

Cognome

Nome

Matricola

Codice ESEMPIO 1

[1]. (***) **Definizione di derivata.** Sia $A \subset \mathbf{R}$; sia a un punto non isolato di A ; sia $f : A \longrightarrow \mathbf{R}$; sia f derivabile in a ; allora la derivata di f in a è ...

RISPOSTA

[2]. (**) **Definizione di $\operatorname{tg} x$.** Sia $x \in \mathbf{R}$; sia $x \dots$ (definire $\operatorname{tg} x$ esplicitando le ipotesi su x)

RISPOSTA

[3]. (**) **Definizione del numero di Nepero.** Si pone $e = \dots$

RISPOSTA

[4]. (*) **Definizione di funzione suriettiva.** Siano A e B due insiemi; sia $f : A \longrightarrow B$; si dice che f è suriettiva se ...

RISPOSTA

[5]. (E) Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int \frac{x^2}{x^3 + 1} dx .$$

RISPOSTA

[6]. (O) **Serie. Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. *** Dare la definizione di somma parziale, di serie convergente e di somma di una serie.
2. ** Dare la definizione di serie a termini positivi. Enunciare e dimostrare il teorema fondamentale per le serie a termini positivi.
3. ** Enunciare e dimostrare il teorema sul criterio del confronto per le serie. Enunciare e dimostrare i due criteri del confronto asintotico.
4. *** Enunciare e dimostrare il teorema sul rapporto fra continuità e derivabilità.

RISPOSTA

[1]. (***) **Teorema sulla relazione fra estremante relativo e derivata.** Sia $A \subset \mathbf{R}$; sia $f : A \longrightarrow \mathbf{R}$; sia $a \in \overset{\circ}{A}$; sia f derivabile in a ; allora ...

RISPOSTA

[2]. (**) **Teorema sull'integrale** $\int \frac{1}{x} dx$. Si ha $\int \frac{1}{x} dx = \dots$

RISPOSTA

[3]. (**) **Definizione di serie armonica.** La serie armonica è la serie

RISPOSTA

[4]. (*) **Definizione di quoziente e di resto della divisione fra polinomi.** Siano $A(x)$ e $B(x)$ polinomi reali; sia $B(x) \neq 0$; allora il quoziente $Q(x)$ e il resto $R(x)$ della divisione $A(x) : B(x)$ sono gli unici polinomi reali tali che ...

RISPOSTA

[5]. (E) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 \frac{e^x}{1 + e^{2x}} dx .$$

RISPOSTA

[6]. (O) **Serie. Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. *** Dare la definizione di somma parziale, di serie convergente e di somma di una serie.
2. ** Enunciare e dimostrare il teorema sul criterio del confronto per le serie. Enunciare e dimostrare i due criteri del confronto asintotico.
3. ** Dare la definizione di serie armonica generalizzata di esponente intero. Enunciare il teorema sul comportamento della serie armonica generalizzata di esponente intero. Dando per noto il comportamento della serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$, applicare il criterio del confronto asintotico allo studio della serie armonica generalizzata.
4. ** Enunciare e dimostrare il teorema sul rapporto fra estremanti relativi e derivata prima.

RISPOSTA

[1]. (***) **Definizione di somma parziale.** Sia $(a_n)_{n \in \mathbf{N}}$ una successione di numeri reali; sia $n \in \mathbf{N}$; allora la somma parziale s_n della serie $\sum_{k=0}^{\infty} a_k$ è uguale a ...
 RISPOSTA

[2]. (**) **Teorema sull'integrazione per parti.** Sia I un intervallo non degenere di $\mathbf{R}$; siano $f, g : I \longrightarrow \mathbf{R}$; siano f, g di classe C^1 ; siano $x, y \in I$; allora risulta ...
 RISPOSTA

