

Cognome Nome e matricola: ...

1. (p. 4) Dire se la funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{27x^3 + x^2 + x + 1}$$

ammette sviluppo asintotico affine per $x \rightarrow +\infty$ e, in caso affermativo, determinare il corrispondente asintoto.

Svolgimento e risposta.

2. (p. 2) Sia

$$f : [0, +\infty[\rightarrow \mathbf{R}, x \rightarrow \begin{cases} 0 & \text{per } x \neq 0 \\ 1 & \text{per } x = 0 \end{cases} ;$$

- (a) disegnare approssimativamente il grafico di f ;
- (b) determinare l'immagine di f ;
- (c) dire se f ammette massimo e se f ammette minimo e, in caso affermativo, determinarli;
- (d) dire se f è limitata superiormente, se f è limitata inferiormente, se f è limitata;
- (e) determinare l'estremo superiore e l'estremo inferiore di f rispetto allo spazio ordinato $(\overline{\mathbf{R}}, \leq)$.

Risposta.

3. (p. 3) Risolvere la seguente disequazione:

$$\sqrt{x^2 + x + 1} > 2x - 3 .$$

Svolgimento e risposta.

4. (p. 1) Studiare la convergenza della seguente serie (motivare con precisione la risposta):

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^5}{2^n}.$$

Svolgimento e risposta.

5. (p. 1) Studiare la convergenza della seguente serie:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{\sqrt{n^4 + 1}}.$$

Svolgimento e risposta.

6. (p. 2) Studiare la seguente serie di potenze:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n + 2^n}{n^2} z^n.$$

Svolgimento e risposta.

7. (p. 1) Determinare l'insieme degli elementi $x \in \mathbf{R}$ per i quali la seguente serie è convergente:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4x + 3}{n^2 + \sqrt{n}}.$$

Svolgimento e risposta.

8. (p. 4) Determinare l'insieme D degli elementi $x \in \mathbf{R}$ per i quali la serie di numeri reali

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{x+1}{2x+3} \right)^n$$

è assegnata. Determinare l'insieme degli $x \in D$ per i quali la serie è convergente e per tali x determinare la somma della serie.

Svolgimento e risposta.

9. (p. 1.5) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x} + 2\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}.$$

Svolgimento e risposta.

10. (p. 1.5) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\exp(2x) - 1)(\cos(2x) - 1)}{\sin(3x^3)}.$$

Svolgimento e risposta.

11. (p. 5) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x \operatorname{sh}^2(2x) + 2 \cos(2x^2) - 2}{(\exp(x^3) - 1)(\sin(2x) - 2x)}.$$

Svolgimento e risposta.

12. (p. 2) Determinare la parte reale e la parte immaginaria del seguente numero complesso

$$\frac{3-i}{5+2i}.$$

Svolgimento e risposta.

13. (p. 1) Sia

$$f: \mathbf{R} \longrightarrow \mathbf{R}, x \longrightarrow x^6 + x^2 + 1;$$

dire se l'equazione di incognita x

$$f(x) = 0$$

ammette almeno una soluzione; in tal caso trovare $a, b \in \mathbf{R}$ tali che in $]a, b[$ vi sia almeno una soluzione dell'equazione.

Svolgimento e risposta.

14. (p. 1) Calcolare

$$\|(1, 3, 5, 7, 2)\|.$$

Svolgimento e risposta.

15. (p. 3) Sia

$$f: \mathbf{R} - \{2\} \longrightarrow \mathbf{R}, x \longrightarrow \frac{4x-3}{x-2};$$

- (a) determinare l'immagine di f ;
- (b) dire se f è iniettiva;
- (c) in caso affermativo, determinare f^{-1} .

Svolgimento e risposta.

Cognome Nome e matricola: ...

1. (p. 4) Dire se la funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{8x^3 - x^2 + 5x + 3}$$

ammette sviluppo asintotico affine per $x \rightarrow +\infty$ e, in caso affermativo, determinare il corrispondente asintoto.

Svolgimento e risposta.

2. (p. 2) Sia

$$f : [-1, 1] \longrightarrow \mathbf{R}, x \longrightarrow \begin{cases} x^2 & \text{per } -1 < x < 0 \\ -1 & \text{per } x = 0 \\ \frac{1}{x} & \text{per } 0 < x \leq 1 \end{cases} ;$$

- (a) disegnare approssimativamente il grafico di f ;
- (b) determinare l'immagine di f ;
- (c) dire se f ammette massimo e se f ammette minimo e, in caso affermativo, determinarli;
- (d) dire se f è limitata superiormente, se f è limitata inferiormente, se f è limitata;
- (e) determinare l'estremo superiore e l'estremo inferiore di f rispetto allo spazio ordinato $(\overline{\mathbf{R}}, \leq)$.

Risposta.

3. (p. 3) Risolvere la seguente disequazione:

$$\sqrt{x^2 - x + 2} < 5x - 1 .$$

Svolgimento e risposta.

4. (p. 1) Studiare la convergenza della seguente serie (motivare con precisione la risposta):

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n - n + 1}{n! - 5}.$$

Svolgimento e risposta.

