ERRATA CORRIGE

(aggiornato al 7 Aprile 2009: ultime correzioni in **neretto**)

Calcolo Stocastico per la Finanza

Andrea Pascucci

Springer, Collana Unitext
Brossura ISBN: 978-88-470-0600-3

Capitolo 2

pag.18, a metà pagina: La (2.3) si esprime dicendo...

pag.33, seconda riga:

$$\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} b_n =: \ell$$

pag.36, Teorema 2.58: Esiste un'unica misura μ su Γ tale che...

pag.42, riga 6:

$$\partial_{x_k}\Gamma(t,x-y)\varphi(y) = -\left(\frac{x_k-y_k}{t}\Gamma(t,x-y)e^{\frac{|y|^2}{\delta}}\right)\left(\varphi(y)e^{-\frac{|y|^2}{\delta}}\right)$$

pag.42, formula (2.45): dy va sostituito con $d\eta$

pag.43, riga 7:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}\partial_{xx}u(t,x) - \partial_t u(t,x) = 0, & (t,x) \in]0,+\infty[\times\mathbb{R}, \\ u(0,x) = e^x & x \in \mathbb{R}. \end{cases}$$

pag.43, riga -10:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}\partial_{xx}u(t,x) - \partial_t u(t,x) = 0, & (t,x) \in]0,+\infty[\times\mathbb{R}, \\ u(0,x) = (e^x-1)^+ & x \in \mathbb{R}. \end{cases}$$

pag.45: nelle formule (2.47), (2.48) e nella prima formula dell'Osservazione 2.72 $\int\limits_{\mathbb{R}}$ va sostituito con $\int\limits_{\mathbb{R}^N}$

pag.45 riga 8: $u(x,0)=\varphi(x)$ va sostituito con $u(0,x)=\varphi(x)$

pag.46 riga 16: $\int\limits_{-R}^{R} \frac{x}{t^{\frac{3}{2}}}e^{-\frac{x^2}{2t}}dx = \frac{1-e^{-\frac{R^2}{t}}}{\sqrt{t}}$ va sostituito con $\int\limits_{-R}^{R} \frac{|x|}{t^{\frac{3}{2}}}e^{-\frac{x^2}{2t}}dx = \frac{2\left(1-e^{-\frac{R^2}{t}}\right)}{\sqrt{t}}$

pag.46 riga -12: $\int\limits_{|y|<\frac{R}{2\sqrt{t}}}$ va sostituito con $\int\limits_{|y|<\frac{R}{\sqrt{2t}}}$

pag.47, formula (2.52): $\Gamma(t,x;y,0)$ va sostituito con $\Gamma(t,x;0,y)$

pag.47, formula (2.53): $(\bar{x},0)$ va sostituito con $(0,\bar{x})$

pag.48, riga 9: $\int\limits_{\mathbb{R}}$ va sostituito con $\int\limits_{\mathbb{R}^N}$

pag.49, riga 4: $\varphi(x)=\Gamma(t,x)$ va sostituito con $\varphi(x)=\Gamma(T,x)$

pag.64, conclusione della dimostrazione del Teorema 2.113:
Per quanto riguarda l'unicità della decomposizione: se vale (2.79) allora si ha anche

$$X_{n+1} - X_n = M_{n+1} - M_n + (A_{n+1} - A_n),$$

e considerando l'attesa condizionata (nell'ipotesi che M sia una martingala e A sia predicibile), si ha

$$E\left[X_{n+1} \mid \mathcal{F}_n\right] - X_n = A_{n+1} - A_n,$$

da cui si ha che M, A devono essere definite rispettivamente da (2.80) e (2.81).
Infine, per la (2.81) è chiaro che $A_{n+1} \leq A_n$ q.s. se e solo se X è una super-martingala.

Capitolo 3

pag.86, formula (3.20):

$$E^Q\left[\sum_{n=1}^{N} \alpha_n^i \left(\widetilde{S}_n^i - \widetilde{S}_{n-1}^i\right)\right] = 0$$

pag.125, formula alla riga 17:

$$\bar{S}_1 = f(\xi_1) = \begin{cases} \bar{u} & \text{se } \xi_1 = u, \\ \bar{m} & \text{se } \xi_1 = m, \\ \bar{d} & \text{se } \xi_1 = d. \end{cases}$$

pag.133, dopo la formula (3.126):

$$\widetilde{H}_k = E^Q\left[\widetilde{H}_{k+1} \mid \mathcal{F}_k\right] \quad \text{su} \quad \{k < \nu_0\}.$$

pag.137, nella formula (3.132):

$$H_{n-1}(k) = \max\left\{X_{n-1}(S_{n-1,k}), \frac{1}{1+\varrho}(qH_n(k+1) + (1-q)H_n(k))\right\}, \quad k \leq n-1,$$

pag.137, conclusione dell'Esempio 3.65:
Per esempio, all'inizio si ha che $X_0 = 0$ mentre

$$E^Q\left[\widetilde{H}_1\right] = \frac{1}{1.05}(0.75 * 0.12 + 0.25 * 2) = 0.56$$

e dunque non conviene esercitare immediatamente.

pag.138, ultima formula:

$$\alpha_2 = \frac{H_2(u^2 S_0) - H_2(udS_0)}{(u-d)S_1}, \qquad b_2 = \frac{uH_2(udS_0) - dH_2(u^2 S_0)}{u-d},$$

pag.139, prima formula:

$$1.28 = \frac{1}{1+\varrho} E^Q\left[H_2\right] < X_1 = 2,$$

pag.140, dopo la formula (3.133):

$$\max\{J_\delta f(t,S), \varphi(t,S) - f(t,S)\} = 0$$

pag.146, riga -4: esiste $x_0 < x_1$ tale che $f(x_0) > 0$.

