Altri testi d'esame (Analisi 2, A.Parmeggiani)

(1). Sia

$$F(x,y,z) = \left(\frac{-zx}{(x^2+y^2)^2}, \frac{-zy}{(x^2+y^2)^2}, \frac{1}{2(x^2+y^2)} \right).$$

Verificare che F è un campo vettoriale esatto e determinarne un potenziale f. Sia poi $f(x,y,z) = f(1,1,1)$ la superficie equipotenziale passante per il punto $(1,1,1)$. Dire se essa è il grafico di una funzione $x = \psi(y,z)$ attorno al punto $(1,1,1)$, e in caso affermativo specificarne il dominio massimale.

(2). Sia $A = \{(x,y) \in \mathbf{R};\ x^2+y^2 < 2\}$, e $f\colon A \longrightarrow \mathbf{R}$ definita da

$$f(x,y) = \begin{cases} (x^2+y^2)^\alpha \log(x^2+2y^2), & (x,y) \neq (0,0) \\ \\ 0, & (x,y) = (0,0), \end{cases}$$

ove $\alpha \in \mathbf{R}$. Determinare tutti gli α per cui f è continua su A, è differenziabile su A, è sommabile su A.

(3). Risolvere il seguente sistema di equazioni differenziali

$$\begin{cases} x' = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z \\ \\ y' = y \\ \\ z' = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}y + \frac{3}{2}z, \end{cases}$$

con $x(0) = 1$, $y(0) = 1$, $z(0) = 1$.

(4). Sudiare l'immagine ed i punti critici di

$$f\colon \mathbf{R}^3 \ni (x,y,z) \longmapsto x^3 + y^3 + \frac{1}{2}x^2y^2 + z^2 \in \mathbf{R}.$$

(5). Dato $A = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3;\ x^2+z^2 \leq y^2+2, |y| < 1\}$, calcolare

$$\int_A \frac{z^2}{y^2+2} dxdydz.$$

(1). Siano $\varepsilon, \alpha > 0$, $f_\alpha(x,y) = xy/(x^2+y^2)^\alpha$. Determinare tutti gli $\alpha \geq 0$ per il quali esiste il

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} f_\alpha(x,y).$$

Si ponga poi $D_\alpha = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2;\ \varepsilon \leq x^2+y^2 \leq 1\}$ e

$$I_\varepsilon(\alpha) = \iint_{D_\varepsilon} |f_\alpha(x,y)| dxdy.$$

Si calcoli, al variare di α il $\lim\limits_{\varepsilon\to 0} I_\varepsilon(\alpha)$.

(2). Per $n \in \mathbf{N}$ si consideri la successione di funzioni $f_n : [-10, 10] \longrightarrow \mathbf{R}$ con $f_n(x) = e^{x^2/n^2}$. Mostrare che la successione converge uniformemente e ne si calcoli il limite.

(3). Sia $E = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3;\ x^2+2y^2+z^2 \leq 1\}$. Sia $f : \mathbf{R}^3 \longrightarrow \mathbf{R}$ con

$$f(x,y,z) = x^2 + \frac{1}{2}z^2 + y.$$

Determinare $f(E)$.

(4). Si calcoli la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 5y = \cos(t\sqrt{5}) \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 0. \end{cases}$$

(5). Sia $E = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2;\ 0 < x^2+4y^2 < 1\}$ e

$$\omega(x,y) = \frac{2y}{(x^2+4y^2)^2}dx - \frac{2x}{(x^2+4y^2)^2}dy.$$

Mostrare che ω non è esatta su E determinando una opportuna curva γ_ρ e calcolando $\int_{\gamma_\rho} \omega$.

(1). (A) Sia $x \in [1, +\infty)$. Provare che la serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\pi}{2} - \arctan(nx) \right)^2$$

converge uniformemente su $[1, +\infty)$.

(B) Sia ora $x \in [1, 2]$. Determinare tutti gli $\alpha \in \mathbf{R}$ per cui la serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\pi}{2} - \arctan(nx) \right)^\alpha$$

converge uniformemente.

(2). Sia $f: \mathbf{R}^2 \longrightarrow \mathbf{R}$, $f(x, y) = (x^2 - y^2)e^{x^2-y^2}$, e sia $R = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2;\ |x^2 - y^2| \leq 1\}$. Dimostrare che R non è compatto e, sapendo che R è connesso, determinare $f(R)$.

