

PROGRAMMA DEL CORSO DI ANALISI SUPERIORE 1 (LAUREA MAGISTRALE IN MATEMATICA) , A.A. 2019-2020

ALBERTO PARMEGGIANI

Nota bene: le parti in grassetto indicano che è richiesta la dimostrazione dei relativi teoremi.

1. METODO DELLE CARATTERISTICHE

Metodo delle caratteristiche. **Esistenza ed unicità di soluzioni regolari per operatori differenziali alle derivate parziali del primo ordine a coefficienti regolari vicino ad un punto non-caratteristico.**

2. RICHIAMI DI TOPOLOGIA DI $C^\infty(\Omega)$, $C^k(\Omega)$

Successioni esaustive di compatti in un aperto $\Omega \subset \mathbb{R}^n$. Topologia di $C^\infty(\Omega)$, $C^k(\Omega)$: seminorme, intorni di un punto, distanza. Convergenza di successioni e topologia; metrizzabilità e completezza.

3. TEORIA DELLE DISTRIBUZIONI DI SCHWARTZ

- Primo capitolo del libro di L. Hörmander *Linear Partial Differential Operators*, Springer Verlag, Edizione del 1969, pagine 1–23:
Funzioni test; Definizione e proprietà elementari delle distribuzioni; Derivazione e moltiplicazione per funzioni; Distribuzioni a supporto compatto; Convoluzione di distribuzioni; Trasformata di Fourier di distribuzioni (fino alla dimostrazione del Teorema di Paley-Wiener-Schwartz compresa).
- **Il teorema di localizzazione di una distribuzione e di costruzione di una distribuzione a partire da localizzazioni coerenti.**
- Definizione di *soluzione fondamentale di un operatore a coefficienti costanti*, proprietà. **Soluzione fondamentale dell'operatore $\partial/\partial\bar{z}$.**
- **Risolubilità delle equazioni differenziali ordinarie in $\mathcal{D}'(X)$, $X \subset \mathbb{R}$ intervallo.**
- **Pull-back di una distribuzione tramite un diffeomorfismo. Pull-back di una distribuzione tramite una submersione.** Applicazioni alla risolubilità degli operatori differenziali alle derivate parziali del primo ordine lineari (problema di Cauchy con dato in \mathcal{D}').
- Definizione di distribuzione omogenea e proprietà elementari (**la derivazione abbassa grado di omogeneità**).

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- [1] L. Hörmander. *Linear partial differential operators*. Third revised printing. Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, Band 116 Springer-Verlag New York Inc., New York 1969 vii+288 pp.
- [2] C. Parenti, A. Parmeggiani *Algebra lineare ed equazioni differenziali ordinarie*. La Matematica per il 3+2. Milano: Springer, 2019. xii+200 pp.
- [3] C. Zuily. *Eléments de distributions et d'équations aux dérivées partielles*. Dunod, 2002.