[3]. (**) **Teorema sulla derivata del prodotto di una costante e di una funzione.** Sia $A \subset \mathbf{R}$; sia $f : A \longrightarrow \mathbf{R}$; sia f derivabile in a ; sia $c \in \mathbf{R}$; allora cf è derivabile in a e si ha $(cf)'(a) = \dots$
 RISPOSTA

[4]. (*) **Definizione di intorno di $-\infty$.** Sia $U \subset \overline{\mathbf{R}}$; si dice che U è un intorno di $-\infty$ se ...
 RISPOSTA

[5]. (E) Calcolare il seguente limite $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 - 3^n}{n^4 + 3^n}$.
 RISPOSTA

[6]. (O) **Numeri reali. Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. ** Definire $n!$ ed i coefficienti binomiali $\binom{n}{k}$. Proprietà di simmetria dei coefficienti binomiali.
2. ** Enunciare e dimostrare il teorema sulla espressione di $\binom{n}{k}$ come rapporto fra un prodotto e $k!$.
3. ** Enunciare il teorema sull'espressione di $(a + b)^n$ (binomio di Newton).
4. ** Trovare l'espressione di $(a + b)^4$.
5. *** Dare la definizione di funzione derivabile in un punto e di derivata.

RISPOSTA

[1]. (***) **Teorema del valor intermedio.** Sia $I \subset \mathbf{R}$; sia $f : I \longrightarrow \mathbf{R}$, sia $I \dots$
RISPOSTA

[2]. (**) **Definizione di estremo superiore di una funzione.** Sia A un insieme; sia $f : A \longrightarrow \mathbf{R}$; sia $\alpha \in \mathbf{R}$; si dice che α è estremo superiore di f se ...
RISPOSTA

[3]. (**) **Definizione del numero di Nepero.** Si pone $e = \dots$
RISPOSTA

[4]. (*) **Teorema sulla somma di funzioni equivalenti a costanti per una funzione con somma delle costanti uguale a 0.** Sia $X \in \mathcal{T}_R$; sia $A \subset X$; sia $a \in \bar{A}$; siano $f, g, h : A \longrightarrow \mathbf{R}^N$; siano $c_1, c_2 \in \mathbf{R}$; sia $g \sim_a c_1 f$ e $h \sim_a c_2 f$; sia $c_1 + c_2 = 0$; allora si ha $g + h \dots$
RISPOSTA

[5]. (E) Tracciare il grafico di $(\frac{1}{2})^x$.
RISPOSTA

[6]. (O) **Confronto asintotico. Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. * Enunciare il teorema sulla somma di una funzione con una funzione trascurabile.
2. * Enunciare il teorema sulla somma di funzioni di ordine inferiore e sulla somma di funzioni trascurabili.
3. * Enunciare il teorema sulla somma di funzioni equivalenti a costanti per una funzione, nei due casi.
4. *** Enunciare il teorema sul principio di sostituzione nei limiti.
5. *** Enunciare e dimostrare il teorema su funzioni strettamente crescenti e segno della derivata.

RISPOSTA

[1]. (***) **Definizione di valore di un integrale improprio su una semiretta positiva convergente.** (Se nella definizione si utilizza la funzione integrale parziale $s(x)$, esplicitarne il valore in x). Sia $a \in \mathbf{R}$; sia $f : [a, +\infty[\rightarrow \mathbf{R}$; sia f continua; supponiamo che l'integrale improprio su una semiretta positiva $\int_a^{+\infty} f$ sia convergente; allora il valore dell'integrale improprio è ...

RISPOSTA

[2]. (**) **Teorema sull'integrale** $\int \operatorname{ch}(\alpha x + b) dx$. ($\forall \alpha \in \mathbf{R}^*$) ($\forall b \in \mathbf{R}$) si ha $\int \operatorname{ch}(\alpha x + b) dx = \dots$

RISPOSTA

[3]. (**) **Teorema: proprietà fondamentale delle funzioni circolari.** Sia $z \in \mathbf{C}$; scrivere la relazione che lega $\sin^2 z$ e $\cos^2 z$.