(3). (A) Sia

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3;\ 5(x^2 + y^2) + 2xy + 8(x - y) + 8 \leq z \leq 2, x - y + 2 \geq 0\}.$$

Calcolare $\mu_3(A)$.

(B) Calcolare l'area della superficie

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3;\ z = 5(x^2 + y^2) + 8(x - y) + \frac{32}{5}\}$$

compresa nella regione

$$K = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3;\ 5(x^2 + y^2) + 8(x - y) + \frac{32}{5} \leq 2\}.$$

(4). Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\frac{d}{dt}Y(t) = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{4}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{5}{3} \end{bmatrix} Y(t) + \begin{bmatrix} e^t \\ e^t \end{bmatrix},\ Y(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

(1). Sia $f\colon \mathbf{R}^3 \longrightarrow \mathbf{R}$, così definita:

$$f(x,y,z) = x^2 - 2xy + 2y^2 + z^2,$$

e sia $S = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3;\ x^2 + 2y^2 + z^2 \leq 1\}$. Determinare $f(S)$.

(2). Sia dato

$$A = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3;\ \frac{19}{5}x^2 + \frac{16}{5}y^2 + \frac{4}{5}xy + 20x + 10y + \frac{125}{4} \leq z \leq 2\}.$$

Calcolare $\mu_3(A)$.

(3). Sia $A_\alpha = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2;\ 0 < x < +\infty, 0 \leq y \leq x^{-\alpha}\}$, con $\alpha \geq 0$. Determinare tutti gli α per cui

$$\iint_{A_\alpha} \frac{y^6}{1 + y^8 x^2} dx dy < +\infty.$$

(4). Sia $H = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2;\ y > 0\}$, e sia $\omega\colon \mathbf{R}^2 \setminus \{(0,0)\} \longrightarrow (\mathbf{R}^2)^*$ la forma differenziale

$$\omega(x,y) = \frac{y^2}{y^4 + x^2} dx - \frac{2xy}{y^4 + x^2} dy.$$

Si chiede di verificare che ω è esatta su H e di calcolarne un potenziale f tale che $f(0,1) = 0$.

(1). Sia $f: \mathbf{R}^3 \longrightarrow \mathbf{R}$, così definita:

$$f(x, y, z) = x^2 + 4y^2 + z^2,$$

e sia $A = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3;\ x^2 + y^2 \leq z^2 + 1, |z| \leq 1\}$. Determinare $f(A)$.

(2). Sia dato

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3;\ x^2 + y^2 + \frac{z^2}{9} \leq 1,\ z \leq 9\sqrt{x^2 + y^2}\}.$$

Calcolare $\mu_3(A)$.

(3). Sia $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2;\ x > 1, x^{-3} < y < x^{-2}\}$. Determinare se

$$\iint_A \sin(xy)\,dx\,dy < +\infty.$$

(4). Sia $\omega: \mathbf{R}^2 \longrightarrow (\mathbf{R}^2)^*$ la forma differenziale

$$\omega(x, y) = \frac{2 \sin x \cos x \sinh^2 y}{(\sinh^2 y + \cos^2 x)^2} dx + \frac{2 \sinh y \cosh y \cos^2 x}{(\sinh^2 y + \cos^2 x)^2} dy.$$

Si dimostri che ω è esatta sul suo dominio di definizione.

(1). Sia $f: \mathbf{R}^3 \longrightarrow \mathbf{R}$, così definita:

$$f(x, y, z) = x + y + z,$$

e sia $A = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3;\ x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, |x| \geq 1/2\}$. Determinare $f(A)$.

(2). Sia dato

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3;\ \sqrt{x^2 + y^2} \leq (1 - z^2), z \geq -1/2\}.$$

Calcolare $\mu_3(A)$.

(3). Sia $A = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3;\ x^2 + z^2 < \dfrac{1}{y(1-y)}, 0 < y < 1\}$. Sia $\beta \in \mathbf{R}$ e sia

$$f_\beta(x, y, z) = \left(\frac{x^2 + z^2}{2} + y\right)^{2\beta}.$$

Determinare β in modo che f_β sia sommabile su A.

(4). Sia $\varphi: [0, 1] \longrightarrow \mathbf{R}^3$ la curva

$$\varphi(t) = \begin{cases} x(t) = t\cos t \\ y(t) = t\sin t \\ z(t) = t. \end{cases}$$

Calcolare $L(\varphi) = \int_0^1 \|\dot{\varphi}(t)\| dt$.

