Programma svolto a.a. 2017-2018

1. **Funzioni uniformemente continue:** definizione; condizione necessaria; il teorema di Heine-Cantor: ogni funzione continua su un intervallo compatto è uniformemente continua.
2. **Integrale secondo Riemann su un intervallo [a,b]:** scomposizioni, somme superiori e somme inferiori e loro proprietà; definizione di integrale superiore, di integrale inferiore e di integrabiità secondo Riemann; le funzioni continue, le funzioni monotone, le funzioni con un numero finito di discontinuità sono Riemann-integrabili; linearità e monotonia dell'integrale di Riemann; proprietà rispetto al valore assoluto; definizione di integrale rispetto a due qualsiasi estremi in [a,b]; teorema della media integrale; definizione di funzione integrale; il teorema fondamentale del calcolo integrale; definizione di primitiva; due primitive differiscono per una costante; calcolo dell'integrale definito tramite le primitive; teorema di integrazione per parti; teorema di integrazione per sostituzione. Formula di Taylor con resto integrale.
3. **Equazioni differenziali del primo ordine:** caratterizzazione delle soluzioni dell'equazione differenziale y'=ay+b, a, b continue su un intervallo I ed esistenza ed unicità del relativo problema di Cauchy; esistenza ed unicità del problema di Cauchy per equazioni differenziali del primo ordine a variabili separabili.
4. **Integrale generalizzato di funzioni continue:** definizione di funzione integrabile in senso generalizzato nei vari casi [a,b), (a,b], (a,b); condizione necessaria e sufficiente (condizione di Cauchy) per l'integrabile generalizzata; una funzione assolutamente integrabile in senso generalizzato è anche integrabile in senso generalizzato; teoremi del confronto e del confronto asintotico per l'integrabilità assoluta in senso generalizzato; integrabilità generalizzata delle varie funzioni potenza al denominatore (al finito ed all'infinito); il teorema di integrabili generalizzata per le funzioni oscillanti.
5. **Teoria delle serie numeriche:** serie numeriche, successione delle somme parziali; serie convergenti nel campo complesso, divergenti a +/- infinito sul campo reale, serie indeterminate; serie geometrica, telescopica, serie di Mengoli; convergenza assoluta delle serie; criterio di Cauchy per la convergenza; condizione necessaria per la convergenza; convergenza della serie implica convergenza a zero della successione dei resti; le serie complesse convergenti formano uno spazio vettoriale; convergenza assoluta implica convergenza semplice. <u>Serie a termini positivi</u>: o convergono o divergono a +infinito; la convergenza equivale limitatezza della successione delle somme parziali; criterio del confronto e del confronto asintotico, criterio integrale; convergenza della serie armonica generalizzata; criterio del

rapporto; criterio del rapporto; criterio della radice n-esima; criterio di Raabe-Duhamel. Il criterio di Abel-Dirichlet di convergenza; il criterio di Leibniz di convergenza per le serie a termini di segno alterno. Convergenza assoluta implica convergenza incondizionata.

6. **Spazi metrici:** distanza; funzioni continue tra spazi metrici; definizione di palla metrica aperta; continuità in termini di palle metriche aperte; intorni e aperti; struttura degli aperti; continuità in termini di intorni e di aperti; successioni convergenti in uno spazio metrico; successioni di Cauchy in uno spazio metrico; spazi metrici completi; continuità in termini di successioni; punti di accumulazione di un sottoinsieme di uno spazio metrico e insieme derivato; chiusi di uno spazio metrico e loro caratterizzazione in termini dei punti di accumulazione.
7. **Successioni e serie di funzioni:** convergenza puntuale e uniforme di successioni; il limite uniforme di funzioni continue è continuo; norma-infinito sulle funzioni limitate; lo spazio vettoriale delle funzioni limitate su un intervallo è uno spazio metrico completo con la distanza definita dalla norma-infinito; il limite uniforme di funzioni Riemann-integrabili su [a,b] è Riemann-integrabile ed il limite degli integrali è l'integrale del limite; lo spazio metrico delle funzioni continue su un intervallo [a,b] è completo; se una successione di funzioni C^1 converge puntualmente ad una funzione f e la successione delle derivate converge uniformemente a g, allora f'=g e la successione converge uniformemente. Definizione di convergenza puntuale, uniforme e totale di serie di funzioni; la convergenza totale della serie implica la convergenza uniforme; i teoremi di scambio dell'operazione di derivata e di integrale con il segno di serie. Distanza su C^k([a,b]). e su C^infinito([a,b]). Il teorema di esistenza di funzioni continue mai differenziabili (facoltativo).
8. **Teoria delle serie di potenze:** raggio di convergenza e sue proprietà; regolarità C^infinito di una serie di potenze sul suo disco di convergenza; teorema di Cauchy-Hadamard sul calcolo del raggio di convergenza; definizione di funzione analitica; condizione sufficiente affinché una funzione C^infinito su un intervallo aperto sia analitica su tale intervallo.