RISPOSTA

[4]. (*) **Definizione di norma in $\mathbf{R}^N$.** Sia $x = (x_1, x_2, \dots, x_N) \in \mathbf{R}^N$; definire $\|x\|$.

RISPOSTA

[5]. (E) Dire il comportamento della serie $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n! - 5^n}{7^n}$ motivando la risposta.

RISPOSTA

[6]. (O) **Confronto asintotico. Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. * Enunciare il teorema sulla somma di funzioni di ordine inferiore e sulla somma di funzioni trascurabili.
2. * Enunciare il teorema sulla somma di funzioni equivalenti a costanti per una funzione, nei due casi.
3. * Enunciare il teorema sul prodotto di funzioni equivalenti.
4. *** Enunciare il teorema sul principio di sostituzione nei limiti.
5. *** Enunciare e dimostrare il teorema su funzioni strettamente crescenti e segno della derivata.

RISPOSTA

[1]. (***) **Definizione di valore di un integrale improprio su una semiretta positiva convergente.** (Se nella definizione si utilizza la funzione integrale parziale $s(x)$, esplicitarne il valore in x). Sia $a \in \mathbf{R}$; sia $f : [a, +\infty[\rightarrow \mathbf{R}$; sia f continua; supponiamo che l'integrale improprio su una semiretta positiva $\int_a^{+\infty} f$ sia convergente; allora il valore dell'integrale improprio è ...

RISPOSTA

[2]. (**) **Definizione di** $\operatorname{Arccos} y$. Sia $y \in \mathbf{R}$; supponiamo (esplicitate l'ipotesi su y) ...

RISPOSTA

[3]. (**) **Teorema sulla condizione necessaria per la convergenza di una serie.** Sia $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ una serie di numeri reali; ...

RISPOSTA

[4]. (*) **Definizione di intervallo chiuso a sinistra e aperto a destra.** Siano $a, b \in \overline{\mathbf{R}}$; sia $a \leq b$; si pone $[a, b[= \dots$

RISPOSTA

[5]. (E) Calcolare il seguente limite $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+n^2-2^n}{3+n^5+5^n}$.

RISPOSTA

[6]. (O) **Serie di potenze. Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. ** Enunciare il teoremi sulle formule di addizione per le funzioni seno, coseno, seno iperbolico e coseno iperbolico.
2. * Ricavare una delle tre formule di Werner relative $\sin x \sin y$, $\sin x \cos y$, $\cos x \cos y$.
3. ** Enunciare e dimostrare il teorema sulle equivalenze fondamentali per $x \rightarrow 0$ relative a $\exp x - 1$, $\sin x$, $\operatorname{sh} x$, $1 - \cos x$, $\operatorname{ch} x - 1$.
4. ** Enunciare e dimostrare il teorema sugli sviluppi asintotici per $x \rightarrow 0$ dell'esponenziale, del seno iperbolico, del coseno iperbolico.
5. *** Enunciare e dimostrare il teorema su funzioni strettamente crescenti e segno della derivata.

RISPOSTA

[1]. (***) **Definizione di estremo superiore.** Sia $A \subset \mathbf{R}$; sia $\alpha \in \mathbf{R}$; si dice che α è estremo superiore di A se ...
 RISPOSTA

[2]. (**) **Teorema sull'integrale** $\int \cos x \, dx$. Si ha $\int \cos x \, dx = \dots$
 RISPOSTA

[3]. (**) **Definizione di** $\operatorname{Arcsin} y$. Sia $y \in \mathbf{R}$; supponiamo (esplicitate l'ipotesi su y) ...
 RISPOSTA

[4]. (*) **Definizione di funzione somma di una serie di potenze.** Sia $(a_n)_{n \in \mathbf{N}}$ una successione di numeri complessi; sia B il cerchio di convergenza della serie di potenze $\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$; la funzione somma della serie di potenze $\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$ è la funzione
 $f : \dots$
 RISPOSTA

