Cognome Nome Matricola Codice ESEMPIO 1

[1]. (***) **Definizione di estremo superiore.** Sia $A \subset \mathbf{R}$; sia $\alpha \in \mathbf{R}$; si dice che α è estremo superiore di A se ...
RISPOSTA

[2]. (**) **Definizione di minorante**. Sia $A \subset \mathbf{R}$; sia $m \in \mathbf{R}$; si dice che m è minorante di A se ...
RISPOSTA

[3]. (**) **Teorema sul confronto asintotico fra infinitesimi di potenze ed esponenziali per $x \to +\infty$.** Sia $\alpha \in \mathbf{R}_+^*$; sia $a \in \mathbf{R}$, $0 < a < 1$; che relazioni di trascurabilità sussistono fra le funzioni $\frac{1}{x^\alpha}$ e a^x per $x \to +\infty$.
RISPOSTA

[4]. (*) **Teorema su $\lim_{x\to-\infty} \operatorname{sh} x$.** Si ha $\lim_{x\to-\infty} \operatorname{sh} x = \ldots$
RISPOSTA

[5]. (E) Sia $f : \mathbf{R}^2 \longrightarrow \mathbf{R}^3$ $(x_1, x_2) \longrightarrow (x_1 + x_2, x_1x_2, x_1^2)$; determinare la prima componente di f, f_1.
RISPOSTA

[6]. (O) **Funzioni elementari reali. Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. * Dare la definizione di tangente iperbolica. Esprimere la tangente iperbolica attraverso l'esponenziale. Avendo presente tale espressione, tracciare il grafico della funzione tangente iperbolica.
2. * Dare la definizione di argomento tangente iperbolica di y. Definire la funzione argomento tangente iperbolica e tracciarne il grafico.
3. * Enunciare e dimostrare il teorema sulla derivata della funzione argomento tangente iperbolica.
4. *** Dare la definizione di rapporto incrementale di una funzione in un punto. Spiegare e giustificare il significato geometrico di rapporto incrementale di una funzione in un punto.
5. *** Enunciare e dimostrare il teorema sulla relazione fra continuità e derivabilità.

RISPOSTA

Cognome Nome Matricola Codice ESEMPIO 2

[1]. (***) **Teorema del valor intermedio.** Sia $I \subset \mathbf{R}$; sia $f : I \longrightarrow \mathbf{R}$, sia $I \ldots$
RISPOSTA

[2]. (**) **Teorema sulla positività dell'integrale.** Siano $a, b \in \mathbf{R}$; sia $a < b$; sia $f : [a, b] \longrightarrow \mathbf{R}$; sia f continua; sia $f \geq 0$; allora risulta (scrivere che cosa si può dire sul segno dell'integrale) ...
RISPOSTA

[3]. (**) **Definizione di serie armonica generalizzata di esponente intero.** Sia $p \in \mathbf{N}^*$; si chiama serie armonica generalizzata di esonenente p la serie ...
RISPOSTA

[4]. (*) **Teorema sul limite della funzione reciproco per $x \to \pm\infty$.** Che cosa si può dire del limite di $f(x) = \frac{1}{x}$ per $x \to \pm\infty$?
RISPOSTA

[5]. (E) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 x \sin x \, dx \; .$$

RISPOSTA

[6]. (O) **Confronto asintotico. Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. * Dare la definizione di funzione dello stesso ordine asintotico di un'altra.
2. * Enunciare il teorema che attraverso un limite dà una condizione sufficiente per $f(x) \simeq_{x \to a} g(x)$.
3. *** Enunciare il teorema sul principio di sostituzione nei limiti.
4. *** Enunciare e dimostrare il teorema sul rapporto fra continuità e derivabilità.

