

# Analisi Matematica 1

## Schema provvisorio delle lezioni

A. A. 2015/16

### 1 Distribuzione degli argomenti delle lezioni

Argomento	ore	tot
Numeri reali	11	11
Numeri complessi	1	12
Spazio euclideo	2	14
Topologia	8	22
Confronto asintotico	5	27
Serie	6	33
Serie di potenze	8	41
Derivate	11	52
Funzioni elementari reali	15	67
Argomento di un numero complesso	4	72
Primitive ed integrali	13	85
Sviluppi in serie	3	87
Integrali impropri	3	90

### 2 Introduzione al corso

1. Sito internet (<http://www.dm.unibo.it/ravaglia/serverdidattica.html>).
2. Ricevimento studenti.
3. Tutore.
4. Schema del corso.
5. Conto delle ore e ore di recupero.
6. Strumenti didattici.
7. Programma del corso.
8. Modalità d'esame: scritto comune e individuale.
9. Date esami.
10. Modalità di studio.

### **3 Argomento delle lezioni**

#### **3.1 Numeri reali (1)**

1. Numeri reali (richiamo intuitivo).
2. Zero.
3. Opposto.
4. Differenza.
5. Uno.
6. Reciproco.
7. Quoziente.
8. Sottoinsieme.
9. Unione.
10. Intersezione.
11. Differenza fra insiemi.
12. Complementare di un insieme.
13. Numeri naturali.
14. Numeri naturali come particolari numeri reali.
15. Numeri interi.
16. Numeri razionali.

#### **3.2 Numeri reali (2)**

1. Massimo e minimo.
2. Maggioranti e minoranti.
3. Insiemi limitati.
4. Estremo superiore ed estremo inferiore.
5. Massimo ed estremo superiore.
6. Esempi ed esercizio.
7. Completezza di  $\mathbf{R}$  rispetto all'ordine.

### 3.3 Numeri reali (3)

1. Lo spazio ordinato  $\overline{\mathbf{R}}$ .
2. Estremo superiore in  $\overline{\mathbf{R}}$ .
3. Estremo superiore in  $\overline{\mathbf{R}}$  di  $A \subset \mathbf{R}$ .
4. Esercizi su estremo superiore.
5. Intervalli di  $\overline{\mathbf{R}}$ .

### 3.4 Numeri reali (4)

1. Funzione.
2. Valore di una funzione.
3. Coppia ordinata (richiamo intuitivo).
4. Prodotto cartesiano di insiemi.
5. Grafico di una funzione.
6. Immagine di una funzione.
7. Funzione costante.
8. Funzione identica.
9. Restrizione di una funzione.
10. Prolungamento di una funzione.
11. Successione.
12. Funzioni monotone.

### 3.5 Numeri reali (5)

1. Estremi di funzioni.
2. Funzioni lineari ed affini.
3. Operazioni fra funzioni.
4. Sommatorie (richiamo intuitivo).
5. Prodotti finiti (richiamo intuitivo).
6. Potenze con esponente naturale.
7. Definizione di una successione per induzione (richiamo intuitivo).
8. Funzioni potenza di esponente naturale.
9. Funzioni pari e funzioni dispari.

### 3.6 Numeri reali (6)

1. Fattoriale.
2. Coefficiente binomiale.
3. Espressione del coefficiente binomiale.
4. Binomio di Newton.
5. Potenze con esponente intero.
6. Funzioni potenza di esponente intero.

### 3.7 Numeri reali (7)

1. Funzione suriettiva.
2. Funzione iniettiva.
3. Funzione biettiva.
4. Funzione inversa.
5. Grafico della funzione inversa.
6. Esercizi su immagine, funzione iniettiva e funzione inversa.
7. Teorema sull'esistenza di  $y$  tale che  $y^n = x$ .

### 3.8 Numeri reali (8)

1. Radice  $n$ -esima aritmetica.
2. Funzione radice  $n$ -esima aritmetica.
3. Radice  $n$ -esima di indice dispari.
4. Valore assoluto.
5. Funzione valore assoluto.
6. Segno.
7. Funzione segno.
8. Polinomi (introduzione intuitiva).
9. Operazioni fra polinomi.
10. Grado di un polinomio.

