PROVA SCRITTA DI MATEMATICA 2
Corso di Laurea in ARCHITETTURA
(Alberto PARMEGGIANI)

A.A. 2000/2001: 14 Dicembre 2000 (1)

COGNOME e NOME (Stampatello):

FIRMA (per esteso):

MATRICOLA:

N.B. Ogni risposta esatta vale 4 punti. **Barrare una sola casella**. **SCRIVERE NOME, COGNOME, NUMERO DI MATRICOLA**. Ammissione con punteggio ≥ 12. **Durata della prova: 3 ore. ORALE immediatamente successivo.**

(1). Data la funzione $f\colon \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) = x^3 + 3xy^2 + y$, calcolare $\|\nabla f(1, 1)\|$
- ☐ $-\sqrt{5}$
- ☐ $\sqrt{73}$
- ☐ $\sqrt{85}$
- ☐ Nessuno dei precedenti

(2). L'equazione del piano tangente il grafico della funzione dell'esercizio **(1)** nel punto $(1, 1, f(1, 1))$ è
- ☐ $z = 6x + 7y - 8$
- ☐ $z = 7x + 6y - 8$
- ☐ $z = 7x - 6y + 8$
- ☐ Nessuno dei precedenti

(3). Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Determinare tutti gli α per i quali converge la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^\alpha} \frac{n^2+2}{\sqrt{n^3+3}}$
- ☐ $\alpha > 0$
- ☐ $\alpha > 1$
- ☐ $\alpha \leq 3/2$
- ☐ Nessuno dei precedenti

(4). Sia $f\colon \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x,y) = 2x(y+2) - x^2y$. Allora:

☐ La funzione non ha punti critici

☐ La funzione ha esattamente 2 punti critici, nessuno dei quali è di massimo o minimo locale

☐ La funzione ha esattamente 2 punti critici, uno dei quali è un massimo locale e l'altro di sella

☐ Nessuno dei precedenti

(5). Sia $L(\gamma)$ la lunghezza della curva $\gamma\colon [1,2] \longrightarrow \mathbb{R}^2$, $\gamma(t) = (e^t - 1, e^t + 1)$. Allora:

☐ $L(\gamma) = \sqrt{2}\, e(e-1)$

☐ $L(\gamma) = \sqrt{2}(e-1)$

☐ $L(\gamma) = e\sqrt{2}$

☐ Nessuno dei precedenti

(6). Data la curva $\gamma\colon [1,2] \longrightarrow \mathbb{R}^2$, $\gamma(t) = (t, \log t)$, calcolare $\displaystyle\int_\gamma x^2 ds$

☐ $(5\sqrt{5} - 2)/3$

☐ $(\sqrt{5} + 2)/3$

☐ $(5\sqrt{5} - 2\sqrt{2})/3$

☐ Nessuno dei precedenti

(7). Sia data la funzione **continua** $f\colon \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x,y) = 3x + 2y$, sul vincolo regolare $E = \{(x,y);\ x^2 + y^2 = 1\}$. Poiché E è chiuso, limitato e connesso, $f(E)$ è un intervallo, il cui estremo sinistro è il minimo assoluto di f ed il cui estremo destro è il massimo assoluto di f. Determinare $f(E)$. [Si usi la tecnica dei moltiplicatori di Lagrange.]

☐ $f(E) = [-1, 1]$

☐ $f(E) = [-\sqrt{13}, \sqrt{13}]$

☐ $f(E) = [-\sqrt{11}, \sqrt{11}]$

☐ Nessuno dei precedenti

(8). Sia $D = \{(x,y);\ x \geq 0, x^3 \leq y \leq 2x\}$. Si calcoli l'area di D, $\displaystyle\int_D dxdy$

☐ 2

☐ 1/2

☐ 1

☐ Nessuno dei precedenti

PROVA SCRITTA DI MATEMATICA 2
Corso di Laurea in ARCHITETTURA
(Alberto PARMEGGIANI)

A.A. 2000/2001: 4 Gennaio 2001 (1)

COGNOME e NOME (Stampatello):

FIRMA (per esteso):

MATRICOLA:

N.B. Ogni risposta esatta vale 4 punti. **Barrare una sola casella**. **SCRIVERE NOME, COGNOME, NUMERO DI MATRICOLA**. Ammissione con punteggio ≥ 12. **Durata della prova: 3 ore. ORALE immediatamente successivo.**

(1). Data la funzione $f\colon \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x,y) = x^2 + 5xy^2 + 1$, calcolare $\|\nabla f(1,1)\|$

☐ $\sqrt{149}$
☐ 0
☐ $\sqrt{151}$
☐ Nessuno dei precedenti

(2). L'equazione del piano tangente il grafico della funzione dell'esercizio **(1)** nel punto $(1,1)$ è

☐ $z = 10x + 7y - 10$
☐ $z = 7x + 10y - 10$
☐ $z = 7x + 10y + 10$
☐ Nessuno dei precedenti

(3). Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Determinare tutti gli α per i quali converge la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^\alpha} \frac{n^2+n+1}{\sqrt[3]{n^2+1}}$

☐ $\alpha > 7/3$
☐ $\alpha > 2$
☐ $\alpha < 3/7$
☐ Nessuno dei precedenti

(4). Sia $f\colon \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x,y) = x^3 + 2yx + 2y^2$. Allora:

☐ La funzione non ha punti critici

☐ La funzione ha esattamente 2 punti critici, nessuno dei quali è di massimo o minimo locale

☐ La funzione ha esattamente 2 punti critici, uno dei quali è un minimo locale e l'altro di sella

☐ Nessuno dei precedenti

(5). Sia $L(\gamma)$ la lunghezza della curva $\gamma\colon [0,1] \longrightarrow \mathbb{R}^2$, $\gamma(t) = (e^t, -e^t + 4)$. Allora:

☐ $L(\gamma) = \sqrt{2}\, e(e-1)$

☐ $L(\gamma) = \sqrt{2}(e-1)$

☐ $L(\gamma) = e\sqrt{2}$

☐ Nessuno dei precedenti

(6). Data la curva $\gamma\colon [0,1] \longrightarrow \mathbb{R}^2$, $\gamma(t) = (t\cos t, t\sin t)$, calcolare $\displaystyle\int_\gamma \sqrt{x^2+y^2}ds$

☐ $(2\sqrt{2}-1)/3$

☐ $(\sqrt{5}+2)/3$

☐ $(2\sqrt{2}-2)/3$

☐ Nessuno dei precedenti

(7). Sia data la funzione **continua** $f\colon \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x,y) = 4x - 2y$, sul vincolo regolare $E = \{(x,y);\ 3x^2 + y^2 = 7\}$. Poiché E è chiuso, limitato e connesso, $f(E)$ è un intervallo, il cui estremo sinistro è il minimo assoluto di f ed il cui estremo destro è il massimo assoluto di f. Determinare $f(E)$. [Si usi la tecnica dei moltiplicatori di Lagrange.]

☐ $f(E) = [-14/3, 14/3]$

☐ $f(E) = [-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$

☐ $f(E) = [-14\sqrt{3}/3, 14\sqrt{3}/3]$

☐ Nessuno dei precedenti

(8). Sia $D = \{(x,y);\ x \geq 0, x^4 \leq y \leq x\}$. Si calcoli l'area di D, $\displaystyle\int_D dxdy$

☐ 1

☐ 3/10

☐ 2/3

☐ Nessuno dei precedenti

PROVA SCRITTA DI MATEMATICA II
Corso di Laurea in ARCHITETTURA
(Alberto PARMEGGIANI)

A.A. 2000/2001: 2 Luglio 2001 (1)

COGNOME e NOME (Stampatello):

FIRMA (per esteso):

MATRICOLA:

N.B. Ogni risposta esatta vale 4 punti. **Barrare una sola casella**. **SCRIVERE NOME, COGNOME, NUMERO DI MATRICOLA**. Ammissione con punteggio ≥ 12. **Durata della prova: 3 ore. ORALE immediatamente successivo.**

(1). Data la funzione $f\colon \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x,y) = x^3 + y^3 + x^2y + 1$, calcolare $\|\nabla f(1,2)\|$

☐ $\sqrt{218}$
☐ $\sqrt{129}$
☐ $\sqrt{109}$
☐ Nessuno dei precedenti

(2). L'equazione del piano tangente il grafico della funzione dell'esercizio **(1)** nel punto $(1, 2, f(1,2))$ è

☐ $z = 13x + 7y - 21$
☐ $z = 7x + 10y + 10$
☐ $z = 7x + 13y - 21$
☐ Nessuno dei precedenti

(3). Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Determinare tutti gli α per i quali converge la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^\alpha} \frac{\sqrt{n^7+1}}{n^3+n+1}$

☐ $\alpha > 2/3$
☐ $\alpha > 3/2$
☐ $\alpha < 7/2$
☐ Nessuno dei precedenti

(4). Sia $f\colon \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x,y) = x^3 + 2xy + y^3$. Allora:

☐ La funzione ha esattamente 2 punti critici, uno dei quali è un minimo locale e l'altro di sella

☐ La funzione ha esattamente 2 punti critici, uno dei quali è un massimo locale e l'altro di sella

☐ La funzione non ha punti critici

☐ Nessuno dei precedenti

(5). Sia $L(\gamma)$ la lunghezza della curva $\gamma\colon [0,1] \longrightarrow \mathbb{R}^2$, $\gamma(t) = (1, t^2 + t)$. Allora:

☐ $L(\gamma) = \sqrt{2}$

☐ $L(\gamma) = 2\sqrt{2}$

☐ $L(\gamma) = 2$

☐ Nessuno dei precedenti

(6). Data la curva $\gamma\colon [0,1] \longrightarrow \mathbb{R}^2$, $\gamma(t) = (t, \arctan t)$, calcolare $\displaystyle\int_\gamma 3x\sqrt{1+x^2}\, ds$

☐ $(2\sqrt{3} - \sqrt{2})$

☐ $(\sqrt{3} + 2)$

☐ $(3\sqrt{3} - 2\sqrt{2})$

☐ Nessuno dei precedenti

(7). Sia data la funzione **continua** $f\colon \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x,y) = x - 8y$, sul vincolo regolare $E = \{(x,y);\ x^2 + y^2 = 1\}$. Poiché E è chiuso, limitato e connesso, $f(E)$ è un intervallo, il cui estremo sinistro è il minimo assoluto di f ed il cui estremo destro è il massimo assoluto di f. Determinare $f(E)$. [Si usi la tecnica dei moltiplicatori di Lagrange.]

☐ $f(E) = [-7, 7]$

☐ $f(E) = [-9, 9]$

☐ $f(E) = [-6, 6]$

☐ Nessuno dei precedenti

(8). Sia $D = \{(x,y);\ x \geq 0, x^2 \leq y \leq 2x + 3\}$. Si calcoli l'area di D, $\displaystyle\int_D dxdy$

☐ 9

☐ 18

☐ 3

☐ Nessuno dei precedenti

PROVA SCRITTA DI MATEMATICA II
Corso di Laurea in ARCHITETTURA
(Alberto PARMEGGIANI)

A.A. 2000/2001: 21 Settembre 2001 (1)

COGNOME e NOME (Stampatello):

FIRMA (per esteso):

MATRICOLA:

N.B. Ogni risposta esatta vale 4 punti. **Barrare una sola casella**. **SCRIVERE NOME, COGNOME, NUMERO DI MATRICOLA**. Ammissione con punteggio ≥ 12. **Durata della prova: 3 ore. ORALE immediatamente successivo.**

(1). Data la funzione $f\colon \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x,y) = 5x^2 + x^3y^2 + 3$, calcolare $\|\nabla f(1/2,2)\|$

☐ $\sqrt{51}/2$
☐ $\sqrt{73}$
☐ $\sqrt{257}/2$
☐ Nessuno dei precedenti

(2). L'equazione del piano tangente il grafico della funzione dell'esercizio **(1)** nel punto $(1/2, 2, f(1/2,2))$ è

