

Cognome

Nome

Matricola

Codice ESEMPIO 1

[1]. (***) **Teorema del valor intermedio.** Sia $I \subset \mathbf{R}$; sia $f : I \longrightarrow \mathbf{R}$, sia $I \dots$

RISPOSTA

[2]. (**) **Teorema: proprietà fondamentale delle funzioni iperboliche.** Sia $z \in \mathbf{C}$; scrivere la relazione che lega $\operatorname{sh}^2 z$ e $\operatorname{ch}^2 z$.

RISPOSTA

[3]. (**) **Teorema sull'espressione dell'esponenziale come potenza di base e .** Sia $w \in \mathbf{C}$; allora si ha $\dots$

RISPOSTA

[4]. (*) **Definizione di $\operatorname{th} x$.** Sia $x \in \mathbf{R}$; allora $\operatorname{th} x$ è uguale a $\dots$

RISPOSTA

[5]. (E) Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x}}{x}.$$

RISPOSTA

[6]. (O) **Numeri reali. Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. ** Dare la definizione di maggiorante e minorante di un insieme.
2. ** Enunciare i due teoremi che legano massimo ed estremo superiore.
3. *** Dare la definizione di estremo superiore di un insieme di numeri reali.
4. *** Enunciare il teorema sulla completezza di $\mathbf{R}$ rispetto all'ordine.
5. * Enunciare e dimostrare il teorema che lega la stretta monotonia di una funzione con il segno della derivata.

RISPOSTA

Cognome

Nome

Matricola

Codice ESEMPIO 2

[1]. (***) **Teorema su funzioni strettamente decrescenti e segno della derivata.** Sia I un intervallo non degenere di $\mathbf{R}$; sia $f : I \longrightarrow \mathbf{R}$; sia f continua su I ; sia f derivabile su $\overset{\circ}{I}$; allora si ha ...

RISPOSTA

[2]. (**) **Teorema sul binomio di Newton.** Siano $a, b \in \mathbf{R}$; sia $n \in \mathbf{N}$; allora si ha $(a + b)^n = \dots$

RISPOSTA

[3]. (**) **Definizione di funzione composta.** Siano A, B, C insiemi; sia $f : A \longrightarrow B$; sia $g : B \longrightarrow C$; allora la funzione composta $g \circ f$ è la funzione ...

RISPOSTA

[4]. (*) **Teorema su $\lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{Arctg} x$.** Si ha $\lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{Arctg} x = \dots$

RISPOSTA

[5]. (E) Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int \cos^2 x \, dx .$$

RISPOSTA

[6]. (O) **Funzioni elementari reali. Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. * Dare la definizione di π .
2. ** Tracciare il grafico della funzione seno.
3. ** Scrivere la relazione fra punti con uguale seno.
4. *** Dare la definizione di rapporto incrementale di una funzione in un punto. Spiegare e giustificare il significato geometrico di rapporto incrementale di una funzione in un punto.
5. ** Enunciare e dimostrare il teorema di Lagrange (o del valor medio). Spiegare il significato geometrico del teorema di Lagrange.

RISPOSTA

[1]. (***) **Teorema sulla relazione fra continuità e derivabilità.** Sia $A \subset \mathbf{R}$; sia a un punto non isolato di A ; sia $f : A \longrightarrow \mathbf{R}$; che relazione sussiste fra derivabilità in a e continuità in a ?

RISPOSTA

[2]. (**) **Definizione di funzione continua in un punto.** Sia $A \subset \mathbf{R}^N$; sia $f : A \longrightarrow \mathbf{R}^M$; sia $a \in A$; si dice che f è continua in a se ...

RISPOSTA

[3]. (**) **Teorema sul confronto asintotico fra infinitesimi di potenze ed esponenziali per $x \rightarrow +\infty$.** Sia $\alpha \in \mathbf{R}_+^*$; sia $a \in \mathbf{R}$, $0 < a < 1$; che relazioni di trascurabilità sussistono fra le funzioni $\frac{1}{x^\alpha}$ e a^x per $x \rightarrow +\infty$.

RISPOSTA

[4]. (*) **Definizione di intorno di $+\infty$.** Sia $U \subset \overline{\mathbf{R}}$; si dice che U è un intorno di $+\infty$ se ...

RISPOSTA

[5]. (E) Trovare l'insieme dei punti isolati di $\{\frac{1}{n}; n \in \mathbf{N}^*\}$ (rispetto allo spazio topologico $\mathbf{R}$).