### 3.9 Numeri reali (9)

1. Funzione polinomiale.
2. Principio di identità dei polinomi.
3. Divisione fra polinomi.
4. Divisibilità fra polinomi.
5. Radice di un polinomio.
6. Radice e divisibilità per  $x - a$ .
7. Radici di molteplicità  $m$ .
8. Polinomio di 2° grado.
9. Forma canonica del polinomio di 2° grado.
10. Radici del polinomio di secondo grado.
11. Esercizio su immagine di una funzione.
12. Grafico della funzione polinomiale di secondo grado.
13. Segno del polinomio di 2° grado.
14. Esercizio su densità.

### 3.10 Numeri reali (10)

1. Esercizi su equazioni.
2. Esercizi su disequazioni.

### 3.11 Numeri reali (11)

1. Esercizi su disequazioni.
2. Esercizi su domini di funzioni.

### 3.12 Numeri complessi

1. I numeri complessi.
2. Inclusione  $\mathbf{R} \subset \mathbf{C}$ .
3. Il numero  $i$ .
4. Forma algebrica di un numero complesso.

5. Parte reale, parte immaginaria.
6. Coniugato.
7. Modulo.
8. Esercizi su parte reale, parte immaginaria, modulo.
9. Esercizi sulla rappresentazione di insiemi di numeri complessi.

### **3.13 Lo spazio euclideo $\mathbf{R}^N$ (1)**

1. L'insieme  $\mathbf{R}^N$ .
2. Composizione di funzioni.
3. Funzioni di  $n$  variabili.
4. Funzioni scalari e funzioni vettoriali.
5. Componenti di una funzione vettoriale.

### **3.14 Lo spazio euclideo $\mathbf{R}^N$ (2)**

1. Lo spazio vettoriale  $\mathbf{R}^N$ .
2. Somma e prodotto per uno scalare.
3. Traslato di un insieme.
4. Segmento.
5. Lo spazio euclideo  $\mathbf{R}^N$ .
6. Prodotto scalare.
7. Norma in  $\mathbf{R}^N$ .
8. Proprietà della norma.
9. Distanza di due punti di  $\mathbf{R}^N$ .
10. Sottoinsiemi limitati di  $\mathbf{R}^N$ .

### 3.15 Topologia di $\mathbf{R}^N$ (1)

1. Palle in  $\mathbf{R}^N$ .
2. Intorni in  $\mathbf{R}^N$ .
3. Insiemi aperti.
4. Esempi di insiemi aperti.
5. Insiemi chiusi.
6. Esempi di insiemi chiusi.
7. Punti interni.
8. Interno di un insieme.
9. Esempio di interno di un insieme.
10. Punti di aderenza di un insieme.
11. Chiusura di un insieme.
12. Esempio di chiusura di un insieme.

### 3.16 Topologia di $\mathbf{R}^N$ (2)

1. Punto di frontiera di un insieme.
2. Frontiera di un insieme.
3. Esempio di frontiera di un insieme.
4. Punti isolati di un insieme.
5. Esercizio su interno, chiusura e frontiera di un insieme.
6. Funzione continua in un punto.
7. Caratterizzazione della continuità in un punto mediante le palle di centro  $f(a)$ ;
8. Funzione continua.

### 3.17 Topologia di $\mathbf{R}^N$ (3)

1. Restrizione di una funzione continua.
2. Carattere locale della continuità.
3. Operazioni fra funzioni continue.
4. Continuità della funzione composta.
5. Alcune funzioni continue.
6. Teorema di Weierstrass.
7. Teorema del valor intermedio.
8. Teorema degli zeri di una funzione continua.

### 3.18 Topologia di $\mathbf{R}^N$ (4)

1. Intorni di  $\overline{\mathbf{R}}$ .
2. Intorni destri e sinistri.
3. Spazi topologici.
4. Estensione agli spazi topologici delle nozioni topologiche date in  $\mathbf{R}^N$ .
5. Convergenza.

