

Programma svolto a.a. 2017-2018

1. **Successioni e serie di funzioni:** convergenza puntuale; convergenza uniforme; la norma della convergenza uniforme per funzioni limitate; il limite uniforme di funzioni continue è continuo; il limite uniforme di funzioni Riemann-integrabili su un intervallo $[a,b]$ è Riemann-integrabile e in questo caso il limite degli integrali è l'integrale del limite; se una successione di funzioni C^1 su un intervallo $[a,b]$ converge puntualmente ad una funzione f e la successione delle derivate converge uniformemente ad una funzione g allora f è C^1 con derivata g ; convergenza puntuale, uniforme e totale per le serie di funzioni; la convergenza totale implica la convergenza uniforme della serie.
2. **Serie di potenze:** raggio di convergenza e sue proprietà; regolarità C^∞ sul disco di convergenza; il teorema di Cauchy-Hadamard sulla determinazione del raggio di convergenza. Condizioni sufficienti affinché una funzione C^∞ sia somma della sua serie di Taylor.
3. **Spazi metrici:** distanza; spazio metrico completo; lo spazio metrico delle funzioni continue su $[a,b]$ è uno spazio metrico completo; il teorema delle contrazioni.
4. **Equazioni differenziali:** caratterizzazione delle soluzioni dell'equazione differenziale $y'=ay+b$, a, b continue su un intervallo I , e unicità del relativo problema di Cauchy. Esistenza ed unicità della soluzione delle equazioni differenziali a variabili separabili $y'=f(x)g(y)$, $y(x_0)=y_0$. Il problema di Cauchy generale: definizione di soluzione di un'equazione differenziale $x'=f(t,x)$ con opportune condizioni su f ; il teorema di esistenza locale; definizione di estensione di una soluzione; lemma di incollamento; definizione di soluzione massimale; il teorema di esistenza ed unicità della soluzione massimale. Equivalenza di un'equazione differenziale del secondo ordine con un sistema 2×2 di equazioni differenziali del primo ordine; studio del nucleo di un operatore differenziale del secondo ordine $Lu=u''+au'+bu$ e base per tale spazio; la matrice wronskiana (coppia fondamentale di soluzioni e matrice fondamentale) e teorema del wronskiano; il teorema di Lagrange per la determinazione delle soluzioni dell'equazione non omogenea $Lu=f$.
5. **Curve:** curve chiuse e curve semplici; velocità di una curva; curve regolari e curve regolari a tratti; curve equivalenti; versore tangente ad una curva regolare; verso di una curva; lunghezza di una curva e sua invarianza per curve equivalenti; la lunghezza di una curva è sempre maggiore di quella di una qualsiasi corda della curva; integrale curvilineo di una funzione e sua invarianza per curve equivalenti; somme di curve contigue; opposto di una curva; lunghezza di curve regolari a tratti; integrale curvilineo su curve regolari

a tratti; una somma di curve regolari è regolare a tratti e una curva regolare a tratti può essere espressa come somma di curve.

6. **Forme differenziali:** definizione di lavoro di una forza; forme differenziali e integrale curvilineo di forme differenziali su curve regolari, su somme di curve; dipendenza dell'integrale curvilineo di una forma differenziale dal verso di percorrenza della curva; forme differenziali esatte e potenziali; una forma è esatta su un aperto connesso se e solo se l'integrale curvilineo tra ogni due punti non dipende dalla curva regolare a tratti che li congiunge; una forma differenziale è esatta su un aperto connesso se e solo se l'integrale su ogni curva chiusa regolare a tratti è nullo; due potenziali su un aperto connesso differiscono solo per una costante; il teorema di Poincaré sull'esattezza delle forme differenziali chiuse su domini stellati.
7. **Formula di Gauss-Green per domini del piano.**
8. **Integrale di superficie per superficie dello spazio 3-d.**