RISPOSTA

[6]. (O) **Primitive ed integrali. Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. *** Dare la definizione di primitiva di una funzione.
2. ** Enunciare e dimostrare il teorema sulle primitive di una stessa funzione.
3. ** Enunciare e dimostrare il teorema sugli integrali indefiniti $\int \exp x \, dx$ e $\int \exp(\alpha x + b) \, dx$
4. * Calcolare il seguente integrale indefinito $\int \frac{1}{x^2+a^2} \, dx$, con $a > 0$.
5. *** Enunciare e dimostrare il teorema sulla relazione fra estremante relativo e derivata prima.

RISPOSTA

Cognome

Nome

Matricola

Codice ESEMPIO 4

[1]. (***) **Significato geometrico del rapporto incrementale.** Sia $A \subset \mathbf{R}$; sia a un punto non isolato di A ; sia $f : A \rightarrow \mathbf{R}$; sia $h \in -a + A$; allora il rapporto incrementale $r(h)$ di f in a applicato ad h rappresenta ...

RISPOSTA

[2]. (**) **Teorema sullo sviluppo asintotico di $(1+x)^a$.** Sia $a \in \mathbf{R}$; scrivere lo sviluppo asintotico per $x \rightarrow 0$ con resto trascurabile rispetto a x^n della funzione $(1+x)^a$.

RISPOSTA

[3]. (**) **Teorema sul resto p -esimo di una serie.** Sia $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ una serie di numeri reali; sia $p \in \mathbf{N}$; allora ...

RISPOSTA

[4]. (*) **Teorema sul raggio di convergenza della serie di potenze $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} z^n$.** La serie di potenze $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} z^n$ ha raggio di convergenza ...

RISPOSTA

[5]. (E) Risolvere la seguente disequazione

$$x^2 + 5x + 6 > 0 .$$

RISPOSTA

[6]. (O) **Numeri reali. Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. * Dare la definizione di grado di un polinomio.
2. * Dare la definizione di funzione polinomiale ed enunciare il teorema sul principio di identità dei polinomi.
3. ** Dare la definizione di quoziente e di resto per la divisione di polinomi.
4. ** Dare la definizione di divisibilità fra polinomi.
5. *** Enunciare e dimostrare il teorema sul rapporto fra continuità e derivabilità.

RISPOSTA

Cognome

Nome

Matricola

Codice ESEMPIO 5

[1]. (***) **Significato geometrico dell'integrale di una funzione di segno qualunque.** Siano $a, b \in \mathbf{R}$; sia $a < b$; sia $f : [a, b] \longrightarrow \mathbf{R}$; sia f continua; allora $\int_a^b f$ rappresenta ...

RISPOSTA

[2]. (**) **Definizione dell'insieme dei numeri complessi.** Definire l'insieme dei numeri complessi $\mathbf{C}$.

RISPOSTA

[3]. (**) **Teorema sulla equivalenza asintotica fondamentale su $x - \sin x$.** Per $x \rightarrow 0$, a che cosa è equivalente $x - \sin x$?

RISPOSTA

[4]. (*) **Definizione di $\text{Argsh } y$.** Sia $y \in \mathbf{R}$; allora $\text{Argsh } y$ è ...

RISPOSTA

[5]. (E) Determinare la parte reale e la parte immaginaria di

$$\frac{3+i}{2+i}.$$

RISPOSTA

[6]. (O) **Funzioni elementari reali. Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. ** Definire il logaritmo di base a di un numero y .
2. ** Tracciare il grafico delle funzioni logaritmiche di base a al variare della base.
3. ** Enunciare il teorema sul confronto asintotico fra infiniti di potenze ed infiniti di logaritmi per $x \rightarrow +\infty$ e per $x \rightarrow 0$.
4. * Enunciare e dimostrare a partire dal teorema sopra il teorema sul limite del prodotto fra potenze e logaritmi per $x \rightarrow 0$.
5. *** Enunciare e dimostrare il teorema sulla relazione fra funzioni monotone e segno della derivata.