(1). Sia $f: \mathbf{R}^3 \longrightarrow \mathbf{R}$, così definita:

$$f(x, y, z) = x + y + z^2,$$

e sia $A = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3;\ x^2 + y^2 \leq z^2 - 1\}$. Determinare $f(A)$.

(2). Sia dato

$$A = \{(x, y, z, w) \in \mathbf{R}^4;\ (z^2+w^2)-1 \leq x^2+y^2 \leq (z^2+w^2)+1, \sqrt{z^2+w^2} \leq 2\}.$$

Calcolare $\mu_4(A)$.

(3). Sia $A = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3;\ z^2 - 1 \leq x^2 + y^2 \leq z^2 + 1\}$. Sia

$$f_\alpha(x, y, z) = \frac{1}{(x^2 + y^2)^\alpha}.$$

Determinare α in modo che f_α sia sommabile su A.

(4). Sia $\Omega = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2;\ y > 1 - x^2\}$ e sia $\omega: \Omega \longrightarrow (\mathbf{R}^2)^*$ la forma differenziale

$$\omega(x, y) = \frac{2x}{(x^2 + y)\log(x^2 + y)}dx + \frac{1}{(x^2 + y)\log(x^2 + y)}dy.$$

Sia inoltre $\varphi: [0, 1] \longrightarrow \mathbf{R}^2$ la curva

$$\varphi(t) = \begin{cases} (t, 3),\ t \in [0, 2] \\ \\ (\frac{5}{2}, 3) + \frac{1}{2}\Big(\cos(\pi(t-1)), \sin(\pi(t-1))\Big),\ t \in [2, 4]. \end{cases}$$

Determinare se ω è esatta su Ω e calcolare $\int_\varphi \omega$.

(1). Sia $f: \mathbf{R}^3 \longrightarrow \mathbf{R}$, così definita:

$$f(x,y,z) = e^{-z^2}(x^2 + y^2 - 3xy),$$

e sia $A = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3;\ x^2 + y^2 \leq 1\}$. Determinare $f(A)$.

(2). Sia dato

$$A = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3;\ (x^2 + y^2 + z^2)^2 \leq z\sqrt{2}\}.$$

Calcolare $\mu_3(A)$.

(3). Sia $A_k = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2;\ x \geq 1, 0 \leq y \leq x^k\}$, $k \in \mathbf{Z}$. Sia $n \geq 1$ e sia

$$f_n(x,y) = y^n e^{-x}.$$

(A) Si provi che $\displaystyle\iint_{A_2} f_1(x,y)dxdy < +\infty$.

(B) Si calcoli il $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \iint_{A_{-2}} f_n(x,y)dxdy$.

(4). Si calcoli l'area della regione sferica

$$D = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3;\ x^2 + y^2 + z^2 = 1, y \geq |x|\sqrt{3}, -\frac{1}{\sqrt{2}} \leq z \leq \frac{1}{2}\}.$$

(5). Sia $\omega: \mathbf{R}^3 \longrightarrow (\mathbf{R}^3)^*$ la forma differenziale

$$\omega(x,y,z) = (3\alpha x + 5\beta y + \gamma z)dx + (x + \beta y - 3\gamma z)dy + (\gamma x + 5\beta y + 4\gamma z)dz.$$

Determinare per quali $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbf{R}$ la forma è esatta sul suo dominio naturale e se ne trovi un potenziale, **giustificando** tutte le affermazioni.

(1). Sia $f: \mathbf{R}^3 \longrightarrow \mathbf{R}$, così definita:

$$f(x, y, z) = z + y^2 - 2x^2,$$

e sia $A = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3;\ x^2 + y^2 \leq z, 0 \leq x \leq 1\}$. Determinare $f(A)$.

(2). Sia dato

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3;\ x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, z \geq 0, \left(z - \sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2 \leq x^2 + y^2\}.$$

Calcolare $\mu_3(A)$.

(3). Sia $S = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3;\ z = x^2 + 2y^2, x^2 + 2y^2 \geq 2\}$. Sia $\alpha \in \mathbf{R}$ e sia

$$f_\alpha(x, y, z) = \frac{1}{(x^2 + y^2 + z)^\alpha}.$$

Determinare tutti gli α per i quali la funzione f_α è sommabile sulla superficie S rispetto alla misura superficiale $d\sigma$.