RISPOSTA

Cognome Nome Matricola Codice ESEMPIO 3

[1]. (***) **Definizione di somma di una serie.** Sia $(a_n)_{n\in N}$ una successione di numeri reali; supponiamo che la serie $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ sia convergente; allora la somma $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ della serie per definizione è ...
RISPOSTA

[2]. (**) **Definizione di estremo superiore di una funzione.** Sia A un insieme; sia $f : A \longrightarrow \mathbf{R}$; sia $\alpha \in \mathbf{R}$; si dice che α è estremo superiore di f se ...
RISPOSTA

[3]. (**) **Definizione del numero complesso i.** Definire in $\mathbf{C}$ il numero i.
RISPOSTA

[4]. (*) **Definizione di funzione derivabile due volte in un punto.** Sia $A \subset \mathbf{R}$; sia A privo di punti isolati; sia $a \in A$; sia $f : A \longrightarrow \mathbf{R}$; si dice che f è derivabile due volte in a se f derivabile e se ...
RISPOSTA

[5]. (E) Trovare l'insieme dei punti isolati di $]-\infty, -1]$ (rispetto allo spazio topologico $\mathbf{R}$.
RISPOSTA

[6]. (O) **Confronto asintotico. Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. ** Dare la definizione di funzione trascurabile rispetto ad un'altra.
2. ** Dare la definizione di funzioni asintoticamente equivalenti.
3. * Enunciare il teorema su equivalenza asintotica e composizione a destra.
4. *** Enunciare e dimostrare il teorema su funzioni crescenti e segno della derivata.

RISPOSTA

Cognome Nome Matricola Codice ESEMPIO 4

[1]. (***) **Teorema sugli zeri di una funzione continua.** Sia $I \subset \mathbf{R}$; sia $f : I \longrightarrow \mathbf{R}$, sia I ...
RISPOSTA

[2]. (**) **Teorema sul confronto asintotico fra infiniti di potenze e logaritmi per $x \to 0$.** Sia $\alpha \in \mathbf{R}_+^*$, $a \neq 1$; che relazioni di trascurabilità sussistono fra le funzioni $\frac{1}{|x|^\alpha}$ e $\log_a x$ per $x \to 0$.
RISPOSTA

[3]. (**) **Teorema sullo sviluppo in serie di $(1+x)^a$.** Sia $a \in \mathbf{R}$; sia $x \in]-1, 1[$; allora si ha ...
RISPOSTA

[4]. (*) **Teorema fondamentale per le serie a termini positivi.** Sia $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ una serie a termini positivi; sia $(s_n)_{n \in N}$ la successione delle somme parziali; allora ...
RISPOSTA

[5]. (E) Dire il comportamento della serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ motivando la risposta.
RISPOSTA

[6]. (O) **Integrali impropri. Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. *** Dare la definizione di integrale improprio su un intervallo limitato aperto a sinistra convergente e di valore dell'integrale improprio. Dare la definizione di integrale improprio su un intervallo limitato aperto a sinistra divergente positivamente, divergente negativamente, oscillante.
2. ** Enunciare e dimostrare il teorema sull'integrale improprio di una potenza su un intervallo limitato aperto a sinistra.
3. * Enunciare il teorema sulla convergenza di integrali impropri su semirette di prodotti di potenze ed esponenziali.
4. *** Dare la definizione di integrale improprio su una semiretta positiva assolutamente convergente. Enunciare il teorema sul rapporto fra convergenza e assoluta convergenza di un integrale improprio su una semiretta positiva.
5. *** Enunciare e dimostrare il teorema sulla relazione fra funzioni monotone e segno della derivata.

RISPOSTA

Cognome Nome Matricola Codice ESEMPIO 5

[1]. (***) **Significato geometrico dell'integrale di una funzione di segno qualunque.** Siano $a, b \in \mathbf{R}$; sia $a < b$; sia $f : [a, b] \longrightarrow \mathbf{R}$; sia f continua; allora $\int_a^b f$ rappresenta ...

RISPOSTA

[2]. (**) **Teorema: formule di duplicazione per il seno.** Sia $x \in \mathbf{R}$; allora si ha $\sin(2x) = \ldots$

RISPOSTA

[3]. (**) **Teorema sulla espressione del coefficiente binomiale.** Siano $n, k \in \mathbf{N}$; sia $n \geq k$; esprimere $\binom{n}{k}$ nella forma $\frac{\cdots}{k!}$ (sostituendo i puntini a numeratore).

RISPOSTA

[4]. (*) **Definizione di punto di frontiera.** Sia $A \subset \mathbf{R}^N$; sia $a \in \mathbf{R}^N$: si dice a è un punto di frontiera di A se ...