5. (p. 1) Studiare la convergenza della seguente serie:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^7 + 3}{n^{10}}.$$

Svolgimento e risposta.

6. (p. 2) Studiare la seguente serie di potenze:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n + 3^n}{n + 2^n} z^n.$$

Svolgimento e risposta.

7. (p. 1) Determinare l'insieme degli elementi $x \in \mathbf{R}_+$ per i quali la seguente serie è convergente:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4x + 3}{n^2 + n + x}.$$

Svolgimento e risposta.

8. (p. 4) Determinare l'insieme D degli elementi $x \in \mathbf{R}$ per i quali la serie di numeri reali

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{x-1}{2x-3} \right)^n$$

è assegnata. Determinare l'insieme degli $x \in D$ per i quali la serie è convergente e per tali x determinare la somma della serie.

Svolgimento e risposta.

9. (p. 1.5) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x} - 5\sqrt[4]{x}}{2\sqrt[3]{x} + 3\sqrt[4]{x}}.$$

Svolgimento e risposta.

10. (p. 1.5) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\operatorname{sh}(3x) - 3x)^2}{(1 - \cos(2x))^2 \operatorname{sh}(2x^2)}.$$

Svolgimento e risposta.

11. (p. 5) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sh}^2(2x) \sin^2 x - 2 \operatorname{ch}(2x^2) + 2}{(\sin(3x) - 3x) \sin(2x^3)}.$$

Svolgimento e risposta.

12. (p. 2) Determinare la parte reale e la parte immaginaria del seguente numero complesso

$$\frac{3+i}{5-2i}.$$

Svolgimento e risposta.

13. (p. 1) Sia

$$f: \mathbf{R} \longrightarrow \mathbf{R}, x \longrightarrow x^5 + x + 1;$$

dire se l'equazione di incognita x

$$f(x) = 0$$

ammette almeno una soluzione; in tal caso trovare $a, b \in \mathbf{R}$ tali che in $]a, b[$ vi sia almeno una soluzione dell'equazione.

Svolgimento e risposta.

14. (p. 1) Calcolare

$$\|(2, -1, -2, 4, 2)\|.$$

Svolgimento e risposta.

15. (p. 3) Sia

$$f: \mathbf{R} - \{3\} \longrightarrow \mathbf{R}, x \longrightarrow \frac{2x-3}{x-3};$$

- (a) determinare l'immagine di f ;
- (b) dire se f è iniettiva;
- (c) in caso affermativo, determinare f^{-1} .

Svolgimento e risposta.

Cognome Nome e matricola: ...

1. (p. 4) Dire se la funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{64x^3 + 2x^2 - 3x + 2}$$

ammette sviluppo asintotico affine per $x \rightarrow +\infty$ e, in caso affermativo, determinare il corrispondente asintoto.

Svolgimento e risposta.

2. (p. 2) Sia

$$f : \mathbf{R} \longrightarrow \mathbf{R}, x \longrightarrow \begin{cases} 2x + 3 & \text{per } x < 0 \\ 4 & \text{per } x = 0 \\ x^2 & \text{per } x > 0 \end{cases} ;$$

- (a) disegnare approssimativamente il grafico di f ;
- (b) determinare l'immagine di f ;
- (c) dire se f ammette massimo e se f ammette minimo e, in caso affermativo, determinarli;
- (d) dire se f è limitata superiormente, se f è limitata inferiormente, se f è limitata;
- (e) determinare l'estremo superiore e l'estremo inferiore di f rispetto allo spazio ordinato $(\overline{\mathbf{R}}, \leq)$.

Risposta.

3. (p. 3) Risolvere la seguente disequazione:

$$\sqrt{x^2 + x + 1} < 2x + 3 .$$

Svolgimento e risposta.

4. (p. 1) Studiare la convergenza della seguente serie (motivare con precisione la risposta):

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2 + n + 1}{n!} .$$

Svolgimento e risposta.

5. (p. 1) Studiare la convergenza della seguente serie:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n + 5}{n^2} .$$

Svolgimento e risposta.

6. (p. 2) Studiare la seguente serie di potenze:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 1}{n^2} z^n .$$

Svolgimento e risposta.

7. (p. 1) Determinare l'insieme degli elementi $x \in \mathbf{R}$ per i quali la seguente serie è convergente:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^2 + x + 1}{2^n} .$$

Svolgimento e risposta.

8. (p. 4) Determinare l'insieme D degli elementi $x \in \mathbf{R}$ per i quali la serie di numeri reali

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1-x}{3-2x} \right)^n$$

è assegnata. Determinare l'insieme degli $x \in D$ per i quali la serie è convergente e per tali x determinare la somma della serie.

Svolgimento e risposta.

9. (p. 1.5) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x} - 2\sqrt{x}}{3\sqrt{x} + 4\sqrt[3]{x}}.$$

Svolgimento e risposta.

10. (p. 1.5) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\operatorname{ch}(2x) - 1)^3}{(2x - \sin(2x))^2}.$$

Svolgimento e risposta.