☐ $z = 8x + \frac{1}{2}y - \frac{1}{4}$
☐ $z = \frac{1}{2}x + 8y - 4$
☐ $z = 8x - 8y + 1$
☐ Nessuno dei precedenti

(3). Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Determinare tutti gli α per i quali converge la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^\alpha} \frac{n^3+n+1}{\sqrt{n^8+1}}$

☐ $\alpha > 1$
☐ $\alpha > 2$
☐ $\alpha \leq 0$
☐ Nessuno dei precedenti

(4). Sia $f\colon \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x,y) = x^3 - 2x + y^2$. Allora:

☐ La funzione non ha punti critici

☐ La funzione ha esattamente 2 punti critici, uno dei quali è un minimo locale e l'altro di sella

☐ La funzione ha esattamente 2 punti critici, nessuno dei quali è di massimo o minimo locale

☐ Nessuno dei precedenti

(5). Sia $L(\gamma)$ la lunghezza della curva $\gamma\colon [1,2] \longrightarrow \mathbb{R}^2$, $\gamma(t) = (\ln t, 1 + \ln t)$. Allora:

☐ $L(\gamma) = \sqrt{2}\ln 2$

☐ $L(\gamma) = \sqrt{2}$

☐ $L(\gamma) = 2\sqrt{2}$

☐ Nessuno dei precedenti

(6). Data la curva $\gamma\colon [1,2] \longrightarrow \mathbb{R}^2$, $\gamma(t) = (t, \ln t)$, calcolare $\displaystyle\int_\gamma 3x^2 ds$

☐ $(5\sqrt{5} - 2\sqrt{2})/3$

☐ $(5\sqrt{5} + 2\sqrt{2})$

☐ $(5\sqrt{5} - 2\sqrt{2})$

☐ Nessuno dei precedenti

(7). Sia data la funzione **continua** $f\colon \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x,y) = 8x + 20y$, sul vincolo regolare $E = \{(x,y);\ x^2 + 5y^2 = 18\}$. Poiché E è chiuso, limitato e connesso, $f(E)$ è un intervallo, il cui estremo sinistro è il minimo assoluto di f ed il cui estremo destro è il massimo assoluto di f. Determinare $f(E)$. [Si usi la tecnica dei moltiplicatori di Lagrange.]

☐ $f(E) = [-36, 36]$

☐ $f(E) = [-\sqrt{2}, 36\sqrt{2}]$

☐ $f(E) = [-36\sqrt{2}, 36\sqrt{2}]$

☐ Nessuno dei precedenti

(8). Sia $D = \{(x,y);\ x \geq 0, x^3 \leq y \leq 16x\}$. Si calcoli l'area di D, $\displaystyle\int_D dxdy$

☐ -32

☐ 64

☐ 12

☐ Nessuno dei precedenti

PROVA SCRITTA DI
ISTITUZIONI DI MATEMATICHE II
Corso di Laurea in ARCHITETTURA
(Alberto PARMEGGIANI)

A.A. 2001/2002: 16 Gennaio 2002

COGNOME e NOME (Stampatello):

FIRMA (per esteso):

MATRICOLA:

N.B. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni errata $-1/2$. **Barrare una sola casella**. **SCRIVERE NOME, COGNOME, NUMERO DI MATRICOLA**. Ammissione con punteggio ≥ 7. **Durata della prova: 3 ore. ORALE immediatamente successivo.**

(1). Siano $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ e sia $\mathbb{R} \ni x \longmapsto y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$y'' - 2y' + y = 1, \quad y(0) = \alpha, \ y'(0) = \beta.$$

Si determinino tutti gli α e β per i quali $\lim_{x \to +\infty} \frac{y(x)}{xe^x} = 3$.

☐ Tutti gli α e β tali che $\beta - 2\alpha = 2$
☐ Tutti gli α e β tali che $\beta - \alpha = 2$
☐ $\alpha = 1, \beta = 3$
☐ Nessuno dei precedenti

(2). L'equazione del piano tangente il grafico della funzione $f : \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+ \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) = \ln(1 + xy) + x^3 + y^2$, nel punto $(1, 1, f(1, 1))$ è

☐ $z = 9 + 3x - 6y$
☐ $z = 16 - 7x/2 + 5y/2$
☐ $z = \ln 2 - 4 + 7x/2 + 5y/2$
☐ Nessuno dei precedenti

(3). Sia $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) = x^3 + 2xy - y^2$. Allora:

☐ La funzione non ha punti critici
☐ La funzione ha esattamente 2 punti critici, uno dei quali è un minimo locale e l'altro di sella
☐ La funzione ha esattamente 2 punti critici, nessuno dei quali è di massimo o minimo locale
☐ Nessuno dei precedenti

(4). Sia dato su $\mathbb{R}^2$ il campo vettoriale $\vec{F}(x,y) = (2y + e^x, 2x + 2y)$. Sia $f\colon \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ un potenziale di $\vec{F}$, e si consideri la curva equipotenziale $f(x,y) = f(1,1)$, pensata come equazione nella incognita y. Esplicitata la y come funzione $x \longmapsto y(x)$ definita sul suo dominio naturale, tale che $y(1) = 1$, si calcoli $(y(2)+2)^2$.

- ☐ $7 + e - e^2$
- ☐ $7 + e - 2e$
- ☐ $-e + 1$
- ☐ Nessuno dei precedenti

(5). Sia $\gamma\colon [0,1] \longrightarrow \mathbb{R}^3$, $\gamma(t) = (t, 1, t^2)$. Si calcoli $\displaystyle\int_\gamma x ds$. [Si ricordi che $ds = \|\dot\gamma\| dt$.]

