PROVA SCRITTA DI MATEMATICA
Corso di Laurea in ARCHITETTURA
(Alberto PARMEGGIANI)

A.A. 2001/2002: 21 Gennaio 2002

COGNOME e NOME (Stampatello):

FIRMA (per esteso):

MATRICOLA:

N.B. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni errata -1/2. **Barrare una sola casella**. **SCRIVERE NOME, COGNOME, NUMERO DI MATRICOLA**. Ammissione con punteggio ≥ 7. **Durata della prova: 3 ore. ORALE immediatamente successivo.**

(1). Si determinino tutti i $\lambda \in \mathbb{R}$ per i quali l'equazione

$$f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x-2}} = \lambda, \quad x > 2,$$

ha esattamente due soluzioni (cioè l'insieme $f^{-1}\{\lambda\}$ ha due elementi).

☐ $\lambda \geq 64\sqrt{5}/(9\sqrt{2})$
☐ $\lambda > 64\sqrt{3}/(9\sqrt{2})$
☐ $\lambda > 64\sqrt{3}/19$
☐ Nessuno dei precedenti

(2). Sia $\mathbb{R} \ni x \longmapsto y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$y' = -2y + 1, \quad y(0) = 1.$$

Si calcoli il $\lim\limits_{x \to +\infty} y(x)$.

☐ $-1/2$
☐ $-1/3$
☐ $+\infty$
☐ Nessuno dei precedenti

(3). Usando la regola di De l'Hospital si calcoli il limite

$$\lim_{x \to 0} \frac{\ln(1+x) - \sin x}{e^{x^2} - 1}$$

☐ $1/2$
☐ -2
☐ $-1/2$
☐ Nessuno dei precedenti

(4). Si calcoli l'approssimazione di Taylor del terzo ordine (resto secondo Peano) con punto iniziale 0 della funzione $f(x) = 3\ln(1+x) - \sin x$.

☐ $-x - x^2 + x^3/6 + o(x^3)$
☐ $x - x^2 + 7x^3/3! + o(x^3)$
☐ $2x - 3x^2/2 + 7x^3/3! + o(x^3)$
☐ Nessuno dei precedenti

(5). Si calcoli l'integrale $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{(x+1)(x+2)^2}dx$.

☐ $\ln(4/3) - 1/6$
☐ $\ln(4/3) - 1/12$
☐ $\ln(16/15) - 1/6$
☐ Nessuno dei precedenti

(6). Si determinino tutti gli $\alpha \in \mathbb{R}$ per i quali converge l'integrale generalizzato

$$\int_0^{+\infty} \frac{\arctan x}{x^\alpha |x^5 - 1|^{1/2}} dx.$$

☐ Per nessun α
☐ Per tutti gli $\alpha \in (-3/2, 2)$
☐ Per tutti gli $\alpha \in (-3/2, 1)$
☐ Nessuno dei precedenti

(7). Dette z_0, z_1, z_2 le soluzioni in $\mathbb{C}$ dell'equazione $(z+i)^3 = i$, si calcoli $\displaystyle\sum_{k=0}^{2} (\operatorname{Re} z_k)^2$.

☐ $9/2$
☐ -3
☐ $3/2$
☐ Nessuno dei precedenti

(8). Sia $x \longmapsto y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$y' = \frac{1+y^2}{2y} x^3, \quad y(0) = -1.$$

Si calcoli $y(1)$.

☐ $-\sqrt{2e^{1/4} - 1}$
☐ $-\sqrt{5e^{1/4} + 1}$
☐ $\sqrt{10e^{1/3} - 1}$
☐ Nessuno dei precedenti

PROVA SCRITTA DI MATEMATICA
Corso di Laurea in ARCHITETTURA
(Alberto PARMEGGIANI)

A.A. 2001/2002: 21 Gennaio 2002

COGNOME e NOME (Stampatello):

FIRMA (per esteso):

MATRICOLA:

N.B. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni errata -1/2. **Barrare una sola casella**. **SCRIVERE NOME, COGNOME, NUMERO DI MATRICOLA**. Ammissione con punteggio ≥ 7. **Durata della prova: 3 ore. ORALE immediatamente successivo.**

(1). Sia $\mathbb{R} \ni x \longmapsto y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$y' = -2y + 3, \quad y(0) = 2.$$

Si calcoli il $\lim\limits_{x \to +\infty} y(x)$.

