

Forward

Sono contratti di compravendita di un certo bene **sottostante** in data futura, essendo fissati

- prezzo (**prezzo forward**);
- data (**scadenza / expiration date**);
- quantità;
- luogo.

Esempi di sottostante: materie prime (oro, petrolio, grano), valute, titoli di stato, azioni...

Alla scadenza, danno **l'obbligo** di comprare (**posizione lunga / long**) e vendere (**posizione corta / short**).

Non sono trattati in borsa: sono contratti fra privati.

Esempio

Un'industria USA deve acquistare materiale in Giappone fra un anno.

Per tutelarsi dal cambio \$/Yen, si accorda con una banca per assumere una posizione long su un forward per acquistare Yen fra un anno.

Esempio

Un produttore di cotone (short) e un'industria tessile (long) si accordano per una compravendita a Maggio dell'anno seguente.

Entrambe si tutelano dalle fluttuazioni del prezzo del cotone.

Prezzo forward

F = prezzo forward al tempo iniziale $t = 0$

X_t = valore posizione long al tempo t

S_t = prezzo del sottostante al tempo t

Il contratto forward ha valore iniziale nullo:

$$X_0 = 0.$$

Inoltre, alla scadenza T :

$$X_T = S_T - F.$$

Futures

Sono contratti analoghi ai forward, ma trattati in appositi mercati (Chicago CBOT, Londra, New York...).

A differenza dei forward, sono *standardizzati* per quantità, scadenza, prezzo e luogo.

Per esempio, un future sul grano deve sottostare ai criteri di qualità di un organismo di controllo; la consegna è solo in certi periodi.

Sottostante: materie prime, prodotti industriali, finanziari (valute, azioni, indici di borsa)...

Contrattazioni

Brokers / Market makers: operatori specializzati (es. Banche o Sim) che quotano un prezzo denaro/bid (per comprare) e uno lettera/ask (per vendere). NB. Bid < ask.

“Problemi”:

- liquidità del mercato;
- commissioni;
- copertura intraday.

Metodo del “*Marking to market*”: la Borsa *garantisce* che le controparti assolvano i loro obblighi. (*segue>>>*)

Depositi di garanzia

La Borsa ha una *Cassa di compensazione / Clearing house* che gestisce i depositi di garanzia richiesti ai brokers long o short sui futures.

Giornalmente i futures sono rinegoziati attingendo al deposito.

Esempio. Long su future 5000 barili di petrolio, strike \$30, Luglio. Deposito richiesto = \$50.000.

Dopo 1 giorno, prezzo future = \$29,7

Togliendo $\$(0,3 \times 5.000) = \1.500 dal deposito, viene chiusa la posizione precedente e ne viene riaperta una long col nuovo prezzo future.

Il deposito ha dei margini al di sotto dei quali il contratto è chiuso.

Opzioni

Sono contratti che danno il **diritto** al portatore di acquistare o vendere un attività sottostante S_t essendo fissati

- X = prezzo (**prezzo di esercizio / strike price**);
- T = data (**scadenza / expiration date / maturity**).