### 3.19 Topologia di $\mathbf{R}^N$ (5)

1. Funzioni convergenti.
2. Teorema di unicità del limite.
3. Limite
4. Convergenza in un punto del dominio.
5. Caratterizzazione della continuità attraverso la convergenza.
6. Convergenza in un punto non appartenente al dominio.
7. Limite di una restrizione.
8. Carattere locale della convergenza.

### 3.20 Topologia di $\mathbf{R}^N$ (6)

1. Limiti e operazioni.
2. Limiti e operazioni con  $\overline{\mathbf{R}}$ .
3. Forme indeterminate.
4. Alcuni limiti.
5. Limite della funzione composta.

### 3.21 Topologia di $\mathbf{R}^N$ (7)

1. Teorema della permanenza del segno.
2. Conservazione del segno passando al limite.
3. Conservazione della relazione d'ordine passando al limite.
4. Teorema di confronto per i limiti.
5. Limite, limite destro, limite sinistro.
6. Limite di una funzione polinomiale.
7. Limite di una funzione razionale.

### 3.22 Topologia di $\mathbf{R}^N$ (8)

1. Esercizi sui limiti.
2. Esercizi sulla continuità.
3. Limite di una successione.
4. Sottosuccessione.
5. Limite di una sottosuccessione.
6. Limite della successione esponenziale.
7. Esercizio sul limite di una successione.
8. Limite di una successione monotona.

### **3.23 Confronto asintotico (1)**

1. Funzioni di ordine asintotico inferiore.
2. Condizione sufficiente per l'ordine asintotico inferiore.
3. Ordine asintotico inferiore in un punto non isolato del dominio
4. Ordine asintotico inferiore in generale.
5. Simbolo di Landau  $O$  grande.

### **3.24 Confronto asintotico (2)**

1. Funzioni dello stesso ordine asintotico.
2. Condizione sufficiente per lo stesso ordine asintotico.
3. Funzioni asintoticamente trascurabili.
4. Simbolo di Landau o piccolo.
5. Funzioni asintoticamente equivalenti.
6. Funzioni asintoticamente equivalenti e approssimazione.
7. Funzione asintoticamente equivalente ad un suo limite non nullo.

### **3.25 Confronto asintotico (3)**

1. Confronto asintotico e composizione di funzioni.
2. Funzione asintoticamente equivalente alla somma della funzione con una funzione trascurabile.
3. Somma di funzioni di ordine inferiore e di funzioni trascurabili.
4. Somma di funzioni equivalenti a costanti per una stessa funzione.
5. Prodotto di funzioni asintoticamente equivalenti.
6. Ordine inferiore, trascurabilità e prodotto di funzioni.
7. Infinitesimi e infiniti.

### **3.26 Confronto asintotico (4)**

1. Confronto asintotico per potenze, radici, polinomi, funzioni razionali, successioni esponenziali.
2. Principio di sostituzione nei limiti.
3. Esercizi.
4. Sviluppo asintotico affine.

### 3.27 Confronto asintotico (5)

1. Esistenza dello sviluppo asintotico affine e sua espressione.
2. Asintoti.
3. Sviluppo asintotico affine e  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .
4. Asintoti orizzontali e asintoti obliqui
5. Asintoti verticali.
6. Esercizi.

### 3.28 Serie (1)

1. Serie definita da una successione.
2. Serie convergente e somma di una serie.
3. Serie di una costante.
4. Serie geometrica.
5. Serie geometrica con primo termine.

### 3.29 Serie (2)

1. Esercizi sulla serie geometrica.
2. Condizione necessaria per la convergenza di una serie.
3. Esercizi sulla condizione necessaria.
4. Linearità per le serie.

### 3.30 Serie (3)

1. Resto di una serie.
2. Serie armonica.
3. Serie a termini positivi.
4. Criterio del confronto.

### 3.31 Serie (4)

1. Criterio del confronto asintotico.
2. Serie armonica generalizzata di esponente intero.
3. Esercizi sul criterio del confronto.
4. Criterio del rapporto.
5. Serie  $\sum_{n=1}^{\infty} n^p a^n$ .
6. Serie  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^p a^n}{n!}$ .
7. Confronto asintotico fra potenze, esponenziali e fattoriali.