☐ $7/3$
☐ $-1/3$
☐ $+\infty$
☐ Nessuno dei precedenti

(2). Usando la regola di De l'Hospital si calcoli il limite

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\ln(1 + x) - \sin x}$$

☐ $-1/2$
☐ 2
☐ -2
☐ Nessuno dei precedenti

(3). Si calcoli l'approssimazione di Taylor del terzo ordine (resto secondo Peano) con punto iniziale 0 della funzione $f(x) = 2\ln(1 + x) - \sin x$.

☐ $x - x^2 + 5x^3/3! + o(x^3)$
☐ $x + x^2 - 5x^3/3! + o(x^3)$
☐ $2x - 3x^2/2 + 7x^3/3! + o(x^3)$
☐ Nessuno dei precedenti

(4). Si determinino tutti i $\lambda \in \mathbb{R}$ per i quali l'equazione

$$f(x) = \frac{2x^2}{\sqrt{x-1}} = \lambda, \quad x > 1,$$

ha esattamente due soluzioni (cioè l'insieme $f^{-1}\{\lambda\}$ ha due elementi).
- ☐ $\lambda > 32\sqrt{3}/9$
- ☐ $\lambda \geq 32\sqrt{5}/9$
- ☐ $\lambda > 31\sqrt{3}/9$
- ☐ Nessuno dei precedenti

(5). Si calcoli l'integrale $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{(x+2)(x+3)^2} dx.$
- ☐ $\ln(9/8) - 1/6$
- ☐ $\ln(5/4) - 1/12$
- ☐ $\ln(9/8) - 1/12$
- ☐ Nessuno dei precedenti

(6). Si determinino tutti gli $\alpha \in \mathbb{R}$ per i quali converge l'integrale generalizzato

$$\int_0^{+\infty} \frac{e^{\frac{1}{1+x^2}} - 1}{x^\alpha |x-1|^{1/2}} dx.$$

- ☐ Per tutti gli $\alpha \in (-3/2, 1)$
- ☐ Per tutti gli $\alpha \in (-3/2, 3)$
- ☐ Per nessun α
- ☐ Nessuno dei precedenti

(7). Dette z_0, z_1, z_2 le soluzioni in $\mathbb{C}$ dell'equazione $(z-2i)^3 = i$, si calcoli $\displaystyle\sum_{k=0}^{2} (\operatorname{Im} z_k)$.

- ☐ 6
- ☐ 1
- ☐ -5
- ☐ Nessuno dei precedenti

(8). Sia $x \longmapsto y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$y' = \frac{1+y^2}{2y} x^3, \quad y(0) = -2.$$

Si calcoli $y(1)$.
- ☐ $-\sqrt{2e^{1/4}+1}$
- ☐ $-\sqrt{5e^{1/4}-1}$
- ☐ $\sqrt{10e^{1/3}+1}$
- ☐ Nessuno dei precedenti

PROVA SCRITTA DI MATEMATICA
Corso di Laurea in ARCHITETTURA
(Alberto PARMEGGIANI)

A.A. 2001/2002: 21 Gennaio 2002

COGNOME e NOME (Stampatello):

FIRMA (per esteso):

MATRICOLA:

N.B. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni errata -1/2. **Barrare una sola casella**. **SCRIVERE NOME, COGNOME, NUMERO DI MATRICOLA**. Ammissione con punteggio ≥ 7. **Durata della prova: 3 ore. ORALE immediatamente successivo.**

(1). Sia $\mathbb{R} \ni x \longmapsto y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$y' = -3y + 2, \quad y(0) = 3.$$

Si calcoli il $\lim_{x \to +\infty} y(x)$.

- ☐ $+\infty$
- ☐ $1/2$
- ☐ $5/3$
- ☐ Nessuno dei precedenti

(2). Usando la regola di De l'Hospital si calcoli il limite

$$\lim_{x \to 0} \frac{\ln(1+x) - \sin x}{2(e^x - 1)^2}$$

- ☐ $-1/3$
- ☐ $-1/4$
- ☐ $1/2$
- ☐ Nessuno dei precedenti

(3). Si calcoli l'approssimazione di Taylor del terzo ordine (resto secondo Peano) con punto iniziale 0 della funzione $f(x) = \ln(1+x) - 2\sin x$.