RISPOSTA

[5]. (E) Risolvere la seguente equazione reale e determinare la molteplicità delle radici

$$x^2 = 10 \; .$$

RISPOSTA

[6]. (O) **Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. *** Dare la definizione di funzione derivabile in un punto e di derivata di una funzione in un punto.
2. ** Enunciare e dimostrare il teorema sulla derivata del prodotto di due funzioni.
3. ** Dare la definizione di polinomio di Taylor di una funzione. Enunciare il teorema sulle proprietà del polinomio di Taylor. Esprimere $f(a+h)$ mediante il polinomio di Taylor ed il simbolo di Landau "o" piccolo (formula di Taylor con resto di Peano).
4. * Enunciare e dimostrare il teorema sulla relazione fra estremanti relativi e derivate d'ordine superiore.

RISPOSTA

Cognome Nome Matricola Codice ESEMPIO 6

[1]. (***) **Definizione di derivata**. Sia $A \subset \mathbf{R}$; sia a un punto non isolato di A; sia $f : A \longrightarrow \mathbf{R}$; sia f derivabile in a; allora la derivata di f in a è ...

RISPOSTA

[2]. (**) **Teorema sull'integrale $\int \operatorname{ch} x\, dx$.** Si ha $\int \operatorname{ch} x\, dx = \dots$

RISPOSTA

[3]. (**) **Teorema sulla additività dell'integrale.** Sia I un intervallo non degenere di $\mathbf{R}$; sia $f : I \longrightarrow \mathbf{R}$; sia f continua; siano $x, y, z \in I$; allora si ha $\int_x^z f = \dots$

RISPOSTA

[4]. (*) **Teorema sulla proprietà di simmetria dei coefficienti binomiali.** Siano $n, k \in \mathbf{N}$; sia $n \leq k$; allora si ha ...

RISPOSTA

[5]. (E) Risolvere la seguente disequazione

$$|x-3| > 2 \; .$$

RISPOSTA

[6]. (O) **Funzioni elementari reali. Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. ** Definire il logaritmo di base a di un numero y.
2. ** Tracciare il grafico delle funzioni logaritmiche di base a al variare della base.
3. ** Enunciare e dimostrare il teorema sulla derivata della funzione logaritmo di base a.
4. ** Enunciare il teorema sul confronto asintotico fra infiniti di potenze ed infiniti di logaritmi per $x \to +\infty$ e per $x \to 0$.
5. *** Enunciare e dimostrare il teorema sulla relazione fra funzioni monotone e segno della derivata.

RISPOSTA

Cognome Nome Matricola Codice ESEMPIO 7

[1]. (***) **Teorema sulla relazione fra continuità e derivabilità**. Sia $A \subset \mathbf{R}$; sia a un punto non isolato di A; sia $f : A \longrightarrow \mathbf{R}$; che relazione sussiste fra derivabilità in a e continuità in a?

RISPOSTA

[2]. (**) **Teorema su integrale e relazione d'ordine.** Siano $a, b \in \mathbf{R}$; sia $a < b$; siano $f, g : [a, b] \longrightarrow \mathbf{R}$; siano f, g continue; sia $f \leq g$; allora risulta (scrivere che cosa si può dire dell'ordine fra gli integrali) ...

RISPOSTA

[3]. (**) **Teorema sull'integrale $\int(1 + \operatorname{ctg}^2 x)\, dx$.** Si ha $\int(1 + (\operatorname{ctg} x)^2)\, dx = \ldots$

RISPOSTA

[4]. (*) **Definizione di differenziale di una funzione in un punto.** Sia $A \subset \mathbf{R}$; sia a un punto non isolato di A; sia $f : A \longrightarrow \mathbf{R}$; sia $a \in A$; sia f derivabile in a; allora il differenziale di f in a è la funzione
$df(a) :\longrightarrow \mathbf{R}, x \longrightarrow \ldots$

RISPOSTA

[5]. (E) Studiare la convergenza del seguente integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{x}{\sqrt{x^3 + 1}}\, dx\ .$$