[5]. (E) Calcolare il seguente limite $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+n^2-2^n}{3+n^5+5^n}$.
 RISPOSTA

[6]. (O) **Primitive ed integrali. Derivate.**

1. ** Enunciare e dimostrare il teorema sugli integrali indefiniti $\int \operatorname{ch} x \, dx$ e $\int \operatorname{ch}(\alpha x + b) \, dx$.
2. * Calcolare il seguente integrale indefinito $\int \cos^3 x \, dx$.
3. ** Enunciare e dimostrare il teorema sulla additività dell'integrale.
4. *** Enunciare e dimostrare il teorema sulla relazione fra funzioni strettamente monotone e segno della derivata.

RISPOSTA

[1]. (***) **Teorema su funzioni strettamente decrescenti e segno della derivata.** Sia I un intervallo non degenere di $\mathbf{R}$; sia $f : I \longrightarrow \mathbf{R}$; sia f continua su I ; sia f derivabile su $\overset{\circ}{I}$; allora si ha ...

RISPOSTA

[2]. (**) **Teorema sulla equivalenza asintotica fondamentale su $\operatorname{sh} x$.** Per $x \rightarrow 0$, a che cosa è equivalente $\operatorname{sh} x$?

RISPOSTA

[3]. (**) **Teorema sul comportamento della serie armonica generalizzata di esponente intero.** Sia $p \in \mathbf{N}^*$; allora la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} \dots$

RISPOSTA

[4]. (*) **Definizione di serie a termini definitivamente positivi.** Sia $(a_n)_{n \in \mathbf{N}}$ una successione di $\mathbf{R}$; si dice che la serie $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ è a definitivamente termini positivi se si ha ...

RISPOSTA

[5]. (E) Trovare il raggio di convergenza della seguente serie di potenze

$$\sum_{n=0}^{\infty} n z^n .$$

RISPOSTA

[6]. (O) **Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. * Enunciare il teorema di Rolle. Spiegare il significato geometrico del teorema di Rolle.
2. ** Enunciare e dimostrare il teorema di Lagrange (o del valor medio). Spiegare il significato geometrico del teorema di Lagrange.
3. ** Enunciare e dimostrare il teorema sulla derivata della somma di due funzioni. Enunciare il teorema sulla derivata di una costante per una funzione.

RISPOSTA

[1]. (***) **Definizione di estremo superiore.** Sia $A \subset \mathbf{R}$; sia $\alpha \in \mathbf{R}$; si dice che α è estremo superiore di A se ...
RISPOSTA

[2]. (**) **Teorema sul confronto asintotico fra infiniti di potenze ed esponenziali.** Sia $p \in \mathbf{N}^*$; sia $a \in \mathbf{R}$; sia $a > 1$; allora fra n^p e a^n sussiste la relazione ...
RISPOSTA

[3]. (**) **Teorema sul confronto asintotico fra funzioni potenza di esponente reale per $x \rightarrow +\infty$.** Siano $a, b \in \mathbf{R}$; sia $a < b$; esprimere le relazioni di trascurabilità fra x^a e x^b per $x \rightarrow +\infty$.
RISPOSTA

[4]. (*) **Teorema sulla proprietà fondamentale della potenza n -esima, che permette la definizione della radice n -esima aritmetica.** Sia $n \in \mathbf{N}^*$; sia $a \in \mathbf{R}_+$; allora ... RISPOSTA