- ☐ $-x - x^2 + x^3/3! + o(x^3)$
- ☐ $-x - x^2/2 + 2x^3/3 + o(x^3)$
- ☐ $2x - 3x^2/2 + 5x^3/3 + o(x^3)$
- ☐ Nessuno dei precedenti

(4). Si calcoli l'integrale $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{(x+3)(x+4)^2}dx.$

☐ $\ln(16/15) - 1/20$
☐ $\ln(17/15) - 1/20$
☐ $\ln(16/15) - 1/6$
☐ Nessuno dei precedenti

(5). Si determinino tutti gli $\alpha \in \mathbb{R}$ per i quali converge l'integrale generalizzato

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sin\left(\frac{1}{1+x^2}\right)}{x^\alpha |x-2|^{1/3}}dx.$$

☐ Per tutti gli $\alpha \in (-4/3, 1)$
☐ Per tutti gli $\alpha \in (-5/2, 1)$
☐ Per nessun α
☐ Nessuno dei precedenti

(6). Dette z_0, z_1, z_2 le soluzioni in $\mathbb{C}$ dell'equazione $(z+i)^3 = -i$, si calcoli $\displaystyle\sum_{k=0}^{2} (\operatorname{Im} z_k)^2$.

☐ $-9/4$
☐ 3
☐ $9/2$
☐ Nessuno dei precedenti

(7). Sia $x \longmapsto y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$y' = \frac{1+y^2}{2y}x^2, \quad y(0) = -3.$$

Si calcoli $y(1)$.

☐ $\sqrt{2e^{1/4}+1}$
☐ $-\sqrt{10e^{1/3}-1}$
☐ $-\sqrt{5e^{1/4}+1}$
☐ Nessuno dei precedenti

(8). Si determinino tutti i $\lambda \in \mathbb{R}$ per i quali l'equazione

$$f(x) = \frac{3x^2}{\sqrt{x-1}} = \lambda, \quad x > 1,$$

ha esattamente due soluzioni (cioè l'insieme $f^{-1}\{\lambda\}$ ha due elementi).

☐ $\lambda \geq 16\sqrt{3}/11$
☐ $\lambda > 16\sqrt{3}/9$
☐ $\lambda > 16\sqrt{3}/3$
☐ Nessuno dei precedenti

PROVA SCRITTA DI MATEMATICA
Corso di Laurea in ARCHITETTURA
(Alberto PARMEGGIANI)

A.A. 2001/2002: 11 Febbraio 2002

COGNOME e NOME (Stampatello):

FIRMA (per esteso):

MATRICOLA:

N.B. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni errata -1/2. **Barrare una sola casella**. **SCRIVERE NOME, COGNOME, NUMERO DI MATRICOLA**. Ammissione con punteggio ≥ 7. **Durata della prova: 3 ore. ORALE immediatamente successivo.**

(1). Si determinino tutti i $\lambda \in \mathbb{R}$ per i quali l'equazione

$$f(x) = \frac{e^x}{\sqrt{x^2-2}} = \lambda, \quad |x| > \sqrt{2},$$

ha esattamente tre soluzioni (cioè l'insieme $f^{-1}\{\lambda\}$ ha tre elementi).

☐ $\lambda > e^2/\sqrt{2}$
☐ $\lambda > e^2/2$
☐ $0 < \lambda < e^2/3$
☐ Nessuno dei precedenti

(2). Sia $\mathbb{R} \ni x \longmapsto y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$y' = 3y + x, \quad y(0) = 1.$$

Si calcoli il $\lim_{x\to+\infty} \frac{y(x)}{e^{3x}}$.

☐ 1/9
☐ 10/3
☐ 10/9
☐ Nessuno dei precedenti

(3). Usando la regola di De l'Hospital si calcoli il limite

$$\lim_{x\to 0} \frac{\ln(e+x^2) - \cos x}{\sin(x^2)}$$

☐ $+\infty$
☐ $(2+e)/(2e)$
☐ $(1+e)/(2e)$
☐ Nessuno dei precedenti

(4). Si calcoli l'approssimazione di Taylor del secondo ordine (resto secondo Peano) con punto iniziale 0 della funzione $f(x) = \ln(1 + e^x) + \cos x$.