RISPOSTA

[6]. (O) **Funzioni elementari reali. Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. ** Definire la funzione esponenziale di base a. Tracciare i grafici delle funzioni esponenziali di base a al variare della base.
2. ** Enunciare e dimostrare il teorema sulla derivata della funzione esponenziale di base a.
3. ** Enunciare il teorema sul confronto asintotico fra infiniti di potenze ed infiniti di esponenziali, fra infinitesimi di potenze ed infinitesimi di esponenziali, per $x \to +\infty$ e per $x \to -\infty$.
4. * Enunciare e dimostrare a partire dal teorema sopra il teorema sul limite del prodotto fra potenze ed esponenziali per $x \to +\infty$ e per $x \to -\infty$.
5. *** Enunciare e dimostrare il teorema sulla relazione fra estremante relativo e derivata prima.

RISPOSTA

Cognome Nome Matricola Codice ESEMPIO 8

[1]. (***) **Definizione di primitiva.** Sia I un intervallo non degenere di $\mathbf{R}$; siano $f, g : I \longrightarrow \mathbf{R}$; si dice che g è una primitiva di f se ...
RISPOSTA

[2]. (**) **Teorema sull'integrale $\int \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}\,dx$.** Su $]1,+\infty[$ si ha $\int \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}\,dx = \ldots$
RISPOSTA

[3]. (**) **Definizione di serie divergente positivamente.** Sia $(a_n)_{n\in N}$ una successione di numeri reali; si dice che la serie $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ è divergente positivamente se ...
RISPOSTA

[4]. (*) **Definizione di intorno sinistro.** Sia $U \subset \mathbf{R}$ e $a \in \mathbf{R}$; si dice che U è un intorno sinistro di a se ...
RISPOSTA

[5]. (E) Calcolare il seguente integrale
$$\int_0^1 x^2 \sin(2x)\,dx \,.$$
RISPOSTA

[6]. (O) **Confronto asintotico. Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. * Enunciare il teorema sulla somma di funzioni di ordine inferiore e sulla somma di funzioni trascurabili.
2. * Enunciare il teorema sulla somma di funzioni equivalenti a costanti per una funzione, nei due casi.
3. * Enunciare il teorema sul prodotto di funzioni equivalenti.
4. *** Enunciare il teorema sul principio di sostituzione nei limiti.
5. *** Enunciare e dimostrare il teorema su funzioni strettamente crescenti e segno della derivata.

RISPOSTA

Cognome Nome Matricola Codice ESEMPIO 9

[1]. (***) **Teorema sugli zeri di una funzione continua.** Sia $I \subset \mathbf{R}$; sia $f : I \longrightarrow \mathbf{R}$, sia I ...
RISPOSTA

[2]. (**) **Teorema sul confronto asintotico fra funzioni potenza di esponente reale per $x \to 0$.** Siano $a, b \in \mathbf{R}$; sia $a < b$; esprimere le relazioni di trascurabilità fra x^a e x^b per $x \to 0$.
RISPOSTA

[3]. (**) **Teorema sullo sviluppo asintotico dell'esponenziale.** Scrivere lo sviluppo asintotico per $x \to 0$ con resto trascurabile rispetto a x^n della funzione $\exp x$.
RISPOSTA

[4]. (*) **Definizione di palla.** Sia $a \in \mathbf{R}^N$; sia $r \in \mathbf{R}, r > 0$; definire la palla $\mathrm{B}(a; r)$.
RISPOSTA

[5]. (E) Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int \frac{1}{5x+3}\, dx \, .$$

RISPOSTA

[6]. (O) **Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. *** Dare la definizione di funzione derivabile in un punto e di derivata di una funzione in un punto.
2. ** Enunciare e dimostrare il teorema sulla derivata del prodotto di due funzioni.
3. ** Dare la definizione di polinomio di Taylor di una funzione. Enunciare il teorema sulle proprietà del polinomio di Taylor. Esprimere $f(a+h)$ mediante il polinomio di Taylor ed il simbolo di Landau "o" piccolo (formula di Taylor con resto di Peano).
4. * Enunciare e dimostrare il teorema sulla relazione fra estremanti relativi e derivate d'ordine superiore.

