

PROGRAMMA DI ANALISI MATEMATICA 1

Diploma Universitario in Ingegneria dell'Ambiente e delle Risorse

A.A. 2000/2001 (Alberto PARMEGGIANI)

Teoria ingenua degli insiemi: operazioni sugli insiemi, prodotto cartesiano.

Funzioni: funzione suriettiva, iniettiva, biiettiva, invertibile, *Una funzione è invertibile se e solo se essa è biiettiva*. Le funzioni e^x , $\sin x$, $\cos x$ e rispettive inverse.

Gli insiemi \mathbb{N} , \mathbb{Z} e \mathbb{Q} . Il campo ordinato $(\mathbb{R}, +, \cdot, \leq)$: compatibilità dell'ordine con le operazioni di somma e prodotto, \mathbb{R} è *archimedeo*, densità di \mathbb{Q} in \mathbb{R} , esistenza della radice n -esima di un numero positivo, completezza di \mathbb{R} in termini di sup ed inf. Il Principio di Induzione. max, min, sup ed inf di sottoinsiemi di \mathbb{R} . Parte intera di un numero reale. $\sqrt{2}$ non è razionale. La funzione $|x|$ e sue proprietà. Le funzioni $\cosh x$, $\sinh x$ e loro proprietà. La funzione $\operatorname{arcsinh} x$.

Definizione di limite, di limite destro e di limite sinistro, algebra dei limiti, forme indeterminate, limiti notevoli, *teorema dei due carabinieri*, teorema della permanenza del segno.

Funzioni continue, algebra delle funzioni continue. Funzione inversa e continuità. Asintoti al grafico di una funzione.

Numeri complessi: forma algebrica, forma trigonometrica, radici n -esime, equazioni in \mathbb{C} .

Definizione di derivata, significato geometrico, algebra delle derivate, derivata della funzione composta e della funzione inversa, derivate delle funzioni: e^x , $\sin x$, $\cos x$, $\log_a x$ ($a, x > 0$), x^α ($x > 0, \alpha \in \mathbb{R}$), $\sinh x$, $\cosh x$, $\arccos x$, $\arcsin x$, $\arctan x$. Teoremi di Rolle, Lagrange. Teorema di de l'Hospital, limiti di forme indeterminate.

Infiniti ed infinitesimi: simboli di Landau.

Teoremi di Bolzano e di Weierstrass per le funzioni continue. Funzioni crescenti e decrescenti, relazione tra la monotonia e il segno della derivata. Punti di massimo/minimo locale, condizioni necessarie e condizioni sufficienti. Funzioni convesse.

Formula di Taylor con resti secondo Peano e Lagrange.

Integrale secondo Riemann, proprietà dell'integrale, teorema fondamentale del calcolo integrale, formula d'integrazione per sostituzione, formula d'integrazione per parti, calcolo di funzioni razionali tramite i fratti semplici. Calcolo di aree e volumi notevoli:

- Il volume del solido di rotazione ottenuto facendo ruotare intorno all'asse x l'insieme $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x \in [a, b], 0 \leq y \leq f(x)\}$ è dato da

$$\pi \int_a^b (f(x))^2 dx;$$

- L'area del dominio (y -regolare) $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x \in [a, b], g(x) \leq y \leq f(x)\}$ (dove $f, g: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ sono continue) è data da

$$\int_a^b (f(x) - g(x)) dx;$$

- L'area del dominio (y -regolare) $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x \in [a, b], f_1(x) \leq y \leq f_2(x)\}$ (dove $f_1, f_2: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ sono continue) è data da

$$\int_a^b (f_2(x) - f_1(x)) dx;$$

- L'area del dominio (x -regolare) $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; y \in [c, d], g_1(y) \leq x \leq g_2(y)\}$ (dove $g_1, g_2: [c, d] \rightarrow \mathbb{R}$ sono continue) è data da

$$\int_c^d (g_2(y) - g_1(y)) dy.$$

Integrale generalizzato di funzioni non-negative su intervalli limitati e non, principio del confronto.

Formula risolutiva del problema di Cauchy lineare del primo ordine.

Testo consigliato: M.Bramanti-C.D.Pagani-S.Salsa, Matematica, Zanichelli (Bologna), 2000.