Capitolo 4

pag.147, Definizione 4.1: $\mathcal{F} \otimes \mathscr{B}(I)$ **va sostituito con** $\mathscr{B}(I) \otimes \mathcal{F}$

pag.149, riga -12: $\Gamma(\cdot, t)$ **va sostituito con** $\Gamma(t, \cdot)$

pag.152, riga -8: $\max\limits_{1\le t\le n}$ **va sostituito con** $\max\limits_{0\le t\le n}$

pag.157, riga -5: L **va sostituito con** L^*

pag.160, riga 10:

$$= \mu u_{t_{k-1}}(t_k - t_{k-1}) + \sigma u_{t_{k-1}}(W_{t_k} - W_{t_{k-1}})$$

va sostituito con

$$= \mu S_0 u_{t_{k-1}}(t_k - t_{k-1}) + \sigma u_{t_{k-1}}(W_{t_k} - W_{t_{k-1}})$$

pag.160, formula (4.20): $... + \mu \sum\limits_{k=1}^{N} ...$ **va sostituito con** $... + \mu S_0 \sum\limits_{k=1}^{N} ...$

pag.161, formula nella riga 3: $... + \mu \int\limits_0^T ...$ **va sostituito con** $... + \mu S_0 \int\limits_0^T ...$

pag.166, riga 10: f **va sostituito con** u

pag.182, riga 13: Osservando la Figura 4.2 ...

pag.186, riga 3:

$$A_t = \int_0^t u_s ds, \qquad t \in [0, T],$$

pag.188, riga 9: ... le monografie di Follmer e Schied [59] ...

Capitolo 5

pag.195, riga 9:

$$S_t = S_0 \left(1 + \int_0^t \mu ds\right) + \int_0^t \sigma dW_s, \qquad t > 0.$$

pag.196, riga -3: (poiché $t_0 \ge a$, per l'Osservazione 5.3...

pag.198, riga -4: $(I(u^n))$ **va sostituito con** $(I_T(u^n))$

pag.200, formula nella prima riga: v^n **va sostituito con** u^m

pag.200, nella Definizione 5.9:

$$\int_0^t u_s dW_s := \lim_{n\to\infty} \int_0^t u_s^n dW_s \qquad \text{in } \left(\mathscr{M}_c^2, [\![\cdot]\!]_T\right).$$

pag.201, ultima riga:

$$0 = E\left[\left(\int_0^T u_t dW_t\right)^2\right] = \int_0^T E\left[u_t^2\right] dt.$$

pag.209, riga 13:

$$\tau_n(\omega) = \inf\{t \in [0, T] \mid A_t(\omega) > n\} \cup \{T\}.$$

pag.209, formula (5.30):

$$I_t^n = \int_0^t u_s^n dW_s, \qquad t \in [0, T].$$

pag.240, riga -7: ... essendo $\nabla f \in C$ ...

Capitolo 6

pag.250, formula (6.7): $u(0,\cdot)=\varphi$ **va sostituito con** $u(s,\cdot)=\varphi$

pag.251: nella formula (6.11) $... + \sum\limits_{j=1}^{N} b_j^*\partial_{x_j}u - a^*u + \partial_t u$ **va sostituito con** $... + \sum\limits_{j=1}^{N} b_j^*\partial_{x_j} - a^* + \partial_t$ **e la formula (6.12) diventa**

$$b_i^* = -b_i + \sum_{j=1}^{N}\partial_{x_i}c_{ij}, \qquad a^* = a - \frac{1}{2}\sum_{i,j=1}^{N}\partial_{x_ix_j}c_{ij} + \sum_{j=1}^{N}\partial_{x_j}b_j,$$

pag.252, riga 13: ...consideriamo L **in (6.1)...**

pag.252, riga -3: $a > a_0$ **va sostituito con** $a < a_0$

pag.253, riga 6:

$$Lu(t_0,x_0) = \frac{1}{2}\mathrm{tr}(\mathcal{C}(t_0,x_0)D^2u(t_0,x_0)) + \sum_{j=1}^{N} b_j(t_0,x_0)\partial_{x_j}u(t_0,x_0)$$

pag.256, riga 9:

$$\widetilde{L}w = \frac{1}{2}\sum_{i,j=1}^{N} c_{ij}\partial_{x_ix_j}w + \sum_{i=1}^{N}\widetilde{b}_i\partial_{x_i}w - \widetilde{a}w - \partial_t w = \frac{Lu}{v} \le 0,$$

pag.257, righe 13, 14, 15 e 20: 4λ **va sostituito con** 2λ

pag.258, riga -11: $a_1 := \min\{0,-a_0\}$ **va sostituito con** $a_1 := \max\{0,-a_0\}$

pag.260, righe 9 e 16: $\int\limits_{\mathbb{R}}$ **va sostituito con** $\int\limits_{\mathbb{R}^N}$

pag.261, formula (6.30): $\partial_{x_j}c_{ij}$ **va sostituito con** $\sum\limits_{j=1}^{N}\partial_{x_j}c_{ij}$