- ☐ $(1 - 5\sqrt{5})/12$
- ☐ $(2\sqrt{2} - 1)/6$
- ☐ $(5\sqrt{5} - 1)/12$
- ☐ Nessuno dei precedenti

(6). Sia $x \longmapsto y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$y' = x(1 + y^2), \quad y(0) = 0.$$

Allora:

- ☐ y non ha minimo assoluto
- ☐ y ha un minimo assoluto in $x = 0$
- ☐ y non ha né minimo né massimo assoluto
- ☐ Nessuno dei precedenti

(7). Sia data la funzione **continua** $f\colon \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x,y) = x + 2y$, sul vincolo regolare $E = \{(x,y);\ x^2 + 2y^2 = 2\}$. Poiché E è chiuso, limitato e connesso, $f(E)$ è un intervallo, il cui estremo sinistro è il minimo assoluto di f ed il cui estremo destro è il massimo assoluto di f. Determinare $f(E)$. [Si usi la tecnica dei moltiplicatori di Lagrange.]

- ☐ $f(E) = [-11\sqrt{6}, 11\sqrt{6}]$
- ☐ $f(E) = [-\sqrt{6}, \sqrt{6}]$
- ☐ $f(E) = [-3/2, 3/2]$
- ☐ Nessuno dei precedenti

(8). Sia $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2;\ 1 \le x^2 + y^2 \le 2,\ x \ge 0\}$. Si calcoli

$$\iint_D \frac{x}{x^2 + y^2} dxdy.$$

- ☐ $2(\sqrt{2} - 1)$
- ☐ $\sqrt{2} - 1$
- ☐ $2(2 - \sqrt{2})$
- ☐ Nessuno dei precedenti

PROVA SCRITTA DI
ISTITUZIONI DI MATEMATICHE II
Corso di Laurea in ARCHITETTURA
(Alberto PARMEGGIANI)

A.A. 2001/2002: 16 Gennaio 2002

COGNOME e NOME (Stampatello):

FIRMA (per esteso):

MATRICOLA:

N.B. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni errata $-1/2$. **Barrare una sola casella**. **SCRIVERE NOME, COGNOME, NUMERO DI MATRICOLA**. Ammissione con punteggio ≥ 7. **Durata della prova: 3 ore. ORALE immediatamente successivo.**

(1). L'equazione del piano tangente il grafico della funzione $f\colon \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+ \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x,y) = \ln(1+xy) + x^3 + y^2$, nel punto $(2,0,f(2,0))$ è
- ☐ $z = 16 + 12x + 2y$
- ☐ $z = 16 - 7x + 5y$
- ☐ $z = \ln 2 - 4 + 7x + 5y$
- ☐ Nessuno dei precedenti

(2). Sia $f\colon \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x,y) = -x^3 - 2xy + y^2$. Allora:
- ☐ La funzione ha esattamente 2 punti critici, uno dei quali è un minimo locale e l'altro di sella
- ☐ La funzione ha esattamente 2 punti critici, nessuno dei quali è di massimo o minimo locale
- ☐ La funzione non ha punti critici
- ☐ Nessuno dei precedenti

(3). Sia dato su $\mathbb{R}^2$ il campo vettoriale $\vec{F}(x,y) = (2y - e^x, 2y + 2x)$. Sia $f\colon \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ un potenziale di $\vec{F}$, e si consideri la curva equipotenziale $f(x,y) = f(1,1)$, pensata come equazione nella incognita y. Esplicitata la y come funzione $x \longmapsto y(x)$ definita sul suo dominio naturale, tale che $y(1) = 1$, si calcoli $(y(3)+3)^2$.
- ☐ $12 - e + 2e^3$
- ☐ $12 - e + 6e$
- ☐ $12 - e + e^3$
- ☐ Nessuno dei precedenti

(4). Siano $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ e sia $\mathbb{R} \ni x \longmapsto y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$y'' - 2y' + y = 1, \quad y(0) = \alpha, \ y'(0) = \beta.$$

Si determinino tutti gli α e β per i quali $\lim_{x \to +\infty} \frac{y(x)}{e^x} = 0$.

☐ Tutti gli α e β tali che $\beta - \alpha = 2$
☐ $\alpha = 1, \beta = 0$
☐ $\alpha = 1, \beta = 3$
☐ Nessuno dei precedenti

(5). Sia $\gamma\colon [0, 1/2] \longrightarrow \mathbb{R}^3$, $\gamma(t) = (t, 1, t^2)$. Si calcoli $\int_\gamma x ds$. [Si ricordi che $ds = \|\dot{\gamma}\| dt$.]

☐ $(2\sqrt{2} - 1)/12$
☐ $(3\sqrt{2} - 1)/6$
☐ $(1 - 2\sqrt{2})/12$
☐ Nessuno dei precedenti

(6). Sia $x \longmapsto y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$y' = xy^2, \quad y(0) = 1.$$

Allora:

☐ y non ha massimo assoluto
☐ y ha un massimo assoluto in $x = 0$
☐ y non ha né minimo né massimo assoluto
☐ Nessuno dei precedenti

(7). Sia data la funzione **continua** $f\colon \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) = x + 2y$, sul vincolo regolare $E = \{(x, y);\ 2x^2 + y^2 = 1\}$. Poiché E è chiuso, limitato e connesso, $f(E)$ è un intervallo, il cui estremo sinistro è il minimo assoluto di f ed il cui estremo destro è il massimo assoluto di f. Determinare $f(E)$. [Si usi la tecnica dei moltiplicatori di Lagrange.]