RISPOSTA

Cognome Nome Matricola Codice ESEMPIO 10

[1]. (***) **Definizione di estremo inferiore.** Sia $A \subset \mathbf{R}$; sia $\alpha \in \mathbf{R}$; si dice che α è estremo inferiore di A se ...
RISPOSTA

[2]. (**) **Definizione di somma fra numeri complessi.** Siano $(a,b),(c,d) \in \mathbf{C}$; definire $(a,b)+(c,d)$.
RISPOSTA

[3]. (**) **Teorema: proprietà fondamentale dell'esponenziale.** Siano $z,w \in C$; a che cosa è uguale $\exp(z+w)$?
RISPOSTA

[4]. (*) **Definizione di funzione convessa.** Sia I un intervallo non degenere di $\mathbf{R}$; sia $f : I \longrightarrow \mathbf{R}$; si dice che f è convessa se ...
RISPOSTA

[5]. (E) Studiare la derivabilità della seguente funzione

$$f : \mathbf{R} \longrightarrow \mathbf{R}, x \longrightarrow \begin{cases} 1 & \text{per } x < 0 \\ x & \text{per } 0 \leq x \leq 1 \\ x^2 & \text{per } x > 1 \end{cases} .$$

RISPOSTA

[6]. (O) **Primitive ed integrali. Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. ** Enunciare e dimostrare il teorema sugli integrali indefiniti $\int \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}\,dx$ e $\int \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\,dx$ (il secondo su $]1,+\infty[$.
2. ** Enunciare il teorema sulla primitiva di $(f \circ \varphi) \cdot \varphi'$.
3. * Calcolare su $]a,+\infty[$ il seguente integrale indefinito $\int \frac{1}{\sqrt{x^2-a^2}}\,dx$, con $a > 0$.
4. ** Enunciare e dimostrare il teorema sull'integrazione per parti.
5. *** Enunciare e dimostrare il teorema sulla relazione fra continuità e derivabilità.

RISPOSTA

Cognome Nome Matricola Codice ESEMPIO 11

[1]. (***) **Definizione di integrale improprio su una semiretta positiva convergente.** (Se nella definizione si utilizza la funzione integrale parziale $s(x)$, esplicitarne il valore in x). Sia $a \in \mathbf{R}$; sia $f : [a, +\infty[\longrightarrow \mathbf{R}$; sia f continua; si dice che l'integrale improprio su una semiretta positiva $\int_a^{+\infty} f$ è convergente se ...

RISPOSTA

[2]. (**) **Definizione di polinomio di Taylor di una funzione.** Sia I un intervallo non degenere di $\mathbf{R}$; sia $a \in I$; sia $f : I \longrightarrow \mathbf{R}$; sia $n \in \mathbf{N}$; sia f derivabile n volte in a; allora il polinomio di Taylor di f di punto iniziale a e di grado $\leq n$ è ...

RISPOSTA

[3]. (**) **Teorema sull'integrale $\int a^{\alpha x+b}\, dx$.** $(\forall a \in \mathbf{R}_+^*)$ $(\forall b \in \mathbf{R})$ $(\forall \alpha \in \mathbf{R}^*)$ si ha $\int a^{\alpha x+b}\, dx = \ldots$

RISPOSTA

[4]. (*) **Teorema su $\lim_{x\to-\infty} a^x$, con $0 < a < 1$.** Sia $a \in \mathbf{R}$, $0 < a < 1$; si ha $\lim_{x\to-\infty} a^x = \ldots$

RISPOSTA

[5]. (E) Dare un esempio di un sottoinsieme di $\mathbf{R}$ avente estremo inferiore ma non avente minimo.

RISPOSTA

[6]. (O) **Primitive ed integrali. Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. ** Enunciare e dimostrare il teorema sugli integrali indefiniti $\int \frac{1}{x^2+1}\, dx$ e $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\, dx$.
2. ** Enunciare il teorema sulla primitiva di $(f \circ \varphi) \cdot \varphi'$.
3. * Calcolare il seguente integrale indefinito $\int \frac{1}{\sqrt{x^2+a^2}}\, dx$, con $a > 0$.
4. ** Enunciare e dimostrare il teorema sull'integrazione per parti.
5. *** Enunciare e dimostrare il teorema sulla relazione fra continuità e derivabilità.