[5]. (E) Trovare un argomento del seguente numero complesso esprimendolo senza l'uso di funzioni trascendenti

$$1 - \sqrt{3}i .$$

RISPOSTA

[6]. (O) **Topologia di $\mathbf{R}^N$. Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. * Dare la definizione di punto interno ad un sottoinsieme di $\mathbf{R}^N$ e di interno di un sottoinsieme di $\mathbf{R}^N$.
2. * Dare la definizione di punto aderenza (o di chiusura) per un sottoinsieme di $\mathbf{R}^N$ e di chiusura di un sottoinsieme di $\mathbf{R}^N$.
3. * Dare la definizione di punto di frontiera di un sottoinsieme di $\mathbf{R}^N$ e di frontiera di un sottoinsieme di $\mathbf{R}^N$.
4. * Dare la definizione di punto isolato di un sottoinsieme di $\mathbf{R}^N$,
5. *** Enunciare e dimostrare il teorema sul rapporto fra continuità e derivabilità.

RISPOSTA

[1]. (***) **Teorema sulla completezza di $\mathbf{R}$ rispetto all'ordine.** Sia $A \subset \mathbf{R}$; sia $A \neq \emptyset$; ...

RISPOSTA

[2]. (**) **Definizione di $\sin z$.** Sia $z \in \mathbf{C}$; definire $\sin z$.

RISPOSTA

[3]. (**) **Definizione di serie armonica generalizzata di esponente intero.** Sia $p \in \mathbf{N}^*$; si chiama serie armonica generalizzata di esponente p la serie ...

RISPOSTA

[4]. (*) **Teorema sulle componenti di una funzione continua.** Sia $A \subset \mathbf{R}^N$; sia $f : A \longrightarrow \mathbf{R}^M$; sia $f = (f_1, f_2, \dots, f_m)$; sia $a \in A$; allora se f è continua in a se e solo se ...

RISPOSTA

[5]. (E) Dire se $] -\infty, -1]$ è aperto e se è chiuso (rispetto allo spazio topologico $\mathbf{R}$).

RISPOSTA

[6]. (O) **Integrali impropri. Derivate.**

1. *** Dare la definizione di integrale improprio su un intervallo limitato aperto a sinistra convergente e di valore dell'integrale improprio. Dare la definizione di integrale improprio su un intervallo limitato aperto a sinistra divergente positivamente, divergente negativamente, oscillante.
2. ** Enunciare e dimostrare il teorema sull'integrale improprio di una potenza su un intervallo limitato aperto a sinistra.
3. *** Dare la definizione di integrale improprio su una semiretta positiva assolutamente convergente. Enunciare il teorema sul rapporto fra convergenza e assoluta convergenza di un integrale improprio su una semiretta positiva.
4. * Dare la definizione di integrale improprio su un intervallo aperto convergente e assolutamente convergente; dare la definizione di valore dell'integrale improprio su un intervallo aperto.
5. *** Enunciare e dimostrare il teorema sulla relazione fra funzioni monotone e segno della derivata.

RISPOSTA

[1]. (***) **Significato geometrico del rapporto incrementale.** Sia $A \subset \mathbf{R}$; sia a un punto non isolato di A ; sia $f : A \rightarrow \mathbf{R}$; sia $h \in -a + A$; allora il rapporto incrementale $r(h)$ di f in a applicato ad h rappresenta ...

RISPOSTA

[2]. (**) **Definizione di funzione continua in un punto.** Sia $A \subset \mathbf{R}^N$; sia $f : A \rightarrow \mathbf{R}^M$; sia $a \in A$; si dice che f è continua in a se ...

RISPOSTA

[3]. (**) **Definizione di valore di un integrale improprio su un intervallo limitato aperto a destra convergente.** Siano $a, b \in \mathbf{R}$; sia $a < b$; sia $f : [a, b[\rightarrow \mathbf{R}$; sia f continua; supponiamo che l'integrale improprio su un intervallo limitato aperto a destra $\int_a^b f$ sia convergente; allora il valore dell'integrale improprio è ...