☐ $\ln 2 + x/2 + x^2/8 + o(x^2)$
☐ $\ln 2 + 1 + x/2 - 3x^2/8 + o(x^2)$
☐ $\ln 2 + x/2 + x^2/2 + o(x^2)$
☐ Nessuno dei precedenti

(5). Si calcoli l'integrale $\displaystyle\int_0^1 \frac{e^x}{(e^x+1)(e^x+2)}dx.$

☐ $\ln\frac{3(e+1)}{2(e+2)}$
☐ $\ln\frac{3}{2}$
☐ $\ln\frac{2(e+1)}{3(e+2)}$
☐ Nessuno dei precedenti

(6). Si determinino tutti gli $\alpha \in \mathbb{R}$ per i quali converge l'integrale generalizzato

$$\int_0^{+\infty} \frac{\left(e^{1/(1+x)} - 1\right) \arctan x}{x^\alpha (x^2+1)} dx.$$

☐ Per tutti gli $\alpha \in (-3, 3)$
☐ Per tutti gli $\alpha \in (-2, 0)$
☐ Per tutti gli $\alpha \in (-2, 2)$
☐ Nessuno dei precedenti

(7). Dette z_0, z_1, z_2 le soluzioni in $\mathbb{C}$ dell'equazione $(z + 2i)^3 = 8i$, si calcoli $\displaystyle\sum_{k=0}^{2} (\operatorname{Re} z_k)^2$.

☐ -9
☐ 6
☐ $2\sqrt{3}$
☐ Nessuno dei precedenti

(8). Sia $x \longmapsto y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$y' = x^2 e^y, \quad y(0) = \ln 3.$$

Allora sull'intervallo $(-\infty, 1)$:

☐ La soluzione è monotona crescente
☐ La soluzione è monotona decrescente
☐ $\displaystyle\sup_{x \in (-\infty,1)} y(x) = 1$
☐ Nessuno dei precedenti

PROVA SCRITTA DI MATEMATICA
Corso di Laurea in ARCHITETTURA
(Alberto PARMEGGIANI)

A.A. 2001/2002: 5 Giugno 2002

COGNOME e NOME (Stampatello):

FIRMA (per esteso):

MATRICOLA:

N.B. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni errata -1/2. **Barrare una sola casella**. **SCRIVERE NOME, COGNOME, NUMERO DI MATRICOLA**. Ammissione con punteggio ≥ 7. **Durata della prova: 3 ore. ORALE immediatamente successivo.**

(1). Dette z_0, z_1, z_2 le soluzioni in $\mathbb{C}$ dell'equazione $(z+i)^3 = -8i$, si calcoli $\displaystyle\sum_{k=0}^{2} (\operatorname{Im} z_k)^2$.

☐ -4
☐ 8
☐ 9
☐ Nessuno dei precedenti

(2). Sia $x \longmapsto y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$y' = e^x(1+y^2), \quad y(0) = 0.$$

Calcolare il $\displaystyle\lim_{x \to \ln(1+\frac{\pi}{4})} y(x)$.

☐ $+\infty$
☐ 0
☐ $\pi/2$
☐ Nessuno dei precedenti

(3). Si determinino tutti gli $\alpha \in \mathbb{R}$ per i quali converge l'integrale generalizzato

$$\int_0^{+\infty} \frac{\arctan x}{(x^2+1)^\alpha} dx.$$

☐ Per tutti gli $\alpha \in (1/2, +\infty)$
☐ Per tutti gli $\alpha \in [1/4, +\infty)$
☐ Per tutti gli $\alpha \in (-1/2, 1/2)$
☐ Nessuno dei precedenti

(4). Si calcoli l'integrale $\displaystyle\int_1^2 \frac{x}{(x+1)^2(x+2)}dx$.

☐ $2\ln(\frac{9}{8}) - \frac{1}{6}$
☐ $\ln(\frac{9}{8}) + \frac{1}{6}$
☐ $\ln(\frac{9}{8}) - \frac{1}{4}$
☐ Nessuno dei precedenti

(5). Si calcoli l'approssimazione di Taylor del secondo ordine (resto secondo Peano) con punto iniziale 0 della funzione $f(x) = \ln(1 + e^{x^2}) - 2x^2$.