RISPOSTA

- [1]. (***) **Teorema sugli zeri di una funzione continua.** Sia $I \subset \mathbf{R}$; sia $f : I \longrightarrow \mathbf{R}$, sia $I \dots$
RISPOSTA

- [2]. (**) **Teorema sull'integrale** $\int \operatorname{ch} x \, dx$. Si ha $\int \operatorname{ch} x \, dx = \dots$
RISPOSTA

- [3]. (**) **Definizione di funzione decrescente.** Sia $A \subset \mathbf{R}$; sia $f : A \longrightarrow \mathbf{R}$; si dice che f è decrescente se ...
RISPOSTA

- [4]. (*) **Teorema su** $\lim_{x \rightarrow +\infty} a^x$, **con** $0 < a < 1$. Sia $a \in \mathbf{R}$, $0 < a < 1$; si ha $\lim_{x \rightarrow +\infty} a^x = \dots$
RISPOSTA

- [5]. (E) Trovare il raggio di convergenza della seguente serie di potenze

$$\sum_{n=0}^{\infty} n z^n .$$

RISPOSTA

- [6]. (O) **Primitive ed integrali. Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. ** Enunciare e dimostrare il teorema sugli integrali indefiniti $\int \frac{1}{\sqrt{x^2-1}} \, dx$ e $\int \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} \, dx$ (il secondo su $]1, +\infty[$).
2. ** Enunciare il teorema sulla primitiva di $(f \circ \varphi) \cdot \varphi'$.
3. * Calcolare su $]a, +\infty[$ il seguente integrale indefinito $\int \frac{1}{\sqrt{x^2-a^2}} \, dx$, con $a > 0$.
4. ** Enunciare e dimostrare il teorema sull'integrazione per parti.
5. *** Enunciare e dimostrare il teorema sulla relazione fra continuità e derivabilità.

RISPOSTA

Cognome

Nome

Matricola

Codice ESEMPIO 7

[1]. (***) **Teorema su funzioni crescenti e segno della derivata.** Sia I un intervallo non degenere di $\mathbf{R}$; sia $f : I \longrightarrow \mathbf{R}$; sia f continua su I ; sia f derivabile su $\overset{\circ}{I}$; allora si ha ...

RISPOSTA

[2]. (**) **Definizione di valore assoluto.** Sia $x \in \mathbf{R}$; definire $|x|$.

RISPOSTA

[3]. (**) **Definizione di integrale improprio su un intervallo limitato aperto a destra convergente.** Siano $a, b \in \mathbf{R}$; sia $a < b$; sia $f : [a, b[\longrightarrow \mathbf{R}$; sia f continua; si dice che l'integrale improprio su un intervallo limitato aperto a destra $\int_a^b f$ è convergente se ...

RISPOSTA

[4]. (*) **Teorema sulla somma di una serie geometrica** $\sum_{n=p}^{\infty} aq^n$. Sia $q \in \mathbf{R}$; sia $-1 < q < 1$; sia $a \in \mathbf{R}$; sia $p \in \mathbf{N}$; allora la somma della serie $\sum_{n=p}^{\infty} aq^n$ è ...

RISPOSTA

[5]. (E) Calcolare la derivata della funzione

$$f(x) = (\sin x)^{\cos x}.$$

RISPOSTA

[6]. (O) **Funzioni elementari reali. Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. ** Definire la funzione potenza di esponente reale a .
2. ** Tracciare i singoli grafici delle funzioni potenza di esponente a , al variare dell'esponente. Riportare i grafici in uno stesso sistema di riferimento.
3. ** Enunciare e dimostrare il teorema sulla derivata di una funzione potenza di esponente reale a .
4. ** Enunciare e dimostrare il teorema sul confronto asintotico fra funzioni potenze di esponente reale per $x \rightarrow +\infty$ e per $x \rightarrow 0$.
5. *** Enunciare e dimostrare il teorema sulla relazione fra continuità e derivabilità.

RISPOSTA

[1]. (***) **Teorema sulla relazione fra continuità e derivabilità.** Sia $A \subset \mathbf{R}$; sia a un punto non isolato di A ; sia $f : A \longrightarrow \mathbf{R}$; che relazione sussiste fra derivabilità in a e continuità in a ?

RISPOSTA

[2]. (**) **Definizione di $\log y$.** Sia $y \in \mathbf{R}$; supponiamo $y \dots$

RISPOSTA

[3]. (**) **Definizione di polinomio di Taylor di una funzione.** Sia I un intervallo non degenero di $\mathbf{R}$; sia $a \in I$; sia $f : I \longrightarrow \mathbf{R}$; sia $n \in \mathbf{N}$; sia f derivabile n volte in a ; allora il polinomio di Taylor di f di punto iniziale a e di grado $\leq n$ è $\dots$

RISPOSTA

[4]. (*) **Teorema sul confronto asintotico fra $n^p a^n$ e $n!$.** Sia $p \in \mathbf{Z}$; sia $a \in \mathbf{R}_+^*$; allora $\dots$

RISPOSTA

[5]. (E) Sia $f : \mathbf{R}^2 \longrightarrow \mathbf{R}^3$ $(x_1, x_2) \longrightarrow (x_1 + x_2, x_1 x_2, x_1^2)$; determinare la seconda componente di f , f_2 .

