

PROGRAMMA DEL CORSO DI ANALISI SUPERIORE E EDP (LAUREA MAGISTRALE IN MATEMATICA) , A.A. 2023-2024

ALBERTO PARMEGGIANI

Nota bene: I temi per lo scritto sono quelli dei punti 1, 3, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 14.

- (1) Il teorema di Frobenius.
- (2) Soluzione fondamentale delle equazioni differenziali ordinarie.
- (3) Soluzione fondamentale del Laplaciano.
- (4) Lo spazio $C^k(I, \mathcal{D}'(\Omega))$ e sue proprietà (enunciati).
- (5) Soluzione fondamentale dell'operatore del calore, e relativo problema di Cauchy (con termine sorgente nullo).
- (6) Soluzione fondamentale dell'operatore delle onde in $\mathbb{R} \times \mathbb{R}^3$ e relativo problema di Cauchy (con termine sorgente nullo).
- (7) Soluzione fondamentale dell'operatore di Schrödinger e relativo problema di Cauchy (con termine sorgente nullo).
- (8) Il principio di Duhamel (enunciato).
- (9) Risolubilità in $L^2(\Omega)$ e disuguaglianza di Hörmander per operatori a coefficienti costanti.
- (10) Ipoellitticità di operatori differenziali a coefficienti costanti e supporto singolare della soluzione fondamentale. Teorema di Liouville. Singolarità eliminabili di soluzioni di equazioni ipoellittiche a coefficienti costanti.
- (11) Costruzione della parametrice per operatori differenziali a coefficienti costanti il cui simbolo è un polinomio ellittico.
- (12) Distribuzioni periodiche, distribuzioni sui tori piatti, proprietà del Laplaciano sui tori piatti.
- (13) Il metodo di Galerkin per soluzioni deboli di sistemi $N \times N$ a coefficienti reali e periodici.
- (14) Il Lemma di Friedrichs e le soluzioni forti.
- (15) Il teorema di decomposizione di Hodge sui tori piatti; conseguenze sulla coomologia di de Rham di $\mathbb{T}^n$.¹

F. Facoltativi:

- Condizioni che legano il nucleo in $C^m(X)$ o $L^2_{\text{loc}}(X)$ di un operatore a coefficienti costanti $P(D)$ (di ordine m) alla varietà degli zeri complessi del polinomio $P(\xi)$.

E. Argomenti extra trattati:

- Spazi di Sobolev sui tori piatti; Teorema di immersione di Sobolev; Teorema di immersione compatta di Rellich.
- Spettro di operatori differenziali a coefficienti costanti sui tori piatti.
- Teorema del nucleo di Schwartz.

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- [1] L. Hörmander. The analysis of linear partial differential operators. I. Distribution theory and Fourier analysis. Second edition. Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften, 256. Springer-Verlag, Berlin, 1990. xii+440 pp.
- [2] A. Parmeggiani. Utilia-PDEs.pdf, 2024.
- [3] F. W. Warner. Foundations of differentiable manifolds and Lie groups. Corrected reprint of the 1971 edition. Graduate Texts in Mathematics, 94. Springer-Verlag, New York-Berlin, 1983. ix+272 pp.
- [4] C. Zuily. Éléments de distributions et d'équations aux dérivées partielles. Dunod, 2002.

¹Il calcolo delle k -forme differenziali può essere tratto da qualsiasi libro di geometria differenziale. Per esempio il Warner [3] citato in bibliografia.