

Analisi Matematica 1 - 8/9/14

Cognome Nome, matricola, e-mail istituzionale : ...

1. (p. 5) Studiare la seguente funzione

$$f(x) = 2xe^{x^2},$$

rispondendo alle seguenti domande:

- (a) (p. .1*) determinare il dominio di f ;
- (b) (p. 0.9*) calcolare i limiti di f nei punti frontiera del dominio (non sono necessari i passaggi formali);
- (c) (p. 2*) studiare la monotonia di f determinando gli insiemi $\mathcal{M}(\nearrow)$, $\mathcal{M}(\searrow)$, $\mathcal{M}(\rightarrow)$;
- (d) (p. 2*) studiare la convessità di f determinando gli insiemi $\mathcal{C}(\uparrow)$, $\mathcal{C}(\downarrow)$, $\mathcal{C}(\downdownarrows)$.

Disegnare approssimativamente il grafico di f . Si possono usare unità di misura diverse per i due assi.

NB (*) I punti relativi alle singole domande sono assegnati solo se si disegna il grafico.

Svolgimento e risposta.

2. (p. 1) Studiare la convergenza della seguente serie:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + (-1)^n + n}{n^3 + n \log^2 n} .$$

Svolgimento e risposta.

3. (p. 1) Sia

$$f : \mathbf{N} \longrightarrow \mathbf{R}_+, n \longrightarrow n! + 1 \quad \text{e} \quad g : \mathbf{R}_+ \longrightarrow \mathbf{R}, x \longrightarrow \sqrt{x} + 1 ;$$

determinare $g \circ f$, esprimendola nella forma

$$g \circ f : A \longrightarrow B, u \longrightarrow \mathcal{T}\{u\} ,$$

esplicitando A , B e $\mathcal{T}\{u\}$.

Svolgimento e risposta.

4. (p. 3) Risolvere la seguente equazione complessa esprimendo le soluzioni per radicali, cioè senza l'uso di funzioni trascendenti:

$$z^2 = 5 - 14i .$$

Svolgimento e risposta.

5. (p. 4) Sia f la funzione reale di variabile reale definita naturalmente dalla relazione

$$f(x) = \operatorname{Arcsin} \frac{x^2}{x-1} ;$$

- (a) (p. 2) determinare il dominio naturale di f ;
- (b) (p. 1) calcolare la derivata di f nei punti interni al dominio;
- (c) (p. 1) studiare la derivabilità rispetto a $\overline{\mathbf{R}}$ di f sulla frontiera del dominio.

Svolgimento e risposta.

6. (p. 3) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{(x - \frac{\pi}{2})^2} .$$

Svolgimento e risposta.

7. (p. 3) Sia $\alpha \in \mathbf{R}$; calcolare in funzione di α il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 + \alpha x} - x + 2 \right) .$$

Svolgimento e risposta.

8. (p. 4) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} \sin(3x) - (1 + \log(1 + 2x)) \operatorname{sh}(3x)}{\operatorname{sh}(3x) - 3x} .$$

Svolgimento e risposta.

9. (p. 2) Calcolare il seguente integrale:

$$\int_0^1 x \sin(5x) dx .$$

NB Si chiede di non usare formule che diano direttamente le primitive della funzione da integrare.

Svolgimento e risposta.

10. (p. 3) Calcolare il seguente integrale

$$\int_2^3 \frac{2x^2 + 1}{x^3 - x^2} dx .$$

NB Si chiede di non usare formule che diano direttamente le primitive della funzione da integrare o di funzioni razionali non elementari.

Svolgimento e risposta.

11. (p. 4) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^{\frac{1}{2} \log 6} \frac{e^{4x}}{\sqrt{3 + e^{2x}}} dx .$$

NB Si chiede di non usare formule che diano direttamente le primitive della funzione da integrare o formule simili.

Svolgimento e risposta.