

# Analisi Matematica 1 - 10/7/13 - Compito 6

Cognome Nome, matricola, e-mail istituzionale : ...

1. (p. 8) Studiare la seguente funzione

$$f(x) = xe^{|x+2|},$$

rispondendo alle seguenti domande:

- (a) (p. .1\*) determinare il dominio di  $f$ ;
- (b) (p. .9\*) calcolare i limiti di  $f$  nei punti frontiera del dominio;
- (c) (p. 3\*) studiare la monotonia di  $f$  determinando gli insiemi  $\mathcal{M}(\nearrow)$ ,  $\mathcal{M}(\searrow)$ ,  $\mathcal{M}(\rightarrow)$ ;
- (d) (p. 1\*) studiare la derivabilità di  $f$  in  $-2$ ;
- (e) (p. 3\*) studiare la convessità di  $f$  determinando gli insiemi  $\mathcal{C}(\uparrow)$ ,  $\mathcal{C}(\downarrow)$ ,  $\mathcal{C}(\updownarrow)$ .

**Suggerimento.** Si può tenere conto della seguente approssimazione  $e \approx 2.72$ .

**Disegnare** approssimativamente il grafico di  $f$ . Si possono usare unità di misura diverse per i due assi.

**NB** (\* I punti relativi alle singole domande sono assegnati solo se si disegna il grafico.)

**Svolgimento e risposta.**

2. (p. 1) Studiare la convergenza della seguente serie:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^2 + 1}}{n^3} .$$

**Svolgimento e risposta.**

3. (p. 1) Dire se la seguente serie è convergente e, in caso affermativo, determinarne la somma:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n \cdot 5^{n+1}}{2^{4n+1}} .$$

**Svolgimento e risposta.**

4. (p. 1) Studiare la convergenza del seguente integrale improprio:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (x + 1) dx .$$

**Svolgimento e risposta.**

5. (p. 1) Risolvere la seguente equazione complessa:

$$z^3 = -7 + i .$$

**Svolgimento e risposta.**

6. (p. 1) Risolvere la seguente equazione complessa:

$$e^z = 5 + 5i .$$

**Svolgimento e risposta.**

7. (p. 2) Sia  $f$  la funzione reale di variabile reale definita naturalmente dalla relazione

$$f(x) = 2^{x \log \sin x} ;$$

(a) determinare il dominio naturale di  $f$ ;

(b) calcolare la derivata di  $f$  in un punto  $x$  del dominio.

**Svolgimento e risposta.**

8. (p. 2) Risolvere la seguente disequazione:

$$\frac{x}{x-2} > |x-2| .$$

**Svolgimento e risposta.**

9. (p. 2) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^x - 1 - x)^2}{\operatorname{tg}^4(6x)} .$$

**Svolgimento e risposta.**

10. (p. 5) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^3 + 3} \left( \sqrt{1+x} \cdot e^{\frac{1}{x}} - \sqrt{x+3} \right) .$$

**Svolgimento e risposta.**

11. (p. 1) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 e^x \sqrt{1 + e^x} dx .$$

**Svolgimento e risposta.**

12. (p. 4) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 \log \frac{1+x}{3+x} dx .$$

**NB** Si chiede di non usare formule che diano direttamente le primitive della funzione da integrare e di funzioni razionali non elementari.

**Svolgimento e risposta.**

13. (p. 4) Calcolare il seguente integrale

$$\int_{\frac{1}{e}}^{e^2} \frac{|\log x|}{x(\log x + 2)} dx .$$

**Suggerimento.** Per togliere il valore assoluto si spezzi l'integrale in due integrali.

**NB** Si chiede di non usare formule che diano direttamente le primitive dell'integrale e di funzioni razionali non elementari.

**Svolgimento e risposta.**