### 3.32 Serie (5)

1. Esercizi su limiti di successioni.
2. Esercizi sulla convergenza di serie.
3. Criterio della radice.
4. Esercizi sul criterio della radice.

### 3.33 Serie (6)

1. Criterio di Leibniz.
2. Serie assolutamente convergenti.
3. Esercizi.

### 3.34 Serie di potenze (1)

1. Serie di potenze.
2. Cerchio di convergenza.
3. Serie geometrica complessa.
4. La serie di potenze  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} z^n$ .
5. Esercizi sulle serie di potenze.

### 3.35 Serie di potenze (2)

1. Esercizi sulle serie di potenze.

### 3.36 Serie di potenze (3)

1. Continuità della somma di una serie di potenze.
2. Equivalenza asintotica per la somma di una serie di potenze.
3. Sviluppo asintotico per la somma di una serie di potenze.
4. Esponenziale.
5. Proprietà dell'esponenziale.
6. Numero di Nepero.

### 3.37 Serie di potenze (4)

1. Seno, coseno, seno iperbolico, coseno iperbolico.
2. Seno, coseno, seno iperbolico, coseno iperbolico in 0.
3. Seno, coseno, seno iperbolico, coseno iperbolico in  $-z$ .
4. Formule di Eulero.
5. Relazioni fondamentali fra i quadrati del seno, del coseno, del seno iperbolico e del coseno iperbolico.
6. Significato geometrico della relazione fondamentale.

### 3.38 Serie di potenze (5)

1. Formule di addizione.
2. Formule di duplicazione.
3. Formule di bisezione.
4. Formule di Werner
5. Formule di prostaferesi.
6. Funzioni esponenziale, seno, coseno, seno iperbolico, coseno iperbolico complesse e reali.
7. Equivalenze asintotiche per le funzioni esponenziale, seno iperbolico, coseno iperbolico, seno, coseno.

### **3.39 Serie di potenze (6)**

1. Esercizi su limiti calcolati mediante l'equivalenza asintotica.
2. Sviluppi asintotici per le funzioni esponenziale, seno iperbolico, coseno iperbolico, seno, coseno.
3. Esercizi su limiti utilizzando gli sviluppi asintotici (1).

### **3.40 Serie di potenze (7)**

1. Esercizi su limiti utilizzando gli sviluppi asintotici (2).

### **3.41 Serie di potenze (8)**

1. Esercizi su limiti utilizzando gli sviluppi asintotici (3).

### **3.42 Derivate (1)**

1. Incremento e rapporto incrementale.
2. Significato geometrico del rapporto incrementale.
3. Funzioni derivabili in un punto.
4. Funzioni derivabili in un insieme.
5. Derivata di una funzione costante.
6. Derivata dell'identità.

### **3.43 Derivate (2)**

1. Derivata di una funzione potenza di esponente naturale.
2. Derivata della funzione reciproco.
3. Derivata di una restrizione e carattere locale della derivata.
4. Derivabilità e continuità.
5. Derivabilità rispetto a  $\overline{\mathbf{R}}$ .
6. Significato geometrico della derivata rispetto a  $\overline{\mathbf{R}}$ .

### 3.44 Derivate (3)

1. Approssimazione dell'incremento di una funzione in un punto mediante  $hf'(a)$ .
2. Differenziale.
3. Equivalenza asintotica per l'incremento.
4. Derivata destra e sinistra.
5. Derivata della somma e del prodotto per una costante.
6. Derivata di una funzione polinomiale.
7. Derivata del prodotto.
8. Derivata del reciproco e del quoziente.

### 3.45 Derivate (4)

1. Derivata di una funzione potenza di esponente intero.
2. Derivata del valore assoluto.
3. Derivata della funzione composta.
4. Derivata della funzione inversa.
5. Derivata della funzione radice  $n$ -esima aritmetica.
6. Derivata di una funzione di variabile complessa.

