

# Analisi Matematica 1 - 7/2/13 - Compito 3 - Versione 1

Cognome Nome, matricola, e-mail istituzionale : ...

1. (p. 8) Studiare la seguente funzione

$$f(x) = \frac{5^{-|x+1|}}{x^2 - 9},$$

rispondendo alle seguenti domande:

- (a) (p. .2\*) determinare il dominio di  $f$ ;
- (b) (p. 1.8\*) calcolare i limiti di  $f$  nei punti frontiera del dominio;
- (c) (p. 5\*) studiare la monotonia di  $f$  determinando gli insiemi  $\mathcal{M}(\nearrow)$ ,  $\mathcal{M}(\searrow)$ ,  $\mathcal{M}(\rightarrow)$ ;
- (d) (p. 1\*) studiare la derivabilità di  $f$  in  $-1$ .

**Suggerimento.** Si può tenere conto delle seguenti approssimazioni  $\frac{-1-\sqrt{1+9\log^2 5}}{\log 5} \approx -3.69$ ,  $\frac{-1+\sqrt{1+9\log^2 5}}{\log 5} \approx 2.44$ ,  $\frac{1-\sqrt{1+9\log^2 5}}{\log 5} \approx -2.44$ ,  $\frac{1+\sqrt{1+9\log^2 5}}{\log 5} \approx 3.69$ ,  $f\left(\frac{-1+\sqrt{1+9\log^2 5}}{\log 5}\right) \approx -0.0013$ ,  $f\left(\frac{1-\sqrt{1+9\log^2 5}}{\log 5}\right) \approx -0.032$   $f(0) \approx -0.022$ ,  $f(-1) \approx -0.13$ .

**Disegnare** approssimativamente il grafico di  $f$ . Si possono usare unità di misura diverse per i due assi.

**NB** (\* I punti relativi alle singole domande sono assegnati solo se si disegna il grafico.)

**Svolgimento e risposta.**

2. (p. 1) Studiare la convergenza della seguente serie:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^5 + 1}{n!} .$$

**Svolgimento e risposta.**

3. (p. 1) Studiare la convergenza della seguente serie:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n}{\log n} .$$

**Svolgimento e risposta.**

4. (p. 1) Risolvere la seguente equazione complessa:

$$z^5 = -1 - 2i .$$

**Svolgimento e risposta.**

5. (p. 1) Risolvere la seguente equazione complessa:

$$e^z = 14 .$$

**Svolgimento e risposta.**

6. (p. 1) Sia  $f$  la funzione reale di variabile reale definita naturalmente dalla relazione

$$f(x) = \operatorname{Arcsin}(x^2 \cos x^3) ;$$

calcolare la derivata di  $f$  in un punto  $x$  del dominio, dove  $f$  è derivabile.

**Svolgimento e risposta.**

7. (p. 3) Dire se il seguente integrale improprio è convergente e, in caso affermativo, determinarne il valore:

$$\int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{|x|}} dx .$$

**Svolgimento e risposta.**

8. (p. 1) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x - \sin x)^2}{x^3 \log(1 + 2x^3)} .$$

**Svolgimento e risposta.**

9. (p. 5) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin(e^x - 1) - \log(1 + x^2) - 2x}{1 - \cos x^2} .$$

**Svolgimento e risposta.**

10. (p. 4) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 (x+2)^3 \cos(2x+1) dx .$$

**NB** Si chiede di non usare formule che diano direttamente le primitive di  $(ax+b)^n \cos(\alpha x + \beta)$  o formule simili.

**Svolgimento e risposta.**

11. (p. 3) Calcolare il seguente integrale

$$\int_{-1}^0 \frac{1}{x^3 - x^2 + x - 1} dx .$$

**NB** Si chiede di non usare formule che diano direttamente le primitive di  $\frac{ax+b}{x^2+bx+c}$  o formule simili.

**Svolgimento e risposta.**

12. (p. 4) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sin x + \cos x} dx .$$

**NB** Si chiede di non usare formule che diano direttamente le primitive di  $\frac{ax+b}{x^2+bx+c}$  o formule simili.

**Svolgimento e risposta.**

# Analisi Matematica 1 - 7/2/13 - Compito 3 - Versione 2

Cognome Nome, matricola, e-mail istituzionale : ...