RISPOSTA

[6]. (O) **Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. *** Dare la definizione di funzione derivabile in un punto e di derivata di una funzione in un punto.
2. *** Enunciare e dimostrare il teorema sulla relazione fra funzioni strettamente monotone e segno della derivata.
3. * Enunciare il teorema sulle regole di de Hospital.
4. * Enunciare e dimostrare il teorema sulla derivata come limite della derivata prima.

RISPOSTA

[1]. (***) **Definizione di funzione derivabile in un punto.** Sia $A \subset \mathbf{R}$; sia a un punto non isolato di A ; sia $f : A \longrightarrow \mathbf{R}$; si dice che f è derivabile in a se ...

RISPOSTA

[2]. (**) **Definizione di infinitesimo.** Sia $X \in \mathcal{T}_R$; sia $A \subset X$; sia $a \in \overline{A}$; sia $f : A \longrightarrow \mathbf{R}$; si dice che f è infinitesima in a se ...

RISPOSTA

[3]. (**) **Teorema sullo sviluppo asintotico del seno.** Scrivere lo sviluppo asintotico per $x \rightarrow 0$ con resto trascurabile rispetto a x^{2n+2} della funzione $\sin x$.

RISPOSTA

[4]. (*) **Definizione di integrale improprio su un intervallo limitato aperto a sinistra divergente positivamente.** Siano $a, b \in \mathbf{R}$; sia $a < b$; sia $f :]a, b] \longrightarrow \mathbf{R}$; sia f continua; si dice che l'integrale improprio su un intervallo limitato aperto a sinistra $\int_a^b f$ è divergente positivamente se ...

RISPOSTA

[5]. (E) Calcolare

$$3(1, 3, 1, 1) .$$

RISPOSTA

[6]. (O) **Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. *** Dare la definizione di funzione derivabile in un punto e di derivata di una funzione in un punto.
2. *** Enunciare e dimostrare il teorema sulla relazione fra funzioni strettamente monotone e segno della derivata.
3. * Dare la definizione di funzione convessa, di funzione concava, di funzione strettamente convessa, di funzione strettamente concava. Enunciare il teorema sulla relazione fra stretta convessità e segno della derivata seconda.

RISPOSTA

[1]. (***) **Teorema sulla relazione fra continuità e derivabilità.** Sia $A \subset \mathbf{R}$; sia a un punto non isolato di A ; sia $f : A \longrightarrow \mathbf{R}$; che relazione sussiste fra derivabilità in a e continuità in a ?

RISPOSTA

[2]. (**) **Teorema sulla derivata della funzione seno iperbolico.** Si ha $\frac{d}{dx} \operatorname{sh} x = \dots$

RISPOSTA

[3]. (**) **Teorema sul criterio del confronto asintotico per integrali impropri su semirette positive con funzioni dello stesso ordine asintotico.** Sia $a \in \mathbf{R}$; siano $f, g : [a, +\infty[\longrightarrow \mathbf{R}$; siano f, g continue; siano $f \geq 0, g \geq 0$; sia $f(x) \simeq_{x \rightarrow +\infty} g(x)$; allora $\dots$

RISPOSTA

[4]. (*) **Teorema sulla espressione del seno iperbolico attraverso l'esponenziale.** Sia $z \in \mathbf{C}$; esprimere $\operatorname{sh}(z)$ attraverso l'esponenziale.

RISPOSTA

[5]. (E) Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + x^3 + 2^x}{2 + x^2 + 3^x}.$$

RISPOSTA

[6]. (O) **Funzioni elementari complesse. Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. ** Dare la definizione di logaritmo complesso. Che cosa si può dire del logaritmo complesso di 0. Enunciare il teorema sui logaritmi complessi. Spiegare la posizione dei logaritmi complessi sul piano complesso.
2. *** Dare la definizione di rapporto incrementale di una funzione in un punto. Spiegare e giustificare il significato geometrico di rapporto incrementale di una funzione in un punto.
3. ** Enunciare e dimostrare il teorema sulle funzioni con derivata nulla.