Opz. CALL = diritto di acquisto

Opz. PUT = diritto di vendita

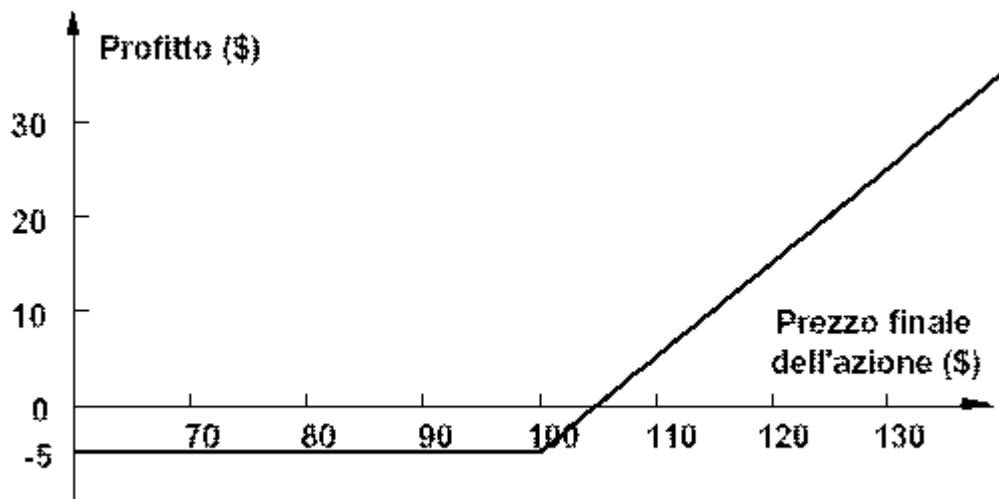
Opz. Americane: sono le più trattate e danno il diritto di esercitare l'opzione in un qualsiasi momento **entro** la scadenza.

Opz. Europee: l'opzione si può esercitare **solo** alla scadenza.