☐ $f(E) = [-2, 2]$
☐ $f(E) = [-\sqrt{6}, \sqrt{6}]$
☐ $f(E) = [-3/\sqrt{2}, 3/\sqrt{2}]$
☐ Nessuno dei precedenti

(8). Sia $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2;\ 2 \le x^2 + y^2 \le 4,\ x \ge 0\}$. Si calcoli

$$\iint_D \frac{x}{x^2 + y^2} dxdy.$$

☐ $2(2 - \sqrt{2})$
☐ $2(\sqrt{2} - 1)$
☐ $2(1 - \sqrt{2})$
☐ Nessuno dei precedenti

PROVA SCRITTA DI ISTITUZIONI DI MATEMATICHE II
Corso di Laurea in ARCHITETTURA
(Alberto PARMEGGIANI)

A.A. 2001/2002: 16 Gennaio 2002

COGNOME e NOME (Stampatello):

FIRMA (per esteso):

MATRICOLA:

N.B. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni errata $-1/2$. **Barrare una sola casella**. **SCRIVERE NOME, COGNOME, NUMERO DI MATRICOLA**. Ammissione con punteggio ≥ 7. **Durata della prova: 3 ore. ORALE immediatamente successivo.**

(1). Sia $f\colon \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x,y) = -x^3 + 2xy - y^2$. Allora:

☐ La funzione ha esattamente 2 punti critici, nessuno dei quali è di massimo o minimo locale

☐ La funzione non ha punti critici

☐ La funzione ha esattamente 2 punti critici, uno dei quali è un massimo locale e l'altro di sella

☐ Nessuno dei precedenti

(2). Sia dato su $\mathbb{R}^2$ il campo vettoriale $\vec{F}(x,y) = (2y + 2e^x, 2y + 2x)$. Sia $f\colon \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ un potenziale di $\vec{F}$, e si consideri la curva equipotenziale $f(x,y) = f(1,1)$, pensata come equazione nella incognita y. Esplicitata la y come funzione $x \longmapsto y(x)$ definita sul suo dominio naturale, tale che $y(1) = 1$, si calcoli $(y(2) + 2)^2$.

☐ $7 - e + 2e^2$

☐ $7 + 2e - 2e^2$

☐ $7 - e + 4e$

☐ Nessuno dei precedenti

(3). L'equazione del piano tangente il grafico della funzione $f\colon \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+ \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x,y) = \ln(1 + xy) + x^3 + y^2$, nel punto $(0, 3, f(0,3))$ è

☐ $z = -9 - 3x + 6y$

☐ $z = -9 + 3x + 6y$

☐ $z = \ln 2 - 4 + 7x + 6y$

☐ Nessuno dei precedenti

(4). Sia $\gamma\colon[-1,0]\longrightarrow\mathbb{R}^3$, $\gamma(t)=(t,1,t^2)$. Si calcoli $\displaystyle\int_\gamma x ds$. [Si ricordi che $ds=\|\dot\gamma\|dt$.]

☐ $(5\sqrt{5}-1)/12$
☐ $(3\sqrt{3}-1)/6$
☐ $(1-5\sqrt{5})/12$
☐ Nessuno dei precedenti

(5). Sia $x\longmapsto y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$y'=x^2e^{-y},\quad y(0)=-\ln 3.$$

Allora:

☐ y ha un massimo assoluto
☐ y è monotona decrescente
☐ y ha minimo assoluto
☐ Nessuno dei precedenti

(6). Sia data la funzione **continua** $f\colon\mathbb{R}^2\longrightarrow\mathbb{R}$, $f(x,y)=x+2y$, sul vincolo regolare $E=\{(x,y);\ 2x^2+3y^2=11\}$. Poiché E è chiuso, limitato e connesso, $f(E)$ è un intervallo, il cui estremo sinistro è il minimo assoluto di f ed il cui estremo destro è il massimo assoluto di f. Determinare $f(E)$. [Si usi la tecnica dei moltiplicatori di Lagrange.]

☐ $f(E)=[-11/\sqrt{6},11/\sqrt{6}]$
☐ $f(E)=[-13/\sqrt{6},13/\sqrt{6}]$
☐ $f(E)=[-5/\sqrt{6},5/\sqrt{6}]$
☐ Nessuno dei precedenti

(7). Sia $D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2;\ 1\le x^2+y^2\le 2,\ y\ge 0\}$. Si calcoli

$$\iint_D \frac{y}{x^2+y^2}dxdy.$$

☐ $2(2-\sqrt{2})$
☐ $2(\sqrt{2}-1)$
☐ $2(1-\sqrt{2})$
☐ Nessuno dei precedenti

(8). Siano $\alpha,\beta\in\mathbb{R}$ e sia $\mathbb{R}\ni x\longmapsto y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$y''-2y'+y=1,\quad y(0)=\alpha,\ y'(0)=\beta.$$

Si determinino tutti gli α e β per i quali $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\frac{y(x)}{e^x}=3.$

☐ Tutti gli $\alpha=4,\beta=3$
☐ $\alpha=1,\beta=3$
☐ $\alpha=1,\beta=2$
☐ Nessuno dei precedenti

PROVA SCRITTA DI ISTITUZIONI DI MATEMATICHE II

Corso di Laurea in ARCHITETTURA

(Alberto PARMEGGIANI)

A.A. 2001/2002: 6 Febbraio 2002

COGNOME e NOME (Stampatello):

FIRMA (per esteso):

MATRICOLA:

N.B. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni errata $-1/2$. **Barrare una sola casella**. **SCRIVERE NOME, COGNOME, NUMERO DI MATRICOLA**. Ammissione con punteggio ≥ 7. **Durata della prova: 3 ore. ORALE immediatamente successivo.**

(1). Siano $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ e sia $\mathbb{R} \ni x \longmapsto y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$y'' - 3y' + 2y = 6e^{-x}, \quad y(0) = \alpha, \ y'(0) = \beta.$$

Si determinino tutti gli α e β per i quali $\lim_{x \to +\infty} \frac{y(x)}{e^x} = 1$.

☐ Tutti gli α e β tali che $\beta - \alpha = 2$
☐ $\beta = 2, \alpha = 0$
☐ $\alpha = 2, \beta = 0$
☐ Nessuno dei precedenti

(2). L'equazione del piano tangente il grafico della funzione $f\colon \{(x,y) \in \mathbb{R}^2;\ xy > -1\} \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x,y) = \ln(1+xy) + \sin(x^3+y^3) + y + 1$, nel punto $(0,0,f(0,0))$ è

☐ $z = y + 1$
☐ $z = x + y + 1$
☐ $z = x - y + 1$
☐ Nessuno dei precedenti

(3). Sia $f\colon \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x,y) = (x+y)y^2 - x$. Allora:

☐ La funzione non ha punti critici
☐ La funzione ha esattamente 2 punti critici, nessuno dei quali è di massimo o minimo locale
☐ La funzione ha esattamente 2 punti critici, uno dei quali è un massimo locale e l'altro di sella
☐ Nessuno dei precedenti

(4). Sia dato su $\mathbb{R}^2$ il campo vettoriale $\vec{F}(x,y) = (2y+\cos x, 2x+2y)$. Sia $f\colon \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ un potenziale di $\vec{F}$, e si consideri la curva equipotenziale $f(x,y) = f(\pi/2, 1)$, pensata come equazione nella incognita y. Esplicitata la y come funzione $x \longmapsto y(x)$ definita sul suo dominio naturale, tale che $y(\pi/2) = 1$, si calcoli $\lim_{x\to\pi} y(x)$.