### 3.46 Derivate (5)

1. Funzione derivabile due volte in un punto.
2. Funzione derivabile due volte in un insieme.
3. Funzioni di classe  $C^1$ .
4. Funzioni di classe  $C^n$ .
5. Funzioni di classe  $C^\infty$ .
6. Derivata di una serie di potenze.
7. Derivata delle funzioni esponenziale, seno, coseno, seno iperbolico, coseno iperbolico.

### **3.47 Derivate (6)**

1. Esercizi sul calcolo di derivate.
2. Estremanti relativi.
3. Estremanti relativi e derivata prima.
4. Esercizi su massimi e minimi assoluti.

### **3.48 Derivate (7)**

1. Teorema di Rolle.
2. Teorema di Lagrange.
3. Funzioni con derivata nulla.
4. Funzioni monotone e segno della derivata prima.

### **3.49 Derivate (8)**

1. Funzioni strettamente monotone e segno della derivata prima.
2. Regole di De l'Hospital.
3. Derivata come limite della derivata prima.

### **3.50 Derivate (9)**

1. Funzioni convesse e concave.
2. Proprietà delle funzioni convesse.
3. Raccordo fra funzioni convesse.
4. Funzioni derivabili convesse.
5. Funzioni convesse e monotonia della derivata prima.
6. Funzioni convesse e derivata seconda.

### **3.51 Derivate (10)**

1. Studio di funzione.

### 3.52 Derivate (11)

1. Polinomio di Taylor.
2. Proprietà del polinomio di Taylor.
3. Estremanti relativi e derivate d'ordine superiore.

### 3.53 Funzioni elementari reali (1)

1. Positività di  $\exp x$ .
2. Funzione esponenziale reale.
3. Logaritmo naturale.
4. Funzione logaritmo naturale.

### 3.54 Funzioni elementari reali (2)

1. Confronto asintotico fra logaritmi di funzioni.
2. Un'equivalenza notevole.
3. Esercizi su limiti.
4. Potenze di esponente reale e complesso.
5. Esponenziale come potenza di base  $e$ .
6. Proprietà delle potenze di esponente complesso.
7. Radice aritmetica come potenza.

### 3.55 Funzioni elementari reali (3)

1. Limite di  $f(x)^{g(x)}$ .
2. Forme indeterminate  $\infty^0$ ,  $0^0$ ,  $1^\infty$ .
3. Esercizi su limiti.
4. Numero di Nepero come limite.
5. Funzioni potenza di esponente reale.
6. Potenze di esponente strettamente positivo.

### 3.56 Funzioni elementari reali (4)

1. Confronto asintotico fra funzioni potenza.
2. Esercizi su limiti.
3. Potenze di funzioni equivalenti.
4. Esercizi su limiti.
5. Serie armonica generalizzata di esponente reale.
6. Esercizi sulla convergenza di serie.
7. Funzione esponenziale di base  $a$ .
8. Confronto asintotico fra esponenziali e potenze.
9.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} |x|^\alpha a^x$ .
10. Esercizio sui limiti.

### 3.57 Funzioni elementari reali (5)

1. Logaritmi di base  $a$ .
2. Proprietà dei logaritmi.
3. Funzione logaritmo di base  $a$ .
4. Confronto asintotico fra logaritmi e potenze.
5. Esercizi sui limiti.
6. Funzione seno iperbolico reale.
7. Equivalenze asintotiche per il seno iperbolico.
8. Funzione coseno iperbolico reale.
9. Equivalenze asintotiche per il coseno iperbolico.
10. Tangente iperbolica.
11. Funzione tangente iperbolica.
12. Equivalenza asintotica per la tangente iperbolica.

### 3.58 Funzioni elementari reali (6)

1. Argomento seno iperbolico.
2. Funzione argomento seno iperbolico.
3. Argomento coseno iperbolico.
4. Funzione argomento coseno iperbolico.
5. Argomento tangente iperbolica.
6. Funzione argomento tangente iperbolica.
7. Il numero  $\pi$ .
8. Significato geometrico di seno e coseno.
9. Seno, coseno di  $\frac{\pi}{2}$ ,  $\pi$ ,  $\frac{3}{2}\pi$ ,  $2\pi$ .