(4). Sia $\Omega = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2;\ y > -x^2\}$ e sia $\omega: \Omega \longrightarrow (\mathbf{R}^2)^*$ la forma differenziale

$$\omega(x, y) = \frac{2x dx + dy}{(1 + y^2 + x^4 + 2x^2 y) \arctan(x^2 + y)}.$$

Sia inoltre $\varphi: [0, 7] \longrightarrow \mathbf{R}^2$ la curva

$$\varphi(t) = \begin{cases} (t, 3),\ t \in [0, 2] \\ \big(t, 3 + (t-2)^2\big),\ t \in [2, 3] \\ (3, 5) + \big(\cos \frac{\pi}{2}(t-4), \sin \frac{\pi}{2}(t-4)\big),\ t \in [3, 7]. \end{cases}$$

Determinare se ω è esatta su Ω e calcolare $\int_\varphi \omega$.

(5). Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\frac{d}{dt} Y(t) = \begin{bmatrix} 7 & 6 \\ 6 & -2 \end{bmatrix} Y(t) + \begin{bmatrix} e^t \\ e^t \end{bmatrix},\ Y(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

(1). Sia $f: \mathbf{R}^3 \longrightarrow \mathbf{R}$, così definita:

$$f(x,y,z) = z + 3x^2 - y^2,$$

e sia $A = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3;\ x^2 + y^2 \leq z \leq 1, y \geq |x|/\sqrt{3}\}$. Determinare $f(A)$.

(2). Sia dato

$$A = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3;\ 2x^2 + \frac{3}{2}y^2 + z^2 + \frac{2}{\sqrt{2}}yz \leq 1, x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}.$$

Calcolare $\mu_3(A)$.

(3). Sia $S = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3;\ z^2 - 1 = x^2 + y^2, z \geq 0\}$. Sia $\alpha \in \mathbf{R}$ e sia

$$f_\alpha(x,y,z) = \left| \sin\left(\frac{1}{x^2 + y^2 + z^2}\right) - \frac{\alpha}{x^2 + y^2 + z^2} \right|.$$

Determinare tutti gli α per i quali la funzione f_α è sommabile sulla superficie S rispetto alla misura superficiale $d\sigma$.

(4). Sia $\omega: \mathbf{R}^3 \longrightarrow (\mathbf{R}^3)^*$ la forma differenziale

$$\omega(x,y,z) = x\log(2 - y^2)dx + 4y\arctan(x^2 - y^2)dy + zdz.$$

Sia inoltre $\gamma(t) = (\cos t, \sin t, t)$, $t \in [-\pi, \pi]$. Si calcoli $\int_\gamma \omega$.

(5). Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y''' + 2y'' + y' - 4y = 0, \\ y(0) = 1, y'(0) = 0, y''(0) = 1. \end{cases}$$

(1). Sia $f: \mathbf{R}^3 \longrightarrow \mathbf{R}$, così definita:

$$f(x, y, z) = |x^2 - y^2 + 3z^2|,$$

e sia $A = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3;\ x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, z \geq 0\}$. Determinare $f(A)$.

(2). Sia dato

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3;\ (2x^2 + 3y^2 + 2xy + z^2)^2 \leq (2x^2 + 3y^2 + 2xy + z^2)\}.$$

Calcolare $\mu_3(A)$.

(3). Sia S la superficie di rotazione attorno all'asse z determinata dalla funzione $x = e^z$. Sia $\alpha \in \mathbf{R}$ e sia

$$f_\alpha(x, y, z) = \frac{1}{(x^2 + y^2 + z^2)^\alpha}.$$

1) Scrivere una parametrizzazione di S come funzione di z e dell'angolo di rotazione.

2) Determinare α in modo tale che la funzione f_α è sommabile sulla superficie S rispetto alla misura superficiale $d\sigma$.

(4). Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y''' + 9y'' + 20y' - 30y = 0, \\ y(0) = \alpha, y'(0) = 1, y''(0) = 1. \end{cases}$$

Determinare $\alpha \in \mathbf{R}$ in modo tale che $y(t) \longrightarrow 0$ per $t \to +\infty$.

(1). Sia $f\colon \mathbf{R}^3 \longrightarrow \mathbf{R}$, così definita:

$$f(x,y,z) = x^2 + y^2 + \left(z - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2,$$

e sia $A = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3;\ x^2+y^2+z^2 \leq 1, x^2+y^2 \leq z^2, z \geq 0\}$. Determinare $f(A)$.