RISPOSTA

Cognome Nome Matricola Codice ESEMPIO 12

[1]. (***) **Significato geometrico di derivata**. Sia I un intervallo non degenere di $\mathbf{R}$; sia $a \in I$; sia $f : I \longrightarrow \mathbf{R}$; sia f derivabile in a rispetto ad $\overline{\mathbf{R}}$; allora la derivata di f geometricamente è uguale a ....

RISPOSTA

[2]. (**) **Teorema su integrale e relazione d'ordine.** Siano $a, b \in \mathbf{R}$; sia $a < b$; siano $f, g : [a, b] \longrightarrow \mathbf{R}$; siano f, g continue; sia $f \leq g$; allora risulta (scrivere che cosa si può dire dell'ordine fra gli integrali) ...

RISPOSTA

[3]. (**) **Teorema: formule d'addizione per il coseno.** Siano $z, w \in C$; a che cosa è uguale $\cos(z + w)$?

RISPOSTA

[4]. (*) **Definizione di differenziale di una funzione in un punto.** Sia $A \subset \mathbf{R}$; sia a un punto non isolato di A; sia $f : A \longrightarrow \mathbf{R}$; sia $a \in A$; sia f derivabile in a; allora il differenziale di f in a è la funzione
$df(a) :\longrightarrow \mathbf{R}, x \longrightarrow \ldots$

RISPOSTA

[5]. (E) Trovare la chiusura di $]-\infty, -1]$ (rispetto allo spazio topologico $\mathbf{R}$.

RISPOSTA

[6]. (O) **Primitive ed integrali. Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. *** Dare la definizione di primitiva di una funzione.
2. ** Enunciare e dimostrare il teorema sulle primitive di una stessa funzione.
3. ** Enunciare e dimostrare il teorema sugli integrali indefiniti $\int a^x \, dx$ e $\int a^{\alpha x + b} \, dx$, con $a \in \mathbf{R}$.
4. * Calcolare il seguente integrale indefinito $\int \frac{1}{x^2 + a^2} \, dx$, con $a > 0$.
5. *** Enunciare e dimostrare il teorema sulla relazione fra estremante relativo e derivata prima.

RISPOSTA

Cognome Nome Matricola Codice ESEMPIO 13

[1]. (***) **Teorema: principio di sostituzione nei limiti.** Sia $X \in \mathcal{T}_R$; sia $A \subset X$; sia $a \in \overline{A}$; siano $f, g : A \longrightarrow \mathbf{R}$; ...
RISPOSTA

[2]. (**) **Teorema della media integrale.** Sia I un intervallo non degenere di $\mathbf{R}$; sia $f : I \longrightarrow \mathbf{R}$; sia f continua; siano $x, y \in I$; sia $x \neq y$; allora ...
RISPOSTA

[3]. (**) **Definizione di polinomio di Taylor di una funzione.** Sia I un intervallo non degenere di $\mathbf{R}$; sia $a \in I$; sia $f : I \longrightarrow \mathbf{R}$; sia $n \in \mathbf{N}$; sia f derivabile n volte in a; allora il polinomio di Taylor di f di punto iniziale a e di grado $\leq n$ è ...
RISPOSTA

[4]. (*) **Teorema sull'equivalenza asintotica per la funzione coseno iperbolico per $x \to -\infty$.** Si ha $\operatorname{ch} x \sim_{x \to -\infty} \ldots$
RISPOSTA

[5]. (E) Dire se la serie $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n}{2^n}$ è convergente; in caso affermativo determinarne la somma.
RISPOSTA

[6]. (O) **Topologia di $\mathbf{R}^N$. Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. *** Dare la definizione di sottoinsieme di $\mathbf{R}^N$ compatto. Enunciare il teorema di Weierstrass.
2. ** Dare la definizione di convergenza per una successione. Caratterizzare (utilizzando quantificatori, intorni, indici) la relazione
$$a_n \longrightarrow_{n \to \infty} l \, .$$
3. * Enunciare il teorema sul limite di una successione esponenziale $(a^n)_{n \in N}$.
4. *** Definire il rapporto incrementale e spiegarne il significato geometrico.
5. *** Enunciare e dimostrare il teorema sul rapporto fra continuità e derivabilità.

