

# Analisi Matematica 1 - 9/6/'15 - Compito 4

Cognome Nome, matricola, e-mail istituzionale : ...

1. (p. 8) Studiare la seguente funzione

$$f(x) = \frac{(2x+3)^2}{\log(2x+3)},$$

rispondendo alle seguenti domande:

- (a) (p. .1\*) determinare il dominio di  $f$ ;
- (b) (p. 0.9\*) calcolare i limiti di  $f$  nei punti frontiera del dominio (non sono necessari i passaggi formali);
- (c) (p. 3\*) studiare la monotonia di  $f$  determinando gli insiemi  $\mathcal{M}(\nearrow)$ ,  $\mathcal{M}(\searrow)$ ,  $\mathcal{M}(\rightarrow)$ ;
- (d) (p. 1\*) determinare il prolungamento continuo di  $f$  in  $]-\frac{3}{2}, -1[$  in  $-\frac{3}{2}$  e studiarne la derivabilità rispetto a  $\overline{\mathbf{R}}$  in  $-\frac{3}{2}$ ;
- (e) (p. 3) studiare la convessità di  $f$  determinando gli insiemi  $\mathcal{C}(\uparrow)$ ,  $\mathcal{C}(\downarrow)$ ,  $\mathcal{C}(\dagger)$ .

**Disegnare** approssimativamente il grafico di  $f$ . Si possono usare unità di misura diverse per i due assi.

**NB** (\*) I punti relativi alle singole domande sono assegnati solo se si disegna il grafico.

Per disegnare il grafico si può tenere conto dell'approssimazione:  $\frac{\sqrt{e}-3}{2} \approx -0.68$ ,  $f\left(\frac{\sqrt{e}-3}{2}\right) = 2e \approx 5.44$ .

**Svolgimento e risposta.**

2. (p. 1) Studiare la convergenza della seguente serie:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n} \sin \frac{1}{n^2} .$$

**Svolgimento e risposta.**

3. (p. 2) Risolvere la seguente disequazione:

$$\frac{x-1}{x} > \frac{1}{x-1} .$$

**Svolgimento e risposta.**

4. (p. 3) Risolvere la seguente equazione complessa esprimendo le soluzioni per radicali, cioè senza l'uso di funzioni trascendenti:

$$z^5 + z = 0 .$$

**Svolgimento e risposta.**

5. (p. 1) Sia  $f$  la funzione reale di variabile reale definita naturalmente dalla relazione

$$f(x) = \sin \cos x^2 ;$$

- (a) determinare il dominio naturale di  $f$ ;
- (b) calcolare la derivata di  $f$  in un punto  $x$  del dominio.

**Svolgimento e risposta.**

6. (p. 2) Dire se esiste il seguente limite (cioè se la funzione è convergente per  $x \rightarrow 0$ ) e, in caso affermativo, determinarlo:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - \cos x}{\sin |x|}.$$

**Svolgimento e risposta.**

7. (p. 3) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{2x} t \sqrt{1+t} dt}{e^{x^2} - 1}.$$

**Svolgimento e risposta.**

8. (p. 4) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(e^{2x} - 1) + \log(1 - 2x)}{x - \sin x}.$$

**Svolgimento e risposta.**

9. (p. 3) Dire se la funzione

$$f(x) = \sqrt{25x^2 + x + 1}$$

ammette asintoto per  $x \rightarrow +\infty$  e, in caso affermativo, determinarlo.

**Svolgimento e risposta.**

10. (p. 1) Studiare la convergenza del seguente integrale improprio:

$$\int_0^{+\infty} \sqrt{\frac{x+3}{x^2+1}} dx .$$

**Svolgimento e risposta.**

11. (p. 3) Calcolare il seguente integrale:

$$\int_1^4 \frac{1}{\sqrt{x}(1+x)} dx .$$

**Svolgimento e risposta.**

12. (p. 2) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(2x) \cos x dx .$$

**Svolgimento e risposta.**