Profitto di una call lunga

Prezzo opzione = \$5

Strike = \$100

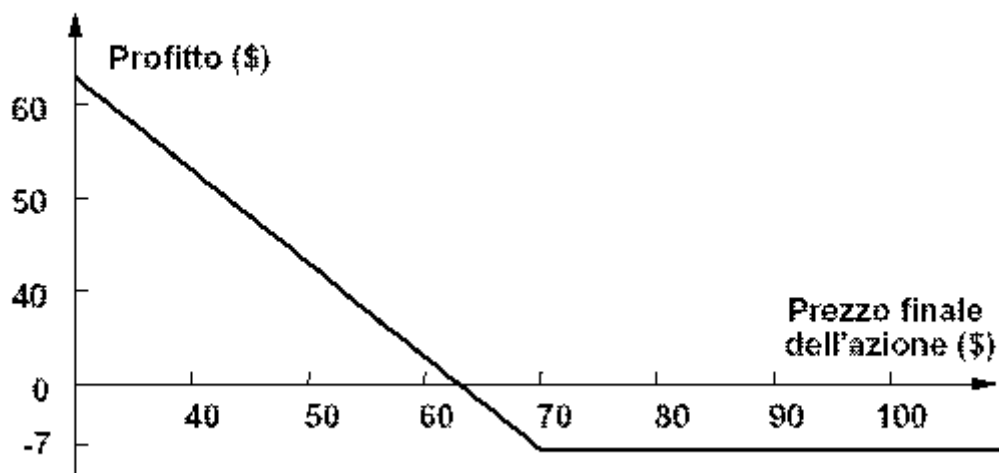


$$\text{Profitto} = \max\{S_T - X, 0\} - \text{prezzo opzione}$$

Profitto di una put lunga

Prezzo opzione = \$7

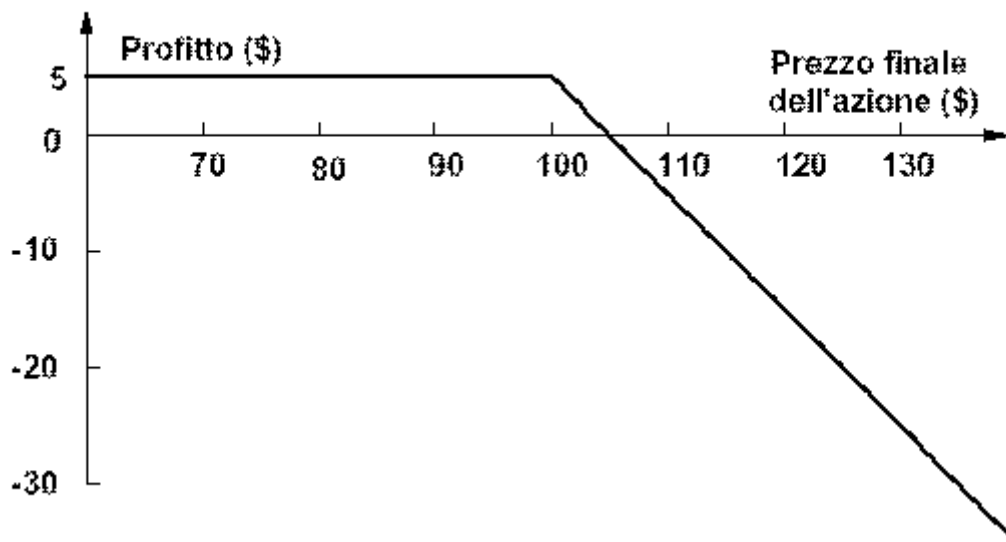
Strike = \$70



Profitto di una call corta

Prezzo opzione = \$5

Strike = \$100

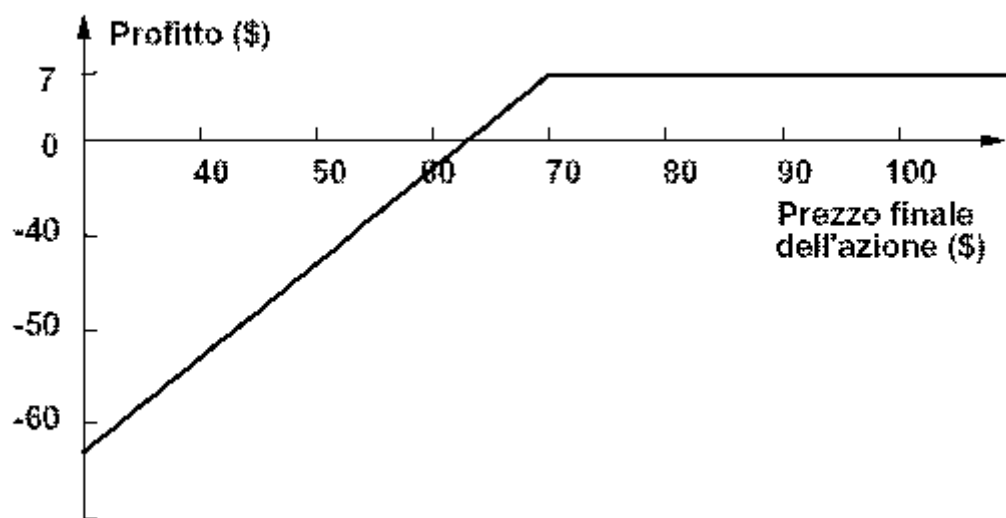


Questa posizione è esposta a perdite **illimitate**:
problema della copertura.

Profitto di una put corta

Prezzo opzione \$7

Strike \$70



Opzioni spot e future

Opzioni **spot** = opzioni su titoli, valute, indici azionari etc...

Opzioni **future** = opzioni su futures.

Solitamente un future scade poco dopo la scadenza dell'opzione.

Esercitando una call future si ottiene:

- 1) $(\text{strike price} - \text{future price})$ in cash;
- 2) una posizione lunga sul future (valore nullo).

Esercitando una put future si ottiene:

- 1) $(\text{future price} - \text{strike price})$ in cash;
- 2) una posizione corta sul future (valore nullo).

Opzioni esotiche

Altri tipi di opzioni con payoff più complessi si dicono **esotiche**.

- **Bermudan opt.** = esercizio consentito solo in alcune date;
- **“As you like it” opt.** = dopo un periodo si può scegliere se è put o call;
- **Barrier opt.** = il payoff dipende dal fatto che il sottostante raggiunga o meno un certo prezzo;
- **Lookback opt.** = il payoff dipende dal prezzo max o min del sottostante;
- **Asian opt.** = il payoff dipende da una media dei prezzi del sottostante
- **Rainbow opt.** = opzioni su panieri di titoli;
- **Extendable opt.** = alla scadenza si può esercitare o estendere nel tempo.

Valutazione delle opzioni vanilla

Utilizzando il **principio di non-arbitraggio** è possibile determinare

- limiti inferiori e superiori per i prezzi delle opzioni
- relazioni fra i prezzi di call e put (**put-call parity**).