RISPOSTA

[1]. (***) **Teorema sugli zeri di una funzione continua.** Sia $I \subset \mathbf{R}$; sia $f : I \longrightarrow \mathbf{R}$, sia $I \dots$

RISPOSTA

[2]. (**) **Teorema sull'integrale improprio** $\int_{-\infty}^{-1} \frac{1}{|x|^\alpha} dx$. Sia $\alpha \in \mathbf{R}$; allora l'integrale improprio $\int_{-\infty}^{-1} \frac{1}{|x|^\alpha} dx$ è convergente se e solo se $\dots$

RISPOSTA

[3]. (**) **Teorema sull'integrale** $\int \frac{1}{\alpha x + b} dx$. ($\forall b \in \mathbf{R}$) ($\forall \alpha \in \mathbf{R}^*$) si ha $\int \frac{1}{\alpha x + b} dx = \dots$;

RISPOSTA

[4]. (*) **Definizione di radice di un polinomio.** Sia $P(x)$ un polinomio reale; identifichiamo $P(x)$ con la corrispondente funzione polinomiale; sia $a \in \mathbf{R}$; si dice che a è una radice di $P(x)$ se risulta $\dots$

RISPOSTA

[5]. (E) Risolvere la seguente equazione reale e determinare la molteplicità delle radici

$$x^2 + 4x + 5 = 0 .$$

RISPOSTA

[6]. (O) **Serie. Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. *** Dare la definizione di somma parziale, di serie convergente e di somma di una serie.
2. * Enunciare il teorema sul criterio del rapporto per le serie
3. * Enunciare e dimostrare il teorema sul comportamento della serie $\sum_{n=1}^{\infty} n^p a^n$.
4. ** Enunciare e dimostrare il teorema sul confronto asintotico fra $n^p a^n$ e $n^q b^n$. Confronto fra potenze n^p ed esponenziali a^n .
5. ** Calcolare a partire dalla definizione la derivata della funzione $f(x) = x^2$.

RISPOSTA

[1]. (***) **Teorema sulla relazione fra continuità e derivabilità.** Sia $A \subset \mathbf{R}$; sia a un punto non isolato di A ; sia $f : A \longrightarrow \mathbf{R}$; che relazione sussiste fra derivabilità in a e continuità in a ?

RISPOSTA

[2]. (**) **Definizione di funzione limitata inferiormente.** Sia A un insieme; sia $f : A \longrightarrow \mathbf{R}$; si dice che f è limitata inferiormente se ...

RISPOSTA

[3]. (**) **Teorema sulla somma della serie geometrica.** Sia $-1 < q < 1$; allora la somma della serie $\sum_{n=0}^{\infty} q^n$ è ...

RISPOSTA

[4]. (*) **Teorema su $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}+} \operatorname{tg} x$.** Si ha $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}+} \operatorname{tg} x = \dots$

RISPOSTA

[5]. (E) Trovare il raggio di convergenza della seguente serie di potenze

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2 - 10n}{n! + 2^n} z^n.$$

RISPOSTA

[6]. (O) **Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. *** Enunciare e dimostrare il teorema sulla relazione fra funzioni monotone e segno della derivata.
2. * Enunciare il teorema sulle regole di de Hospital.
3. * Enunciare e dimostrare il teorema sulla derivata come limite della derivata prima.
4. * Dare le definizioni di funzione convessa, di funzione concava, di funzione strettamente convessa, di funzione strettamente concava. Enunciare il teorema sulla relazione fra funzioni convesse, concave strettamente convesse, strettamente concave e segno della derivata seconda.

RISPOSTA

[1]. (***) **Teorema su funzioni strettamente decrescenti e segno della derivata.** Sia I un intervallo non degenero di $\mathbf{R}$; sia $f : I \longrightarrow \mathbf{R}$; sia f continua su I ; sia f derivabile su $\overset{\circ}{I}$; allora si ha ...

RISPOSTA

[2]. (**) **Teorema sulla equivalenza asintotica fondamentale su $\exp x - 1$.** Per $x \rightarrow 0$, a che cosa è equivalente $\exp x - 1$?

RISPOSTA

[3]. (**) **Definizione di insieme limitato superiormente.** Sia $A \subset \mathbf{R}$; si dice che A è limitato superiormente se ...

