

Analisi Matematica 1 - 9/9/13 - Compito 7

Cognome Nome, matricola, e-mail istituzionale : ...

1. (p. 12) Studiare la seguente funzione

$$f(x) = \frac{e^{-|x^2-1|}}{x},$$

rispondendo alle seguenti domande:

- (a) (p. .1*) determinare il dominio di f ;
- (b) (p. 1.9*) calcolare i limiti di f nei punti frontiera del dominio;
- (c) (p. 5*) studiare la monotonia di f determinando gli insiemi $\mathcal{M}(\nearrow)$, $\mathcal{M}(\searrow)$, $\mathcal{M}(\rightarrow)$;
- (d) (p. 1*) studiare la derivabilità $\overline{\mathbf{R}}$ di f in 1 e in -1 ;
- (e) (p. 4*) studiare la convessità di f determinando gli insiemi $\mathcal{C}(\uparrow)$, $\mathcal{C}(\downarrow)$, $\mathcal{C}(\Downarrow)$.

Suggerimento. Si può tenere conto delle seguenti approssimazioni $\frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0.71$, $\sqrt{\frac{2}{e}} \approx 0.86$.

Disegnare approssimativamente il grafico di f .

NB (* I punti relativi alle singole domande sono assegnati solo se si disegna il grafico.)

Svolgimento e risposta.

2. (p. 1) Studiare la convergenza della seguente serie:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sqrt{n+3} - n}{\sqrt{n^5 + 2}} .$$

Svolgimento e risposta.

3. (p. 1) Studiare la convergenza della seguente serie:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1}{n!} .$$

Svolgimento e risposta.

4. (p. 1) Studiare la convergenza del seguente integrale improprio:

$$\int_1^5 \frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{5-x}} dx .$$

Svolgimento e risposta.

5. (p. 3) Risolvere la seguente equazione complessa esprimendo le soluzioni per radicali, cioè senza l'uso di funzioni trascendenti:

$$z^8 = -3 .$$

Suggerimento. Si applichino le formule di bisezione e si tenga conto della posizione delle radici sulla circonferenza.

Svolgimento e risposta.

6. (p. 2) Sia f la funzione reale di variabile reale definita naturalmente dalla relazione

$$f(x) = \log \log \log x ;$$

(a) determinare il dominio naturale di f ;

(b) calcolare la derivata di f in un punto x del dominio.

Svolgimento e risposta.

7. (p. 1) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^{100} - x} .$$

Svolgimento e risposta.

8. (p. 4) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x \sin(2x) + 2 \operatorname{sh}^2 x - 2 + 2 \cos(2x)}{\operatorname{Arcsin}(2x)(x - \operatorname{Arctg} x)} .$$

Svolgimento e risposta.

9. (p. 1) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 \frac{e^x}{\sqrt{1+e^x}} dx .$$

Svolgimento e risposta.

10. (p. 4) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 \log(2x + \sqrt{4x^2 + 1}) dx .$$

NB Si chiede di non usare formule che diano direttamente le primitive della funzione da integrare e di funzioni razionali non elementari.

Svolgimento e risposta.

11. (p. 3) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 \frac{1}{e^x + e^{-x}} dx .$$

NB Si chiede di non usare formule che diano direttamente le primitive dell'integrale e di funzioni razionali non elementari.

Svolgimento e risposta.