Notazioni:

c = prezzo call europea

C = prezzo call americana

p = prezzo put europea

P = prezzo put americana

S = sottostante

X = strike

t = tempo (T = scadenza)

r = tasso di interesse privo di rischio.

Limiti superiori di prezzo

- Una call (c o C) non può valere più dell'azione, altrimenti converrebbe comprare direttamente l'azione:

$$c_t, C_t \leq S_t.$$

- Una put (p o P) non può valere più dello strike scontato:

$$p_t \leq Xe^{-r(T-t)}$$

altrimenti **vendo** la put a $p_t > Xe^{-r(T-t)}$, investo (senza rischio) e a scadenza ottengo

$$p_t e^{r(T-t)} \geq X \geq X - S_t$$

dove l'ultimo termine a destra indica il prezzo da pagare se la put è esercitata.

Limiti inferiori: call europea

Consideriamo il portafoglio “call + deposito”:

$$c_t + Xe^{-r(T-t)}.$$

Poiché, a scadenza, il portafoglio vale

$$c_T + Xe^{-r(T-T)} = \max\{0, S_T - X\} + X \geq S_T$$

esso rende sicuramente più dell'azione. Per il non-arbitraggio, anche ora si deve avere:

$$c_t \geq -Xe^{-r(T-t)} + S_t$$

ma visto che un'opzione ha sempre valore non negativo (essendo un diritto), vale

$$c_t \geq \max\{S_t - Xe^{-r(T-t)}, 0\}.$$

Esercizio. Sia $r = 10\%$. Costruire una strategia di arbitraggio per una call a 6 mesi, con prezzo \$5, $X = \$80$ su un titolo che quota \$100.

Limiti inferiori: put europea

Confrontiamo il deposito

$$Xe^{-r(T-t)}$$

col portafoglio “put + azione”:

$$p_t + S_t.$$

A scadenza

$$p_T + S_T = \max\{X - S_T, 0\} + S_T \geq X$$

Per il non-arbitraggio, anche ora si deve avere:

$$p_t \geq Xe^{-r(T-t)} - S_t$$

ma visto che un'opzione ha sempre valore non negativo (essendo un diritto), vale

$$p_t \geq \max\{Xe^{-r(T-t)} - S_t, 0\}.$$

Esercizio. Sia $r = 10\%$. Costruire una strategia di arbitraggio per una put a 6 mesi, con prezzo \$3, $X = \$60$ su un titolo che quota \$50.

Put-call (europee) parity.

Confrontiamo il portafoglio “call + deposito”

$$c_t + Xe^{-r(T-t)}$$

col portafoglio “put + azione”:

$$p_t + S_t.$$

A scadenza valgono entrambi

$$\max\{X, S_T\}.$$

Per il non-arbitraggio, deve valere:

$$c_t + Xe^{-r(T-t)} = p_t + S_t$$

Dunque, **a parità di strike, scadenza e sottostante**, il prezzo di una call può essere ricavato dal prezzo di una put e viceversa.

Call americane

	Portafoglio I		Portaf. II
	$C_t + Xe^{-r(T-t)}$		S_t
In $\tau < T$	$S_\tau - X + Xe^{-r(T-\tau)}$	\leq	S_τ
Payoff	$\max\{X, S_T\}$	\geq	S_T

Non è mai conveniente esercitare una call americana prima della scadenza: dunque $C_t = c_t$.

Esempio: call con strike \$10 col sottostante che quota \$12. Invece di esercitare la call, è meglio andare short sul titolo: ho un profitto **minimo** di \$2. Per esempio, se $S_T = \$8$ allora ho un profitto di \$4.

Put americane

	Portafoglio I		Portaf. II
	$Xe^{-r(T-t)}$		$P_t + S_t$
In $\tau < T$	$Xe^{-r(T-\tau)}$	\leq	X
Payoff	X	\geq	$\max\{X, S_T\}$

Può essere conveniente esercitare una put americana prima della scadenza, perché si anticipa nel tempo l'introito dello strike price: dunque

$$P_t > p_t.$$