(2). Sia dato

$$A = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3;\ x^2+y^2+z^2 \leq 1, z + \frac{1}{2}y \geq \frac{1}{\sqrt{2}}\}.$$

Calcolare $\int_A 2z dx dy dz$.

(3). Sia $\Sigma = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3;\ z^2 = x^2+y^2+1, z \geq 0\}$. Sia $\alpha \in \mathbf{R}$ e sia

$$f_\alpha(x,y,z) = \left|\exp\left(\frac{1}{x^2+y^2+z^2}\right) - 1 - \alpha \sin\frac{1}{x^2+y^2+z^2}\right|.$$

Determinare tutti gli α per i quali esiste in $\mathbf{R}$ l'integrale $\iint_\Sigma f_\alpha d\sigma$, dove $d\sigma$ è la misura di superficie associata alla superficie Σ.

(4). Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\frac{d}{dt}Y(t) = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & 3 \end{bmatrix} Y(t),\ Y(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

(1). Sia $f: \mathbf{R}^3 \longrightarrow \mathbf{R}$, così definita:

$$f(x, y, z) = x^2 - 3y^2 + z^2,$$

e sia $A = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3;\ x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, x + z \geq 0\}$. Determinare $f(A)$.

(2). Sia dato

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3;\ (2x^2 + 3y^2 + 4xy)^2 \leq z \leq (2x^2 + 3y^2 + 4xy), \}.$$

Calcolare $\int_A z \cos(2x^2 + 3y^2 + 4xy) dxdydz$.

(3). Sia $\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3;\ z = x^2 + y^2\}$. Sia $\alpha > 0$ e sia, per $n \in \mathbf{N}$,

$$f_{\alpha,n}(x, y, z) = \frac{1}{(x^4 + y^4 + z^4)^\alpha + \dfrac{1}{n^2}}.$$

Determinare tutti gli α per i quali esiste in $\mathbf{R}$ il limite $\lim_{n \to +\infty} \iint_\Sigma f_{\alpha,n} d\sigma$, dove $d\sigma$ è la misura di superficie associata alla superficie Σ.

(4). Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\frac{d}{dt} Y(t) = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 5 & 0 \\ 1 & 0 & 5 \end{bmatrix} Y(t),\ Y(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

(1). Sia $A = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3;\ x^2+y^2+z^2 \le 1\} \cap \{|x| \le 1/2, |z| \le 1/2, |y| \le 2\}$, ed $f(x,y,z) = x^2 + y$. Calcolare $f(A)$.

(2). Sia $M = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3;\ x^2+y^2 = 1, -1 \le z \le 0\} \cup \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3;\ x^2+y^2+(z+1)^2 = 1, -2 \le z \le -1\}$. Sia definito su M l'orientamento associato alla normale $n = (0,0,-1)$ nel punto $(0,0,-2)$. Sia poi $\omega = ydx + xdy - (x^2+y^2)dz$ una 1-forma differenziale. Calcolare $\int_M d\omega$.

(3). Sia $A = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3;\ x^2+y^2 \le 1\} \cap \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3;\ x^2+z^2 \le 1\}$. Calcolare $\mu_3(A)$.

(4). Sia $A = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3;\ x^2 - 2x + y^2 \le 0, 0 \le z \le x\}$. Calcolare $\mu_3(A)$.

(5). Sia $A = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3;\ x^2+y^2+z^2 \le 2\}$ ed $f(x,y,z) = x^2 - y^2 + 2xz$. Calcolare $f(A)$.

(6). Sia $S = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3;\ x+y+z \le 1, x,y,z \ge 0\}$. Calcolare

$$\int_{\partial S} xyz\ dz \wedge dx.$$

(7). Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\frac{d}{dt}Y(t) = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} Y(t),\ Y(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

(8). Sia S la superficie ottenuta ruotando intorno all'asse z la curva $\gamma = \{(x,z) \in \mathbf{R}^2;\ x = 1/z,\ z > 10\}$. Per $\alpha \in \mathbf{R}$ sia f_α la funzione definita da

$$f_\alpha(x,y,z) = \frac{\left|e^{z(x^2+2y^2)} - 1 - \alpha \arctan[z(x^2+2y^2)]\right|}{z(x^2+2y^2)}.$$

Per quali valori di α converge $\int_S f_\alpha d\sigma$?

(9). Sia $A = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3;\ x^2+y^2 \le z, 3-x \le z \le 3\}$. Calcolare $\int_A |y| dxdydz$.