☐ $-\pi + \sqrt{\pi^2 - \pi + 2}$
☐ $\pi + \sqrt{\pi^2 + \pi + 2}$
☐ $-\pi + \sqrt{\pi^2 + \pi + 2}$
☐ Nessuno dei precedenti

(5). Sia $\gamma\colon [1,3] \longrightarrow \mathbb{R}^3$, $\gamma(t) = (\ln t, t, 1)$. Si calcoli $\displaystyle\int_\gamma y^2 ds$. [Si ricordi che $ds = \|\dot{\gamma}\| dt$.]

☐ $5\sqrt{10} - \sqrt{2}$
☐ $(5\sqrt{5} - \sqrt{2})/3$
☐ $2(5\sqrt{10} - \sqrt{2})/3$
☐ Nessuno dei precedenti

(6). Sia $x \longmapsto y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$y' = \cos x \left(\frac{1+y^2}{y}\right), \quad y(0) = -1.$$

Si calcoli il $\lim_{x\to\pi/2} y(x)$.

☐ $-\sqrt{e^2 - 1}$
☐ $-\sqrt{2e^2 - 1}$
☐ $\sqrt{2e^2 - 1}$
☐ Nessuno dei precedenti

(7). Sia data la funzione **continua** $f\colon \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x,y) = 4x + 4y$, sul vincolo regolare $E = \{(x,y);\ x^4 + 8y^4 = 6\}$. Poiché E è chiuso, limitato e connesso, $f(E)$ è un intervallo, il cui estremo sinistro è il minimo assoluto di f ed il cui estremo destro è il massimo assoluto di f. Determinare $f(E)$. [Si usi la tecnica dei moltiplicatori di Lagrange.]

☐ $f(E) = [-3\sqrt{6}, 3\sqrt{2}]$
☐ $f(E) = [-6\sqrt{2}, 6\sqrt{2}]$
☐ $f(E) = [-6\sqrt{2}, 3\sqrt{2}]$
☐ Nessuno dei precedenti

(8). Sia $R > 0$ e sia $A_R = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3;\ 0 \le z \le x^2 + y^2,\ x^2 + y^2 \le R^2\}$. Sia $f(R) = \displaystyle\iiint_{A_R} \sqrt{x^2 + y^2}\, dxdydz$. Si calcoli il $\displaystyle\lim_{R\to+\infty} \frac{f(R)}{R^5}$.

☐ $2\pi/5$
☐ $3\pi/5$
☐ 0
☐ Nessuno dei precedenti

PROVA SCRITTA DI
ISTITUZIONI DI MATEMATICHE II
Corso di Laurea in ARCHITETTURA
(Alberto PARMEGGIANI)

A.A. 2001/2002: 5 Giugno 2002

COGNOME e NOME (Stampatello):

FIRMA (per esteso):

MATRICOLA:

N.B. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni errata $-1/2$. **Barrare una sola casella**. **SCRIVERE NOME, COGNOME, NUMERO DI MATRICOLA**. Ammissione con punteggio ≥ 7. **Durata della prova: 3 ore. ORALE immediatamente successivo.**

(1). Siano $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ e sia $\mathbb{R} \ni x \longmapsto y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$y'' - 2y' + y = e^{-x}, \quad y(0) = \alpha, \; y'(0) = \beta.$$

Si determinino tutti gli α e β per i quali $\lim_{x\to+\infty} \frac{y(x)}{e^x} = \pi$.

☐ $\alpha = \pi + 1/4, \beta = \pi - 1/4$
☐ $\beta = \alpha = \pi + 1$
☐ $\alpha = 2\pi, \beta = 0$
☐ Nessuno dei precedenti

(2). L'equazione del piano tangente il grafico della funzione $f\colon \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x,y) = x^3 + 3x^2y + \sin(y^2)$, nel punto $(1, 0, f(1,0))$ è

☐ $z = -3x + 3y + 2$
☐ $z = 3x - 3y - 2$
☐ $z = 3x + 3y - 2$
☐ Nessuno dei precedenti

(3). Sia $f\colon \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x,y) = x^3 - 2xy + 2y^2$. Allora:

☐ La funzione non ha punti critici
☐ La funzione ha esattamente 2 punti critici, nessuno dei quali è di massimo o minimo locale
☐ La funzione ha esattamente 2 punti critici, uno dei quali è un minimo locale e l'altro di sella
☐ Nessuno dei precedenti

(4). Sia dato su $\mathbb{R}^2$ il campo vettoriale $\vec{F}(x,y) = (2xy^2 - e^x, 2x^2y)$. Sia $f: \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ un potenziale di $\vec{F}$, e si consideri la curva equipotenziale $f(x,y) = f(1,1)$, pensata come equazione nella incognita y. Esplicitata la y come funzione $x \longmapsto y(x)$ definita sul suo dominio naturale, tale che $y(1) = 1$. Si calcoli il $\lim_{x \to \ln(1+e)} y(x)$.

☐ $\sqrt{e-1}/\ln(2+e)$
☐ $\sqrt{2}/\ln(1+e)$
☐ $\sqrt{e+2}/\ln(1+2e)$
☐ Nessuno dei precedenti

(5). Sia $\gamma: [0, \pi/4] \longrightarrow \mathbb{R}^3$, $\gamma(t) = (\sin t, \cos t, t)$. Si calcoli $\int_\gamma xyds$. [Si ricordi che $ds = \|\dot{\gamma}\|dt$.]