RISPOSTA

Cognome Nome Matricola Codice ESEMPIO 14

[1]. (***) **Definizione di estremo superiore.** Sia $A \subset \mathbf{R}$; sia $\alpha \in \mathbf{R}$; si dice che α è estremo superiore di A se ...
RISPOSTA

[2]. (**) **Definizione di funzione trascurabile rispetto ad un'altra.** Sia $X \in \mathcal{T}_R$; sia $A \subset X$; sia $a \in \overline{A}$; siano $f, g : A \longrightarrow \mathbf{R}$; supponiamo che esista U intorno di a tale che $(\forall x \in U \cap A)\ g(x) \neq 0$; si dice che $f(x) \lll_{x \to a} g(x)$ se ...
RISPOSTA

[3]. (**) **Definizione di infinitesimo.** Sia $X \in \mathcal{T}_R$; sia $A \subset X$; sia $a \in \overline{A}$; sia $f : A \longrightarrow \mathbf{R}$; si dice che f è infinitesima in a se ...
RISPOSTA

[4]. (*) **Definizione di valore di un integrale improprio su un intervallo aperto convergente** Siano $a, b \in \overline{\mathbf{R}}$; sia $a < b$; sia $f :]a, b[\longrightarrow \mathbf{R}$; sia f continua; supponiamo che l'integrale improprio su un intervallo aperto, $\int_a^b f$ sia convergente; sia $c \in]a.b[$; allora il valore dell'integrale improprio è ...
RISPOSTA

[5]. (E) Calcolare

$$(3, 1, 1, 2) + (2, 1, 2, -1)\ .$$

RISPOSTA

[6]. (O) **Serie. Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. *** Dare la definizione di somma parziale, di serie convergente e di somma di una serie.
2. ** Dare la definizione di serie a termini positivi. Enunciare e dimostrare il teorema fondamentale per le serie a termini positivi.
3. ** Enunciare e dimostrare il teorema sul criterio del confronto per le serie. Enunciare e dimostrare i due criteri del confronto asintotico.
4. *** Enunciare e dimostrare il teorema sul rapporto fra continuità e derivabilità.

RISPOSTA

Cognome Nome Matricola Codice ESEMPIO 15

[1]. (***) **Teorema sugli zeri di una funzione continua.** Sia $I \subset \mathbf{R}$; sia $f : I \longrightarrow \mathbf{R}$, sia I ...
RISPOSTA

[2]. (**) **Definizione di funzione trascurabile rispetto ad un'altra.** Sia $X \in \mathcal{T}_R$; sia $A \subset X$; sia $a \in \overline{A}$; siano $f, g : A \longrightarrow \mathbf{R}$; supponiamo che esista U intorno di a tale che $(\forall x \in U \cap A)\ g(x) \neq 0$; si dice che $f(x) \prec\!\!\prec_{x \to a} g(x)$ se ...
RISPOSTA

[3]. (**) **Teorema: formule di duplicazione per il coseno** Sia $x \in \mathbf{R}$; allora si ha $\cos(2x) = \ldots$
RISPOSTA

[4]. (*) **Definizione di cerchio di convergenza di una serie di potenze.** Sia $(a_n)_{n \in N}$ una successione di numeri complessi; sia r il raggio di convergenza della serie di potenze $\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$; allora il cerchio di convergenza è ...
RISPOSTA

[5]. (E) Risolvere la seguente equazione reale e determinare la molteplicità delle radici

$$x^3 + x^2 - x - 1 = 0 \,.$$

RISPOSTA

[6]. (O) **Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. * Dare la definizione di incremento di una funzione in un punto. Dare la definizione di punto isolato di un insieme e di traslato di un insieme.
2. *** Dare la definizione di rapporto incrementale di una funzione in un punto. Spiegare e giustificare il significato geometrico di rapporto incrementale di una funzione in un punto.
3. *** Dare la definizione di funzione derivabile in un punto e di derivata di una funzione in un punto.
4. * Dare la definizione di funzione derivabile in un insieme e di funzione derivata prima.
5. * Enunciare e dimostrare il teorema sulla relazione fra estremanti relativi e derivate d'ordine superiore.

RISPOSTA