☐ $\ln 2 + x - 3x^2/2 + o(x^2)$
☐ $\ln 2 - 3x^2/2 + o(x^2)$
☐ $\ln 2 + 1 - 3x^2/8 + o(x^2)$
☐ Nessuno dei precedenti

(6). Usando la regola di De l'Hospital si calcoli il limite

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(x^2) + e^{x^2} - 1}{\cos x - 1}$$

☐ 0
☐ $-2/3$
☐ -4
☐ Nessuno dei precedenti

(7). Si determinino tutti i $\lambda \in \mathbb{R}$ per i quali l'equazione

$$f(x) = (2+x)e^{1/x} = \lambda, \quad x \neq 0,$$

ha esattamente due soluzioni (cioè l'insieme $f^{-1}\{\lambda\}$ ha due elementi).

☐ Per ogni $\lambda \in \mathbb{R}$
☐ Per ogni $\lambda \in (0, 1/e) \cup (4\sqrt{e}, +\infty)$
☐ Per ogni $\lambda \in (0, 2/e) \cup (4\sqrt{e}, +\infty)$
☐ Nessuno dei precedenti

(8). Sia $x \longmapsto y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$y' = \frac{1}{x}y + 1, \quad y(1) = 10.$$

Si calcoli il $\lim_{x\to+\infty} y(x)$.

☐ $+\infty$
☐ $-\infty$
☐ 1
☐ Nessuno dei precedenti

PROVA SCRITTA DI MATEMATICA
Corso di Laurea in ARCHITETTURA
(Alberto PARMEGGIANI)

A.A. 2001/2002: 3 Luglio 2002

COGNOME e NOME (Stampatello):

FIRMA (per esteso):

MATRICOLA:

N.B. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni errata -1/2. **Barrare una sola casella**. **SCRIVERE NOME, COGNOME, NUMERO DI MATRICOLA**. Ammissione con punteggio ≥ 7. **Durata della prova: 3 ore. ORALE immediatamente successivo.**

(1). Dette z_0, z_1, z_2 le soluzioni in $\mathbb{C}$ dell'equazione $(z+2i)^3 = 8i$, si calcoli $\displaystyle\sum_{k=0}^{2} (\operatorname{Im} z_k)^2$.

☐ 10
☐ 18
☐ 16
☐ Nessuno dei precedenti

(2). Sia $x \longmapsto y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$y' = \frac{\cos x}{1+y}, \quad y(0) = 0.$$

Sia $I = (-\pi/3, 4\pi/3)$. Allora:
☐ $\max\limits_{x\in I} y(x) = \sqrt{3} - 1$
☐ y non ha punti di massimo su I
☐ y è monotona decrescente su I
☐ Nessuno dei precedenti

(3). Si determinino tutti gli $\alpha \in \mathbb{R}$ per i quali converge l'integrale generalizzato

$$\int_0^{+\infty} \frac{e^{1/(1+x^2)} - 1}{x^\alpha} dx.$$

☐ $|\alpha| > 2$
☐ $\alpha \in (1, 2)$
☐ $\alpha \in (-2, -1)$
☐ Nessuno dei precedenti

(4). Si calcoli l'integrale $\displaystyle\int_0^{\ln\sqrt{2}} \frac{e^t}{e^{2t}+2}dt$.

☐ $\frac{\pi}{4} - \arctan\frac{1}{\sqrt{2}}$
☐ $\frac{1}{\sqrt{2}}(\frac{\pi}{2} - \arctan\frac{1}{\sqrt{2}})$
☐ $\frac{1}{\sqrt{2}}(\frac{\pi}{4} - \arctan\frac{1}{\sqrt{2}})$
☐ Nessuno dei precedenti

(5). Si calcoli l'approssimazione di Taylor del terzo ordine (resto secondo Peano) con punto iniziale 0 della funzione $f(x) = \ln(1+x) - e^x$.

☐ $-1 - x^2 + x^3/6 + o(x^3)$
☐ $-1 + x + x^2 + x^3/6! + o(x^3)$
☐ $-1 + x^3/2 + o(x^3)$
☐ Nessuno dei precedenti

(6). Usando la regola di De l'Hospital si calcoli il limite

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{e^{1/x^2} - \cos(1/x)}{2\sin(1/x^2)}$$

☐ $+\infty$
☐ $3/4$
☐ $3/2$
☐ Nessuno dei precedenti

(7). Si determinino tutti i $\lambda \in \mathbb{R}$ per i quali l'equazione

$$f(x) = \ln\left(\frac{x^2+1}{x}\right) = \lambda, \quad x > 0,$$

ha esattamente due soluzioni (cioè l'insieme $f^{-1}\{\lambda\}$ ha due elementi).