☐ $\sqrt{2}/4$
☐ $\sqrt{2}/2$
☐ 0
☐ Nessuno dei precedenti

(6). Sia $x \longmapsto y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$y' = 2\sin x \cos x(1 + y^2), \quad y(0) = 0.$$

Si calcoli il $\lim_{x \to \pi/2} y(x)$.

☐ $-\tan 1$
☐ $\tan 1$
☐ $\pi/4$
☐ Nessuno dei precedenti

(7). Sia data la funzione **continua** $f: \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x,y) = x^2 - y^2$, sul vincolo regolare $E = \{(x,y);\ x^2 + 4y^2 = 1\}$. Poiché E è chiuso, limitato e connesso, $f(E)$ è un intervallo, il cui estremo sinistro è il minimo assoluto di f ed il cui estremo destro è il massimo assoluto di f. Determinare $f(E)$. [Si usi la tecnica dei moltiplicatori di Lagrange.]

☐ $f(E) = [-1/4, 1]$
☐ $f(E) = [-1, 1/4]$
☐ $f(E) = [-1, 4]$
☐ Nessuno dei precedenti

(8). Sia $R > 0$ ed $\alpha \geq 0$, e sia $A_R = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3;\ 0 \leq z \leq x^2 + y^2,\ x^2 + y^2 \leq R^2\}$. Sia $f(R) = \iiint_{A_R} (x^2 + y^2)^\alpha \, dxdydz$. Si determinino tutti gli $\alpha \geq 0$ tali che il $\lim_{R \to +\infty} \frac{f(R)}{R^7} \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

☐ $\alpha = 1$
☐ $\alpha = 1/2$
☐ $\alpha = 3/2$
☐ Nessuno dei precedenti

PROVA SCRITTA DI ISTITUZIONI DI MATEMATICHE II
Corso di Laurea in ARCHITETTURA
(Alberto PARMEGGIANI)

A.A. 2001/2002: 3 Luglio 2002

COGNOME e NOME (Stampatello):

FIRMA (per esteso):

MATRICOLA:

N.B. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni errata $-1/2$. **Barrare una sola casella**. **SCRIVERE NOME, COGNOME, NUMERO DI MATRICOLA**. Ammissione con punteggio ≥ 7. **Durata della prova: 3 ore. ORALE immediatamente successivo.**

(1). Siano $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ e sia $\mathbb{R} \ni x \longmapsto y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$y'' - 2y' + y = e^{-2x}, \quad y(0) = \alpha, \; y'(0) = \beta.$$

Si determinino tutti gli α e β per i quali $\lim_{x \to +\infty} \frac{y(x)}{xe^x} = \sqrt{\pi}$.

☐ $\alpha \in \mathbb{R}$, $\beta = 0$
☐ $\alpha \in \mathbb{R}$, $\beta = \alpha - \sqrt{\pi}$
☐ $\alpha \in \mathbb{R}$, $\beta = \alpha + \sqrt{\pi} - 1/3$
☐ Nessuno dei precedenti

(2). L'equazione del piano tangente il grafico della funzione $f\colon \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x,y) = x^2 + y^3 - e^{xy}$, nel punto $(1, 1, f(1,1))$ è

☐ $z = (2-e)x + (3-e)y - (3-e)$
☐ $z = (3-e)x - (2-e)y + (2-e)$
☐ $z = (2-e)x + (3-e)y + (2-e)$
☐ Nessuno dei precedenti

(3). Sia $f\colon \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x,y) = -(x+y)y^2 + x$. Allora:

☐ La funzione ha esattamente 2 punti critici, nessuno dei quali è di massimo o minimo locale
☐ La funzione non ha punti critici
☐ La funzione ha esattamente 2 punti critici, uno dei quali è un minimo locale e l'altro di massimo locale
☐ Nessuno dei precedenti

(4). Sia dato su $\mathbb{R}^2$ il campo vettoriale $\vec{F}(x,y) = \left(\frac{1}{1+x^2}, 2(1+y)\right)$. Sia $f\colon \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ un potenziale di $\vec{F}$, e si consideri la curva equipotenziale $f(x,y) = f(0,1)$, pensata come equazione nella incognita y. Esplicitata la y come funzione $x \longmapsto y(x)$ definita sul suo dominio naturale, tale che $y(0) = 1$, la si consideri sull'intervallo $[0, +\infty)$. Allora:

☐ $\max\limits_{x\in[0,+\infty)} y(x) \geq 2$
☐ L'equazione $y(x) = \lambda$, $x \geq 0$, ha sempre due soluzioni distinte per ogni $\lambda \geq 0$
☐ La y è monotona decrescente su $[0, +\infty)$
☐ Nessuno dei precedenti

(5). Sia $\gamma\colon [0, \pi/2] \longrightarrow \mathbb{R}^3$, $\gamma(t) = (\sin t, \cos t, t)$. Si calcoli $\int_\gamma xy^2 ds$. [Si ricordi che $ds = \|\dot{\gamma}\| dt$.]

☐ $\sqrt{2}/2$
☐ $\sqrt{2}/3$
☐ $3\sqrt{2}$
☐ Nessuno dei precedenti

(6). Sia $x \longmapsto y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$y' = \frac{\sqrt{y}}{1+x^2}, \quad y(0) = 1.$$

Si calcoli il $\lim\limits_{x\to+\infty} y(x)$.

☐ $(4+\pi)^2/16$
☐ $(16+\pi)^2/4$
☐ $(1+\pi)^2/2$
☐ Nessuno dei precedenti

(7). Sia data la funzione **continua** $f\colon \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x,y) = 4x^2 - y^2$, sul vincolo regolare $E = \{(x,y);\ 4x^2 + y^2 = 4\}$. Poiché E è chiuso, limitato e connesso, $f(E)$ è un intervallo, il cui estremo sinistro è il minimo assoluto di f ed il cui estremo destro è il massimo assoluto di f. Determinare $f(E)$. [Si usi la tecnica dei moltiplicatori di Lagrange.]

