

# Analisi Matematica 1 - 25/6/13 - Compito 5

Cognome Nome, matricola, e-mail istituzionale : ...

1. (p. 7) Studiare la seguente funzione

$$f(x) = \frac{x + e^x}{x},$$

rispondendo alle seguenti domande:

- (a) (p. .1\*) determinare il dominio di  $f$ ;
- (b) (p. .9\*) calcolare i limiti di  $f$  nei punti frontiera del dominio;
- (c) (p. 3\*) studiare la monotonia di  $f$  determinando gli insiemi  $\mathcal{M}(\nearrow)$ ,  $\mathcal{M}(\searrow)$ ,  $\mathcal{M}(\rightarrow)$ ;
- (d) (p. 3\*) studiare la convessità di  $f$  determinando gli insiemi  $\mathcal{C}(\uparrow)$ ,  $\mathcal{C}(\downarrow)$ ,  $\mathcal{C}(\Downarrow)$ .

**Suggerimento.** Si può tenere conto della seguente approssimazione  $1 + e \approx 3.72$ .

**Disegnare** approssimativamente il grafico di  $f$ .

**NB** (\* I punti relativi alle singole domande sono assegnati solo se si disegna il grafico.)

**Svolgimento e risposta.**

2. (p. 1) Studiare la convergenza della seguente serie:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n - \cos n}{n + 1} .$$

**Svolgimento e risposta.**

3. (p. 1) Studiare la convergenza della seguente serie:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n + 1}} .$$

**Svolgimento e risposta.**

4. (p. 1) Studiare la convergenza del seguente integrale improprio:

$$\int_0^1 \frac{\operatorname{Arcsin} x + 1}{x} dx .$$

**Svolgimento e risposta.**

5. (p. 3) Risolvere la seguente equazione complessa esprimendo le soluzioni per radicali, cioè senza l'uso di funzioni trascendenti:

$$z^4 = -256i .$$

**Suggerimento.** Per esprimere le soluzioni per radicali si utilizzino le formule di bisezione e si tenga conto della posizione delle radici sulla circonferenza.

**Svolgimento e risposta.**

6. (p. 2) Sia  $f$  la funzione reale di variabile reale definita naturalmente dalla relazione

$$f(x) = \sin \log \cos x ;$$

- (a) determinare il dominio naturale di  $f$ ;
- (b) calcolare la derivata di  $f$  in un punto  $x$  del dominio.

**Svolgimento e risposta.**

7. (p. 3) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1 + x \sin \frac{x}{2}}{\log(1 + x^4)} .$$

**Svolgimento e risposta.**

8. (p. 4) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[4]{x^2 + 1} \left( \sqrt{1 + x} \cdot e^{\frac{1}{x}} - \sqrt{x + 2} \right) .$$

**Svolgimento e risposta.**

9. (p. 3) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1} \right)^x .$$

**Svolgimento e risposta.**

10. (p. 4) Calcolare il seguente integrale

$$\int_1^{16} \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt[4]{x}} dx .$$

**NB** Si chiede di non usare formule che diano direttamente le primitive della funzione da integrare e di funzioni razionali non elementari.

**Svolgimento e risposta.**

11. (p. 4) Calcolare il seguente integrale

$$\int_1^2 \log \left( \frac{1}{x^2} + 1 \right) dx .$$

**NB** Si chiede di non usare formule che diano direttamente le primitive dell'integrale e di funzioni razionali non elementari.

**Svolgimento e risposta.**