☐ Per ogni $\lambda \geq e$
☐ Per ogni $\lambda \leq 1/10$
☐ Per ogni $\lambda > \ln 2$
☐ Nessuno dei precedenti

(8). Sia $x \longmapsto y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$y' = -\frac{1}{x}y + \cos x, \quad y(1) = 10.$$

Si calcoli il $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{y(x)}{x}$.

☐ Il limite non esiste
☐ 0
☐ 1
☐ Nessuno dei precedenti

PROVA SCRITTA DI MATEMATICA
Corso di Laurea in ARCHITETTURA
(Alberto PARMEGGIANI)

A.A. 2001/2002: 24 Settembre 2002

COGNOME e NOME (Stampatello):

FIRMA (per esteso):

MATRICOLA:

N.B. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni errata -1/2. **Barrare una sola casella**. **SCRIVERE NOME, COGNOME, NUMERO DI MATRICOLA**. Ammissione con punteggio ≥ 7. **Durata della prova: 3 ore. ORALE immediatamente successivo.**

(1). Dette z_0, z_1, z_2 le soluzioni in $\mathbb{C}$ dell'equazione $(z+2i)^3 = 8i$, si calcoli $\frac{1}{2}\sum_{k=0}^{2}(\operatorname{Re} z_k)^2$.

☐ 5
☐ 8
☐ 3
☐ Nessuno dei precedenti

(2). Sia $x \longmapsto y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$y' = \frac{2\sqrt{y}}{1+x^2}, \quad y(0) = 1.$$

Si calcoli il $\lim_{x\to+\infty} y(x)$.

☐ $+\infty$
☐ $(4+\pi)/4$
☐ $(2+\pi)^2/4$
☐ Nessuno dei precedenti

(3). Si determinino tutti gli $\alpha \in \mathbb{R}$ per i quali converge l'integrale generalizzato

$$\int_1^{+\infty} \frac{\arctan(1/x^2)}{x^\alpha \sqrt{x-1}} dx.$$

☐ $\alpha > -3/2$
☐ $|\alpha| < 1$
☐ $\alpha < 3/4$
☐ Nessuno dei precedenti

(4). Si calcoli l'integrale $\frac{1}{2}\int_1^4 \frac{1}{x(\sqrt{x}+1)}dx$.

☐ $\ln(3/2)$
☐ $\ln(4/3)$
☐ $\ln(2\sqrt{2}) - \arctan 2$
☐ Nessuno dei precedenti

(5). Si calcoli l'approssimazione di Taylor del terzo ordine (resto secondo Peano) con punto iniziale 0 della funzione $f(x) = \ln(1+x) - \sin x$.

☐ $-x^2/2 + x^3/2 + o(x^3)$
☐ $-x^2 + x^3/3 + o(x^3)$
☐ $x^2 + x^3/2 + o(x^3)$
☐ Nessuno dei precedenti

(6). Usando la regola di De l'Hospital si calcoli il limite

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^x - 1 - \sin x}{2\arctan(x^2)}$$

☐ $-\infty$
☐ $1/4$
☐ $3/4$
☐ Nessuno dei precedenti

(7). Si determinino tutti i $\lambda \in \mathbb{R}$ per i quali l'equazione

$$f(x) = \arctan \frac{x^2+1}{x} = \lambda, \quad x \neq 0,$$

ha esattamente due soluzioni (cioè l'insieme $f^{-1}\{\lambda\}$ ha due elementi).

☐ $\lambda \leq \pi/2$
☐ $\arctan 2 < |\lambda| < \pi/2$
☐ $\arctan 2 < \lambda < \pi/2$
☐ Nessuno dei precedenti

(8). Sia $x \longmapsto y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$y' = -\frac{1}{x}y + e^x, \quad y(1) = 1.$$

Si calcoli il $\lim_{x\to+\infty} \frac{y(x)}{e^x}$.

☐ Il limite non esiste
☐ 0
☐ -1
☐ Nessuno dei precedenti