RISPOSTA

[4]. (*) **Teorema sul prodotto di potenze di esponente naturale con la stessa base.** Sia $x \in \mathbf{R}$; siano $n, m \in \mathbf{N}$; allora si ha

$$x^n x^m = \dots$$

RISPOSTA

[5]. (E) Calcolare la derivata della funzione

$$f(x) = \cos(2x) \sin \log x .$$

RISPOSTA

[6]. (O) **Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. *** Dare la definizione di funzione derivabile in un punto e di derivata di una funzione in un punto.
2. *** Enunciare e dimostrare il teorema sulla relazione fra funzioni strettamente monotone e segno della derivata.
3. * Dare la definizione di funzione convessa, di funzione concava, di funzione strettamente convessa, di funzione strettamente concava. Enunciare il teorema sulla relazione fra stretta convessità e segno della derivata seconda.

RISPOSTA

Cognome

Nome

Matricola

Codice ESEMPIO 12

[1]. (***) **Teorema sulla relazione fra continuità e derivabilità.** Sia $A \subset \mathbf{R}$; sia a un punto non isolato di A ; sia $f : A \longrightarrow \mathbf{R}$; che relazione sussiste fra derivabilità in a e continuità in a ?

RISPOSTA

[2]. (**) **Teorema sulla derivata della funzione arcocoseno.** Si ha $\frac{d}{dx} \operatorname{Arccos} x = \dots$

RISPOSTA

[3]. (**) **Teorema sulla derivata della funzione arcseno.** Si ha $\frac{d}{dx} \operatorname{Arcsin} x = \dots$

RISPOSTA

[4]. (*) **Teorema sul carattere locale della continuità.** Sia $A \subset \mathbf{R}^N$; sia $f : A \longrightarrow \mathbf{R}^M$; sia $a \in A$; sia U un intorno di a ; allora f è continua in a se e solo $\dots$

RISPOSTA

[5]. (E) Dire il comportamento della serie $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+2^n}{n^3+3^n}$ motivando la risposta.

RISPOSTA

[6]. (O) **Funzioni elementari reali. Derivate.**

1. * Esprimere il seno iperbolico reale attraverso l'esponenziale. Avendo presente tale espressione, tracciare il grafico della funzione seno iperbolico reale.
2. * Dare la definizione di argomento seno iperbolico di y . Definire la funzione argomento seno iperbolico e tracciarne il grafico.
3. * Enunciare e dimostrare il teorema sulla derivata della funzione argomento seno iperbolico.
4. *** Dare la definizione di rapporto incrementale di una funzione in un punto. Spiegare e giustificare il significato geometrico di rapporto incrementale di una funzione in un punto.
5. *** Enunciare e dimostrare il teorema sulla relazione fra continuità e derivabilità.

RISPOSTA

[1]. (***) **Teorema su funzioni decrescenti e segno della derivata.** Sia I un intervallo non degenere di $\mathbf{R}$; sia $f : I \longrightarrow \mathbf{R}$; sia f continua su I ; sia f derivabile su $\overset{\circ}{I}$; allora si ha ...

RISPOSTA

[2]. (**) **Definizione di funzione strettamente crescente.** Sia $A \subset \mathbf{R}$; sia $f : A \longrightarrow \mathbf{R}$; si dice che f è strettamente crescente se ...

RISPOSTA

[3]. (**) **Definizione di serie geometrica.** Sia $q \in \mathbf{R}$; allora serie geometrica di ragione q (e primo termine 1) è la serie ...

RISPOSTA

[4]. (*) **Definizione di radice n -esima di indice dispari.** Sia $x \in \mathbf{R}$; sia $y \in \mathbf{R}$; sia $n \in \mathbf{N}^*$; sia n dispari; si dice che y è radice n -esima di indice dispari di x se ...