1. (p. 8) Studiare la seguente funzione

$$f(x) = \frac{3^{-|x|+2}}{x^2 - 4},$$

rispondendo alle seguenti domande:

- (a) (p. .2\*) determinare il dominio di  $f$ ;
- (b) (p. 1.8\*) calcolare i limiti di  $f$  nei punti frontiera del dominio;
- (c) (p. 5\*) studiare la monotonia di  $f$  determinando gli insiemi  $\mathcal{M}(\nearrow)$ ,  $\mathcal{M}(\searrow)$ ,  $\mathcal{M}(\rightarrow)$ ;
- (d) (p. 1\*) studiare la derivabilità di  $f$  in 0.

**Suggerimento.** Si può tenere conto delle seguenti approssimazioni  $\frac{-1-\sqrt{1+4\log^2 3}}{\log 3} \approx -3.11$ ,  $\frac{-1+\sqrt{1+4\log^2 3}}{\log 3} \approx 1.29$ ,  $\frac{1-\sqrt{1+4\log^2 3}}{\log 3} \approx -1.29$ ,  $\frac{1+\sqrt{1+4\log^2 3}}{\log 3} \approx 3.11$ ,  $f\left(\frac{-1+\sqrt{1+4\log^2 3}}{\log 3}\right) \approx -0.93$ ,  $f\left(\frac{1-\sqrt{1+4\log^2 3}}{\log 3}\right) \approx -0.93$   $f(0) = -2.25$ .

**Disegnare** approssimativamente il grafico di  $f$ .

**NB** (\* I punti relativi alle singole domande sono assegnati solo se si disegna il grafico.)

**Svolgimento e risposta.**

2. (p. 1) Studiare la convergenza della seguente serie:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^4 + n + 1}{n^3} .$$

**Svolgimento e risposta.**

3. (p. 1) Studiare la convergenza della seguente serie:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n - \operatorname{Arctg} n}{n} .$$

**Svolgimento e risposta.**

4. (p. 1) Risolvere la seguente equazione complessa:

$$z^2 = 7 - i .$$

**Svolgimento e risposta.**

5. (p. 1) Risolvere la seguente equazione complessa:

$$e^z = 12i .$$

**Svolgimento e risposta.**

6. (p. 1) Sia  $f$  la funzione reale di variabile reale definita naturalmente dalla relazione

$$f(x) = \operatorname{Arcsin}(\sqrt{\operatorname{tg} x} \cos x) ;$$

calcolare la derivata di  $f$  in un punto  $x$  del dominio, dove  $f$  è derivabile.

**Svolgimento e risposta.**

7. (p. 3) Dire se il seguente integrale improprio è convergente e, in caso affermativo, determinarne il valore:

$$\int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt[3]{|x|}} dx .$$

**Svolgimento e risposta.**

8. (p. 1) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x)^3}{(\operatorname{sh} x - x)^2} .$$

**Svolgimento e risposta.**

9. (p. 5) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin(1 - e^{-x}) + \log(1 + x^2) - 2x}{(\operatorname{ch} x - 1)^2} .$$

**Svolgimento e risposta.**

10. (p. 4) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 (x+3)^3 \sin(3x+1) dx .$$

**NB** Si chiede di non usare formule che diano direttamente le primitive di  $(ax+b)^n \sin(\alpha x + \beta)$  o formule simili.

**Svolgimento e risposta.**

11. (p. 3) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 \frac{1}{x^3 + x^2 + x + 1} dx .$$

**NB** Si chiede di non usare formule che diano direttamente le primitive di  $\frac{ax+b}{x^2+bx+c}$  o formule simili.

**Svolgimento e risposta.**

12. (p. 4) Calcolare il seguente integrale

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \frac{1}{\cos x - \sin x} dx .$$

**NB** Si chiede di non usare formule che diano direttamente le primitive di  $\frac{ax+b}{x^2+bx+c}$  o formule simili.

**Svolgimento e risposta.**