☐ $f(E) = [-4, 3]$
☐ $f(E) = [-4, 4]$
☐ $f(E) = [-\sqrt{2}, 4]$
☐ Nessuno dei precedenti

(8). Sia $R > 0$ ed $\alpha \geq 0$, e sia $A_R = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3;\ 0 \leq z \leq x^2 + y^2,\ x^2 + y^2 \leq R^2\}$. Sia $f(R) = \iiint_{A_R} (x^2+y^2)^\alpha\, dxdydz$. Si determinino tutti gli $\alpha \geq 0$ tali che il $\lim\limits_{R\to+\infty} \frac{f(R)}{R^8} \in \mathbb{R}$.

☐ $0 \leq \alpha \leq 3$
☐ $0 \leq \alpha \leq 2$
☐ $0 \leq \alpha \leq 1$
☐ Nessuno dei precedenti

PROVA SCRITTA DI
ISTITUZIONI DI MATEMATICHE II
Corso di Laurea in ARCHITETTURA
(Alberto PARMEGGIANI)

A.A. 2001/2002: 24 Settembre 2002

COGNOME e NOME (Stampatello):

FIRMA (per esteso):

MATRICOLA:

N.B. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni errata $-1/2$. **Barrare una sola casella**. **SCRIVERE NOME, COGNOME, NUMERO DI MATRICOLA**. Ammissione con punteggio ≥ 7. **Durata della prova: 3 ore. ORALE immediatamente successivo.**

(1). Siano $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ e sia $\mathbb{R} \ni x \longmapsto y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$y'' - 2y' + y = e^{-x}, \quad y(0) = \alpha, \; y'(0) = \beta.$$

Si determinino tutti gli α e β per i quali $\lim_{x \to +\infty} \dfrac{y(x)}{e^x} = 0$.

☐ Per tutti gli $\alpha \in \mathbb{R}$, $\beta = 0$
☐ $\alpha = 1/4$, $\beta = -1/4$
☐ $\alpha = 1/2$, $\beta = 1/4$
☐ Nessuno dei precedenti

(2). L'equazione del piano tangente il grafico della funzione $f \colon \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x,y) = x^3 + y^2 - e^{xy} + 1$, nel punto $(1,1,f(1,1))$ è

☐ $z = (3-e)x + (2-e)y - (2-e)$
☐ $z = (3-e)x - (2-e)y + (2-e)$
☐ $z = (2-e)(x+y) + (3-e)$
☐ Nessuno dei precedenti

(3). Sia $f \colon \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x,y) = y - (x+y)x^2 + x^4$. Allora:

☐ La funzione ha esattamente 2 punti critici, entrambi di minimo locale
☐ La funzione non ha punti critici
☐ La funzione ha esattamente 2 punti critici, uno dei quali è un minimo locale e l'altro di massimo locale
☐ Nessuno dei precedenti

(4). Sia dato su $\mathbb{R}^2$ il campo vettoriale $\vec{F}(x,y) = \left(\dfrac{xy^2}{1+x^2}, y\ln(1+x^2)\right)$. Sia $f\colon \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ un potenziale di $\vec{F}$, e si consideri la curva equipotenziale $f(x,y) = f(1,1)$, pensata come equazione nella incognita y. Esplicitata la y come funzione $x \longmapsto y(x)$ definita sul suo dominio naturale, tale che $y(1) = 1$, la si consideri sull'intervallo $\mathbb{R}_+ = (0,+\infty)$. Allora:

☐ La y è monotona crescente su $\mathbb{R}_+$
☐ $\max\limits_{x\in\mathbb{R}_+} y(x) = \sqrt{\ln 2}$
☐ $\sup\limits_{x\in\mathbb{R}_+} y(x) = +\infty$
☐ Nessuno dei precedenti

(5). Sia $\gamma\colon [0,\pi/2] \longrightarrow \mathbb{R}^3$, $\gamma(t) = (\sin t, \cos t, t)$. Si calcoli $\displaystyle\int_\gamma ye^x ds$. [Si ricordi che $ds = \|\dot\gamma\| dt$.]

☐ $\sqrt{2}(e-1)/2$
☐ $\sqrt{2}(e-1)/3$
☐ $\sqrt{2}(e-1)$
☐ Nessuno dei precedenti

(6). Sia $x \longmapsto y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$y' = \frac{2\cos(2x)}{1+y}, \quad y(0) = 0.$$

Sia $I = (-\pi/6, 2\pi/3)$. Allora:

☐ $\max\limits_{x\in I} y(x) = \sqrt{3} - 1$
☐ $\sup\limits_{x\in I} y(x) = +\infty$
☐ La y è monotona crescente
☐ Nessuno dei precedenti

(7). Sia data la funzione **continua** $f\colon \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x,y) = 4x^2 - y^2/2 - 1/2$, sul vincolo regolare $E = \{(x,y);\ 4x^2 + y^2 = 1\}$. Poiché E è chiuso, limitato e connesso, $f(E)$ è un intervallo, il cui estremo sinistro è il minimo assoluto di f ed il cui estremo destro è il massimo assoluto di f. Determinare $f(E)$. [Si usi la tecnica dei moltiplicatori di Lagrange.]

☐ $f(E) = [-1, 1/2]$
☐ $f(E) = [-1/2, 1/2]$
☐ $f(E) = [-\sqrt{2}, 1/4]$
☐ Nessuno dei precedenti

(8). Sia $R \geq 1$ e sia $A_R = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3;\ 0 \leq z \leq x^2+y^2,\ 1 \leq x^2+y^2 \leq R^2\}$. Sia $f(R) = \displaystyle\iiint_{A_R} \frac{z}{(x^2+y^2)^3}\, dxdydz$. Si determinino tutti gli $\alpha \in \mathbb{R}$ tali che il $\lim\limits_{R\to+\infty} \dfrac{f(R)}{R^\alpha} = 0$.

☐ Per tutti gli $\alpha \in \mathbb{R}$
☐ Per tutti gli $\alpha > 0$
☐ Per tutti gli $\alpha \geq -1$
☐ Nessuno dei precedenti