PROGRAMMA DEL CORSO DI ANALISI SUPERIORE E EDP (LAUREA MAGISTRALE IN MATEMATICA) , A.A. 2021-2022

ALBERTO PARMEGGIANI

Nota bene: I temi per lo scritto sono quelli dei punti 1, 3, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 14.

(1) Il teorema di Frobenius.
(2) Soluzione fondamentale delle equazioni differenziali ordinarie.
(3) Soluzione fondamentale del Laplaciano.
(4) Lo spazio $C^k(I, \mathscr{D}'(\Omega))$ e sue proprietà (enunciati).
(5) Soluzione fondamentale dell'operatore del calore, e relativo problema di Cauchy (con termine sorgente nullo).
(6) Soluzione fondamentale dell'operatore delle onde in $\mathbb{R} \times \mathbb{R}^3$ e relativo problema di Cauchy (con termine sorgente nullo).
(7) Soluzione fondamentale dell'operatore di Schrödinger e relativo problema di Cauchy (con termine sorgente nullo).
(8) Il principio di Duhamel (enunciato).
(9) Risolubilità in $L^2(\Omega)$ e disuguaglianza di Hörmander per operatori a coefficienti costanti.
(10) Ipoellitticità di operatori differenziali a coefficienti costanti e supporto singolare della soluzione fondamentale.
(11) Costruzione della parametrice per operatori differenziali a coefficienti costanti il cui simbolo è un polinomio ellittico.
(12) Distribuzioni periodiche, distribuzioni sui tori piatti, proprietà del Laplaciano sui tori piatti.
(13) Il metodo di Galerkin per soluzioni deboli di sistemi $N \times N$ a coefficienti reali e periodici.
(14) Il Lemma di Friedrichs e le soluzioni forti.
(15) Il teorema di decomposizione di Hodge sui tori piatti; conseguenze sulla coomologia di de Rham di $\mathbb{T}^n$.[1]
(16) **Facoltativi:**
  - Condizioni che legano il nucleo in $C^m(X)$ o $L^2_{\mathrm{loc}}(X)$ di un operatore a coefficienti costanti $P(D)$ (di ordine m) alla varietà degli zeri complessi del polinomio $P(\xi)$.
  - Spazi di Sobolev sul toro $\mathbf{T}^n$ e Teorema di immersione di Sobolev.

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

[1] L. Hörmander. The analysis of linear partial differential operators. I. Distribution theory and Fourier analysis. Second edition. Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften, 256. Springer-Verlag, Berlin, 1990. xii+440 pp.
[2] A. Parmeggiani. Utilia-PDEs.pdf, 2021.
[3] V. S. Vladimirov. Equations of Mathematical Physics. Marcel Dekker Inc. New York, 1971, vi+418 pp.
[4] V. S. Vladimirov. Le distribuzioni nella fisica matematica. Edizioni Mir, 1981.
[5] F. W. Warner. Foundations of differentiable manifolds and Lie groups. Corrected reprint of the 1971 edition. Graduate Texts in Mathematics, 94. Springer-Verlag, New York-Berlin, 1983. ix+272 pp.
[6] C. Zuily. Eléments de distributions et d'équations aux dérivées partielles. Dunod, 2002.

[1] Il calcolo delle k-forme differenziali può essere tratto da qualsiasi libro di geometria differenziale. Per esempio il Warner [5] citato in bibliografia.