 1997/98-II Appello: 2 Febbraio 1999 (22)

COGNOME e NOME (Stampatello):

MATRICOLA:

N.B. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni errata -1/2. **Ammissione** con punteggio $\geq$ 7. Barrare **una sola** casella.

(1). Calcolare

$$\int_0^2 \frac{e^x - e^{x/2}}{1+e^x} dx$$

☐ $\log \frac{1+e}{2} + 2 \arctan \sqrt{e} - \frac{\pi}{2}$
☐ $\log \frac{1+e}{2} - 2 \arctan \sqrt{e} + \frac{\pi}{2}$
☐ $\log \frac{1+e^2}{2} - 2 \arctan(e) + \frac{\pi}{2}$
☐ Nessuno dei precedenti

(2). Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$y' = (\sin x)y + \sin x, \quad y(0) = 0.$$

Determinare tutti gli zeri (reali) di $x \longmapsto y(x)$.
☐ $x = 2k\pi$, $k \in \mathbf{Z}$
☐ $x = k\pi$, $k \in \mathbf{Z}$
☐ y non si annulla mai
☐ Nessuno dei precedenti

(3). Dette z_k, $k = 0, 1, 2, 3$, le soluzioni in $\mathbf{C}$ di $z^4 = \sqrt{3} + i$, con argomento in $[0.2\pi)$ e ordinate secondo argomento crescente, calcolare, in funzione di z_0, $z_0 + z_1 - z_2 - z_3$.
☐ $2(1-i)z_0$
☐ $2(1+i)z_0$
☐ $(1+i)z_0$
☐ Nessuno dei precedenti

(4). Determinare tutti gli $x \in \mathbf{R}$ per i quali converge la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(e^{1/n} - 1\right)(x+2)^n$$

☐ $-3 \le x \le -1$
☐ $-3 \le x < -1$
☐ $-3 < x \le -1$
☐ Nessuno dei precedenti

(5). Calcolare

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\frac{\pi}{2} - \arctan x}{x - x^2 \log(1 + \frac{1}{x}) - \frac{1}{2}}$$

☐ -3
☐ 3
☐ $+\infty$
☐ Nessuno dei precedenti

(6). Determinare tutti i $\lambda \in \mathbf{R}$ per i quali l'equazione $f(x) = \sqrt{x^3 - 2x + 1} = \lambda$, con x nel dominio naturale di f, ha esattamente una soluzione reale

☐ $\lambda \ge 0$
☐ $\lambda > \sqrt{1 + \frac{4\sqrt{6}}{9}}$
☐ $\lambda \in [0, \sqrt{1 + \frac{4\sqrt{6}}{9}}]$
☐ Nessuno dei precedenti

(7). Determinare tutti gli $\alpha \ge 0$ per i quali è convergente l'integrale generalizzato

$$\int_1^{+\infty} (x+1)^{3/2} \left(e^{1/x^2} - 1\right)^\alpha dx$$

☐ $\alpha \ge 2$
☐ $\alpha \ge 0$
☐ $\alpha > 5/4$
☐ Nessuno dei precedenti

(8). Per quali $\lambda \ge 0$ esiste il limite, assunto in modo decrescente $(x_n \ge x_{n+1})$, della seguente successione definita per ricorrenza:

$$x_1 = \lambda, \quad x_{n+1} = \frac{1}{3}x_n + 2, \; n = 1, 2, \ldots$$

☐ $\lambda \ge 3$
☐ $\lambda \ge 0$
☐ $0 \le \lambda < 3$
☐ Nessuno dei precedenti