Capitolo 7

pag.269, nella formula (7.22):

$$\partial_x u = e^{ax+b\tau}\left(af + \sigma e^{\sigma x}\partial_s f\right),$$

pag.277, formula (7.41):

$$= (\alpha_t(Lf - rf) + rg)\,dt + \alpha_t\sigma S_t\partial_s f dW_t.$$

pag.290, riga 3:

$$d(V(t,S_t) - f(t,S_t)) = \left(r(V(t,S_t) - f(t,S_t)) - \frac{(\sigma_t^2-\sigma^2)S_t^2}{2}\partial_{ss}f(t,S_t)\right)dt,$$

ossia, posto $V(0,S_0)=f(0,S_0)$, vale

$$V(T,S_T) - F(S_T) = -\int_0^T e^{r(T-t)}\frac{(\sigma_t^2-\sigma^2)S_t^2}{2}\partial_{ss}f(t,S_t)dt.$$

pag.288:

$$\Theta = \partial_t p_t = rKe^{-r(T-t)}\left(1-\Phi(d_2)\right) - \frac{\sigma S_t}{2\sqrt{T-t}}\Phi'(d_1)$$

pag.291, riga 21:

$$...\ \alpha_t = \partial_s f(t,S_t) - \frac{\partial_{ss}f(t,S_t)}{\partial_{ss}g(t,S_t)}\partial_s g(t,S_t).$$

Capitolo 8

pag.300, riga 2: con $T < \frac{1}{4\Lambda c_2}$.

pag.305, riga -1:

$$\|u\|_{C_P^{1+\alpha}(O_1)} \le C\|u\|_{S^p(O_2)}, \qquad \alpha = 1 - \frac{N+2}{p},$$

pag.311, riga 17: e sia definita una funzione barriera w per L in $V \cap B(T)$.

pag.313, riga 5: Il principio del massimo implica $u \le v$ in D...

Capitolo 9

pag.331, Proposizione 9.25: ... Allora la soluzione del problema delle martingale con dato iniziale x_0 è unica.

pag.366, linea 10:

$$B = \begin{pmatrix} -\mu & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \bar\sigma = \begin{pmatrix} \sigma \\ 0 \end{pmatrix}.$$

pag.350, riga 14: ... una funzione regolare $u^{\varepsilon,R}$ su $\mathbb{R}^{N+1}$ con supporto compatto e tale che ...

pag.364, nella Definizione 9.61:

$$L = \frac{1}{2}\sum_{i,j=1}^{d} c_{ij}(t,x)\partial_{x_i}\partial_{x_j} + \sum_{i=1}^{N} b_i(t,x)\partial_{x_i} + \langle Bx, \nabla\rangle + \partial_t,$$

Capitolo 10

pag.375, ultima formula:

$$M_t = E\left[M_T \mid \mathcal{F}_t^W\right] = ...$$

pag.383, formula (10.30):

$$\langle \sigma_t\sigma_t^*\xi, \xi\rangle \ge C|\xi|^2, \qquad \xi \in \mathbb{R}^N,\ t \in [0,T],\ \text{q.s.}$$

pag.383, Notazione 10.26:

$$\mathcal{Q} = \{Q \mid Q \text{ misura martingala tale che } dQ = Z_T^\theta dP \text{ con } \theta \in \mathbb{L}^\infty\}.$$

pag.393, prima riga:

$$M_t = E^Q\left[\widetilde{X} \mid \mathcal{F}_t^W\right], \qquad t \in [0,T],$$

dove $\widetilde{X} = e^{-\int_0^T r_t dt}X$.

Capitolo 11

pag.408, formula (11.2):

$$d\widetilde{S}_t = -q\widetilde{S}_t dt + \sigma\widetilde{S}_t dW_t.$$

pag.409, riga -4: ... (α, β) tali che $\alpha \in \mathbb{L}^2(P)$: ...

Capitolo 12

pag.424, seconda riga della formula a metà pagina:

$$+\int_0^t \sum_{n=1}^{N} \left(\mu(t_{n-1}, X_{t_{n-1}}) - \mu(t_{n-1}, Y_{t_{n-1}})\right) \mathbb{1}_{]t_{n-1},t_n]}(s)ds$$

pag.446, prima riga:

$$|\Phi_n(x) - \Phi(x)| \leq \frac{\varrho}{\sigma^3 \sqrt{n}}$$

Capitolo 13

pag.459, dopo la formula (13.15): La (13.14)-(13.15) è nota come formula di Clark-Ocone.

Ringraziamenti: si ringrazia il prof. Mario Coclite e il dott. Matteo Camaggi.