RISPOSTA

[4]. (*) **Definizione di funzione integrale.** Sia I un intervallo non degenero di $\mathbf{R}$; sia $f : I \longrightarrow \mathbf{R}$; sia f continua; sia $a \in I$; allora la funzione integrale di f di punto iniziale a è la funzione

$$F : I \longrightarrow \mathbf{R}, \quad x \longrightarrow \dots$$

RISPOSTA

[5]. (E) Tracciare i grafici delle funzioni potenza di esponente **reale** a , x^a , per $a = \frac{1}{3}, 0, -\frac{1}{2}, -1$.

RISPOSTA

[6]. (O) **Sviluppi in serie. Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. ** Definire il coefficiente binomiale $\binom{a}{n}$, con $a \in \mathbf{R}$.
2. ** Enunciare il teorema sullo sviluppo in serie di $(1+x)^a$.
3. ** Dedurre dallo sviluppo in serie, le equivalenze asintotiche e lo sviluppo asintotico di $(1+x)^a$.
4. *** Dare la definizione di rapporto incrementale di una funzione in un punto. Spiegare e giustificare il significato geometrico di rapporto incrementale di una funzione in un punto.
5. *** Enunciare e dimostrare il teorema sulla relazione fra estremo relativo e derivata prima.

RISPOSTA

[1]. (***) **Significato geometrico del rapporto incrementale.** Sia $A \subset \mathbf{R}$; sia a un punto non isolato di A ; sia $f: A \rightarrow \mathbf{R}$; sia $h \in -a + A$; allora il rapporto incrementale $r(h)$ di f in a applicato ad h rappresenta ...

RISPOSTA

[2]. (**) **Teorema sull'espressione delle radici n -esime di un numero complesso.** Sia $w \in \mathbf{C}^*$; sia t un argomento di w ; sia $n \in \mathbf{N}^*$; allora si ha $z^n = w$ se e solo se $z = \dots$

RISPOSTA

[3]. (**) **Teorema sulla equivalenza asintotica fondamentale su $x - \sin x$.** Per $x \rightarrow 0$, a che cosa è equivalente $x - \sin x$?

RISPOSTA

[4]. (*) **Esercizio.** Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int \sin^3 x \, dx .$$

RISPOSTA

[5]. (E) Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{x^2 + 1} - x}{\sqrt{x^2 + x + 1} + x^2} .$$

RISPOSTA

[6]. (O) **Serie. Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. *** Dare la definizione di somma parziale, di serie convergente e di somma di una serie.
2. * Enunciare il teorema sul criterio di Leibniz per le serie.
3. *** Dare la definizione di serie assolutamente convergente. Enunciare il teorema sul rapporto fra serie convergenti e serie assolutamente convergenti.
4. *** Enunciare e dimostrare il teorema sul rapporto fra estremanti relativi e derivata prima.

RISPOSTA

[1]. (***) **Teorema di Weierstrass.** Sia $K \subset \mathbf{R}^N$; sia $f : K \longrightarrow \mathbf{R}$, ...

RISPOSTA

[2]. (**) **Definizione di valore di un integrale improprio su un intervallo limitato aperto a destra convergente.**

Siano $a, b \in \mathbf{R}$; sia $a < b$; sia $f : [a, b[\longrightarrow \mathbf{R}$; sia f continua; supponiamo che l'integrale improprio su un intervallo limitato aperto a destra $\int_a^b f$ sia convergente; allora il valore dell'integrale improprio è ...

RISPOSTA

[3]. (**) **Teorema sull'integrale $\int (\alpha x + b)^n dx$, con $n \in \mathbf{Z}$.** $(\forall n \in \mathbf{Z}, n \neq -1)$ $(\forall \alpha \in \mathbf{R}^*)$ $(\forall b \in \mathbf{R})$ si ha $\int (\alpha x + b)^n dx = \dots$

RISPOSTA

[4]. (*) **Teorema sui punti con uguale seno.** Siano $x, x' \in \mathbf{R}$; allora si ha $\sin x = \sin x'$ se e solo se ...

RISPOSTA

[5]. (E) Trovare il raggio di convergenza della seguente serie di potenze

$$\sum_{n=0}^{\infty} n z^n .$$

RISPOSTA

[6]. (O) **Funzioni elementari reali. Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. ** Dare la definizione di $\text{Arcsin } y$.
2. ** Definire la funzione arcoseno e tracciarne il grafico.
3. * Enunciare e dimostrare il teorema sulla derivata della funzione arcoseno.
4. *** Enunciare e dimostrare il teorema sulla relazione fra funzioni monotone e segno della derivata.

RISPOSTA