### 3.59 Funzioni elementari reali (7)

1. Seno e coseno di  $\frac{\pi}{2} - x$ ,  $\frac{\pi}{2} + x$ ,  $\pi - x$ ,  $\pi + x$ ,  $2\pi + x$ . Seno e coseno di  $\frac{\pi}{4}$ ,  $\frac{\pi}{3}$ ,  $\frac{\pi}{6}$ .
2. Funzione seno reale.
3. Numeri con uguale seno.
4. Funzione coseno reale.
5. Numeri con uguale coseno.
6. Tangente.
7. Significato geometrico della tangente.
8. Proprietà della tangente.
9. Tangente di  $\frac{\pi}{4}$ ,  $\frac{\pi}{3}$ ,  $\frac{\pi}{6}$ .
10. Tangente di  $\pi + x$ .
11. Funzione tangente.
12. Equivalenza asintotica per la tangente.
13. Numeri con uguale tangente.
14. Cotangente.
15. Funzione cotangente.

### **3.60 Funzioni elementari reali (8)**

1. Arcoseno.
2. Proprietà dell'arcoseno
3. Funzione arcoseno.
4. Equivalenza asintotica per l'arcoseno.
5. Arcocoseno.
6. Proprietà dell'arcocoseno.
7. Funzione arcocoseno.
8. Arcotangente.
9. Proprietà dell'arcotangente.
10. Funzione arcotangente.
11. Equivalenza asintotica per l'arcotangente.

### **3.61 Funzioni elementari reali (9)**

1. Esercizio su equazioni trascendenti.
2. Esercizio su disequazioni trascendenti.
3. Esercizio sui domini naturali.
4. Esercizio su limiti.

### **3.62 Funzioni elementari reali (10)**

1. Esercizi su asintoti.
2. Esercizio su convergenza di serie.

### **3.63 Funzioni elementari reali (11)**

1. Esercizi sul calcolo delle derivate.

### **3.64 Funzioni elementari reali (12)**

1. Esercizi sullo studio di funzione.

### **3.65 Funzioni elementari reali (13)**

1. Esercizi sullo studio di funzione.

### **3.66 Funzioni elementari reali (14)**

1. Esercizi sullo studio di funzione.

### **3.67 Funzioni elementari reali (15)**

1. Esercizi sullo studio di funzione.

### **3.68 Argomento di un numero complesso (1)**

1. La funzione  $e^{it}$ .
2. Argomento di un numero complesso.
3. Esistenza di un argomento di un numero complesso.
4. Argomenti di uno stesso numero complesso.
5. Forma esponenziale e forma trigonometrica di un numero complesso.
6. Caratterizzazione della forma esponenziale di un numero complesso.
7. Numeri complessi uguali.
8. Espressione dell'argomento di un numero complesso.

### **3.69 Argomento di un numero complesso (2)**

1. Esercizi sulla determinazione dell'argomento di un numero complesso.
2. Formula di De Moivre.
3. Radici complesse.
4. Cardinalità dell'insieme delle radici.
5. Posizione delle radici.

### **3.70 Argomento di un numero complesso (3)**

1. Esercizi sulle radici di un numero complesso.

### **3.71 Argomento di un numero complesso (4)**

1. Polinomio di secondo grado complesso.

### 3.72 Primitive ed integrali (1)

1. Primitiva.
2. Primitiva della somma e del prodotto per una costante.
3. Primitive su un intervallo.
4. Primitiva di una funzione continua.
5. Integrale indefinito.
6. Integrali indefiniti di base.

### 3.73 Primitive ed integrali (2)

1. Esercizio sugli integrali indefiniti di base.
2. Esercizio su integrazione indefinita per decomposizione.
3. Integrale indefinito del reciproco di  $x^2 - 1$ .
4. Integrale indefinito del quadrato del seno, coseno, seno iperbolico, coseno iperbolico.
5. Integrale indefinito della potenza quarta del seno, coseno, seno iperbolico, coseno iperbolico.
6. Integrale indefinito del prodotto di seni e di coseni.