RISPOSTA

[5]. (E) Studiare la convergenza del seguente integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{x}{\sqrt{x^3+1}} dx .$$

RISPOSTA

[6]. (O) **Primitive ed integrali. Derivate.**

1. ** Enunciare e dimostrare il teorema sugli integrali indefiniti $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx$ e $\int \frac{1}{(\sin x)^2} dx$.
2. * Calcolare il seguente integrale indefinito $\int \operatorname{ctg}^2 x dx$.
3. ** Enunciare il teorema sulla primitiva di $(f \circ \varphi) \cdot \varphi'$.
4. * Calcolare il seguente integrale indefinito $\int \operatorname{ch}^3 x dx$.
5. *** Enunciare e dimostrare il teorema sulla relazione fra estremante relativo e derivata prima.

RISPOSTA

[1]. (***) **Definizione di funzione derivabile in un punto.** Sia $A \subset \mathbf{R}$; sia a un punto non isolato di A ; sia $f : A \longrightarrow \mathbf{R}$; si dice che f è derivabile in a se ...

RISPOSTA

[2]. (**) **Definizione di parte reale di un numero complesso.** Siano $a, b \in \mathbf{R}$; definire la parte reale del numero complesso $a + ib$.

RISPOSTA

[3]. (**) **Definizione di serie divergente negativamente.** Sia $(a_n)_{n \in \mathbf{N}}$ una successione di numeri reali; si dice che la serie $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ è divergente negativamente se ...

RISPOSTA

[4]. (*) **Teorema sull'integrale improprio** $\int_1^{+\infty} x^\alpha a^x dx$ Sia $a \in \mathbf{R}$, sia $a > 0$ e $a \neq 1$; sia $\alpha \in \mathbf{R}$; allora l'integrale improprio $\int_1^{+\infty} x^\alpha a^x$ è convergente se e solo se ...

RISPOSTA

[5]. (E) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 x \sqrt{x^2 + 1} dx .$$

RISPOSTA

[6]. (O) **Confronto asintotico. Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. * Enunciare il teorema sulla somma di una funzione con una funzione trascurabile.
2. * Enunciare il teorema sulla somma di funzioni di ordine inferiore e sulla somma di funzioni trascurabili.
3. * Enunciare il teorema sulla somma di funzioni equivalenti a costanti per una funzione, nei due casi.
4. *** Enunciare il teorema sul principio di sostituzione nei limiti.
5. *** Enunciare e dimostrare il teorema su funzioni strettamente crescenti e segno della derivata.

RISPOSTA

[1]. (***) **Teorema sugli zeri di una funzione continua.** Sia $I \subset \mathbf{R}$; sia $f : I \longrightarrow \mathbf{R}$, sia $I \dots$

RISPOSTA

[2]. (**) **Teorema sulla derivata della funzione esponenziale di base a .** Sia $a \in \mathbf{R}_+^*$; si ha $\frac{d}{dx}a^x = \dots$

RISPOSTA

[3]. (**) **Teorema sulla proprietà fondamentale di i .** Qual'è la proprietà fondamentale del numero complesso i ?

RISPOSTA

[4]. (*) **Definizione di funzione di classe C^∞ .** Sia $A \subset \mathbf{R}$; sia A un intervallo non degenero o A aperto; sia $f : A \longrightarrow \mathbf{R}^N$; si dice che f è di classe C^∞ se $\dots$

RISPOSTA

[5]. (E) Calcolare la derivata della funzione

$$f(x) = (\sin x)^{\cos x}.$$

RISPOSTA

[6]. (O) **Serie. Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. *** Dare la definizione di somma parziale, di serie convergente e di somma di una serie.
2. * Enunciare il teorema sul criterio del rapporto per le serie
3. * Enunciare e dimostrare il teorema sul comportamento della serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^p a^n}{n!}$.
4. ** Enunciare e dimostrare il teorema sul confronto asintotico $n^p a^n$ e $n!$. Confronto asintotico fra esponenziali a^n e fattoriale $n!$.
5. ** Calcolare a partire dalla definizione la derivata della funzione $f(x) = \frac{1}{x}$.

RISPOSTA