11. (p. 5) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^3(2x) \operatorname{sh} x + 4 \cos(2x^2) - 4}{\operatorname{sh} x(x - \sin x)(1 - \cos(2x))}.$$

Svolgimento e risposta.

12. (p. 2) Determinare la parte reale e la parte immaginaria del seguente numero complesso

$$\frac{4-i}{3+2i}.$$

Svolgimento e risposta.

13. (p. 1) Sia

$$f : \mathbf{R} \longrightarrow \mathbf{R}, x \longrightarrow x^8 + x^6 + 1 ;$$

dire se l'equazione di incognita x

$$f(x) = 0$$

ammette almeno una soluzione; in tal caso trovare $a, b \in \mathbf{R}$ tali che in $]a, b[$ vi sia almeno una soluzione dell'equazione.

Svolgimento e risposta.

14. (p. 1) Calcolare

$$\|(2, 3, 5, -5)\|.$$

Svolgimento e risposta.

15. (p. 3) Sia

$$f : \mathbf{R} - \left\{ \frac{1}{2} \right\} \longrightarrow \mathbf{R}, x \longrightarrow \frac{x+3}{2x-1} ;$$

- (a) determinare l'immagine di f ;
- (b) dire se f è iniettiva;
- (c) in caso affermativo, determinare f^{-1} .

Svolgimento e risposta.

Cognome Nome e matricola: ...

1. (p. 4) Dire se la funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{125x^3 + 3x^2 - 2x + 2}$$

ammette sviluppo asintotico affine per $x \rightarrow +\infty$ e, in caso affermativo, determinare il corrispondente asintoto.

Svolgimento e risposta.

2. (p. 2) Sia

$$f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, x \rightarrow \begin{cases} x^4 & \text{per } x < 0 \\ -1 & \text{per } x = 0 \\ x^2 & \text{per } x > 0 \end{cases} ;$$

- (a) disegnare approssimativamente il grafico di f ;
- (b) determinare l'immagine di f ;
- (c) dire se f ammette massimo e se f ammette minimo e, in caso affermativo, determinarli;
- (d) dire se f è limitata superiormente, se f è limitata inferiormente, se f è limitata;
- (e) determinare l'estremo superiore e l'estremo inferiore di f rispetto allo spazio ordinato $(\overline{\mathbf{R}}, \leq)$.

Risposta.

3. (p. 3) Risolvere la seguente disequazione:

$$\sqrt{x^2 - x + 2} > 5x - 1 .$$

Svolgimento e risposta.

4. (p. 1) Studiare la convergenza della seguente serie (motivare con precisione la risposta):

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{n+2}.$$

Svolgimento e risposta.

5. (p. 1) Studiare la convergenza della seguente serie:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^2+5}}{n^3}.$$

Svolgimento e risposta.

6. (p. 2) Studiare la seguente serie di potenze:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+2^n}{n+3^n} z^n.$$

Svolgimento e risposta.

7. (p. 1) Determinare l'insieme degli elementi $x \in \mathbf{R}$ per i quali la seguente serie è convergente:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4x+3-n}{7^n}.$$

Svolgimento e risposta.

8. (p. 4) Determinare l'insieme D degli elementi $x \in \mathbf{R}$ per i quali la serie di numeri reali

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{2x+1}{x+3} \right)^n$$

è assegnata. Determinare l'insieme degli $x \in D$ per i quali la serie è convergente e per tali x determinare la somma della serie.

Svolgimento e risposta.

9. (p. 1.5) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x} - 2\sqrt[3]{x} + 3\sqrt[4]{x}}{\sqrt{x} + 4\sqrt[3]{x} - \sqrt[4]{x}}.$$

Svolgimento e risposta.

10. (p. 1.5) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(2x^3)}{\exp(3x^6) - 1}.$$

Svolgimento e risposta.

11. (p. 5) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x) \operatorname{sh}^3(x) - \operatorname{ch}(2x^2) + 1}{(\operatorname{sh}(3x) - 3x) \sin(2x^3)}.$$

Svolgimento e risposta.

12. (p. 2) Determinare la parte reale e la parte immaginaria del seguente numero complesso

$$\frac{7-i}{2+i}.$$

Svolgimento e risposta.

13. (p. 1) Sia

$$f : \mathbf{R} \longrightarrow \mathbf{R}, x \longrightarrow x^8 + x^6 - 1;$$

dire se l'equazione di incognita x

$$f(x) = 0$$

ammette almeno una soluzione; in tal caso trovare $a, b \in \mathbf{R}$ tali che in $]a, b[$ vi sia almeno una soluzione dell'equazione.

Svolgimento e risposta.

14. (p. 1) Calcolare

$$\|(1, 3, 7, 2, 4, 3)\|.$$

Svolgimento e risposta.

15. (p. 3) Sia

$$f : \mathbf{R} - \left\{-\frac{1}{2}\right\} \longrightarrow \mathbf{R}, x \longrightarrow \frac{4x-3}{2x+1};$$

- (a) determinare l'immagine di f ;
- (b) dire se f è iniettiva;
- (c) in caso affermativo, determinare f^{-1} .

Svolgimento e risposta.