### 3.74 Primitive ed integrali (3)

1. Integrale indefinito del quadrato della tangente, cotangente, tangente iperbolica, cotangente iperbolica.
2. Primitiva di  $(f \circ \varphi) \cdot \varphi'$ .
3. Esercizio su integrali indefiniti immediati.
4. Integrale indefinito del reciproco di  $x^2 + a^2$ .
5. Integrale indefinito del reciproco della radice  $a^2 - x^2$ .

### 3.75 Primitive ed integrali (4)

1. Integrale indefinito della tangente.
2. Integrale indefinito di alcune potenze del seno e del coseno di esponente dispari.
3. Integrale definito di una funzione continua.

4. Esercizio sull'integrale definito.
5. Additività dell'integrale.
6. Funzione integrale.
7. Esercizi sulla derivata della funzione integrale.

### **3.76 Primitive ed integrali (5)**

1. Linearità dell'integrale.
2. Esercizi sugli integrali.

### **3.77 Primitive ed integrali (6)**

1. Teorema della media integrale.
2. Significato geometrico dell'integrale.
3. Integrale come somma infinita di quantità infinitamente piccole.
4. Significato geometrico del teorema della media.
5. Teorema della media e medie pesate.
6. Positività dell'integrale.
7. Conservazione dell'ordine sotto il segno di integrale.
8. Valore assoluto di un integrale.

### **3.78 Primitive ed integrali (7)**

1. Integrazione per sostituzione.
2. Esercizi sull'integrazione per sostituzione.

### **3.79 Primitive ed integrali (8)**

1. Integrazione per parti.
2. Esercizi sull'integrazione per parti.

### **3.80 Primitive ed integrali (9)**

1. Integrazione indefinita delle funzioni razionali. Riduzione al caso del grado del numeratore strettamente minore del grado del denominatore.
2. Teorema fondamentale dell'algebra.
3. Fattorizzazione di un polinomio complesso.
4. Fattorizzazione di un polinomio reale.
5. Scomposizione di una funzione razionale in fratti semplici

### **3.81 Primitive ed integrali (10)**

1. Integrazione dei fratti semplici.
2. Esercizi sull'integrazione di fratti semplici.

### **3.82 Primitive ed integrali (11)**

1. Esercizi sull'integrazione delle funzioni razionali.

### **3.83 Primitive ed integrali (12)**

1. Esercizi sull'integrazione di alcune funzioni irrazionali.

### **3.84 Primitive ed integrali (13)**

1. Esercizi sull'integrazione di alcune funzioni trascendenti.
2. Formula di Taylor con resto integrale.
3. Formula di Taylor con resto di Lagrange.

### **3.85 Sviluppi in serie (1)**

1. Primitiva di una serie di potenze.
2. Integrale della somma di una serie di potenze.
3. Serie logaritmica.
4. Sviluppo in serie dell'arcotangente.

### **3.86 Sviluppi in serie (2)**

1. Serie binomiale.
2. Esercizi sul calcolo di limiti.

### **3.87 Sviluppi in serie (3)**

1. Esercizi sulla convergenza di serie.
2. Esercizi sul calcolo di asintoti.

### **3.88 Integrali impropri (1)**

1. Integrali impropri su semirette.
2. Integrali impropri su intervalli limitati.
3. Integrale improprio su un intervallo limitato di una funzione prolungabile per continuità.
4. Esercizi sugli integrali impropri.
5. Integrale improprio di una costante.
6. Integrale improprio di un esponenziale.

### **3.89 Integrali impropri (2)**

1. Integrale improprio di una potenza.
2. Linearità dell'integrale improprio.
3. Una condizione per la convergenza (resto).
4. Integrale improprio di funzioni positive.
5. Criterio del confronto.
6. Criterio del confronto asintotico.

### **3.90 Integrali impropri (3)**

1. Integrale improprio di  $x^\alpha a^x$ .
2. Esercizio sulla convergenza degli integrali impropri.
3. Integrali impropri assolutamente convergenti.
4. Integrale improprio su un intervallo aperto.
5. Integrale improprio su un intervallo privato di alcuni punti.