

# Analisi Matematica 1 - 13/7/'15 - Compito 6

Cognome Nome, matricola, e-mail istituzionale : ...

1. (p. 5) Studiare la seguente funzione

$$f(x) = \frac{e^{x^2+x+1}}{x-1} ,$$

rispondendo alle seguenti domande:

- (a) (p. .1\*) determinare il dominio di  $f$ ;
- (b) (p. 1.9\*) calcolare i limiti di  $f$  nei punti frontiera del dominio (non sono necessari i passaggi formali);
- (c) (p. 3\*) studiare la monotonia di  $f$  determinando gli insiemi  $\mathcal{M}(\nearrow)$ ,  $\mathcal{M}(\searrow)$ ,  $\mathcal{M}(\rightarrow)$ ;

**Disegnare** approssimativamente il grafico di  $f$ . Si possono usare unità di misura diverse per i due assi.

**NB** (\*) I punti relativi alle singole domande sono assegnati solo se si disegna il grafico.

Per disegnare il grafico si può tenere conto dell'approssimazione:  $\frac{1-\sqrt{17}}{4} \approx -0.78$ ,  $\frac{1+\sqrt{17}}{4} \approx 1.28$ ,  $f(\frac{1-\sqrt{17}}{4}) \approx -1.29$ ,  $f(\frac{1+\sqrt{17}}{4}) \approx 179.71$ .

**Svolgimento e risposta.**

2. (p. 2) Studiare la convergenza della seguente serie:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\sqrt{1 + \frac{1}{n^4}} - 1}.$$

**Svolgimento e risposta.**

3. (p. 3) Risolvere la seguente equazione complessa, esprimendo le soluzioni per radicali, cioè senza l'uso di funzioni trascendenti::

$$z^2 = \sqrt{3} + i.$$

**Suggerimento.** Si utilizzino le formule di bisezione.

**Svolgimento e risposta.**

4. (p. 2) Studiare la seguente serie di potenze:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 2^n + n^4 + 1}{n 3^n + n^2 + 1} z^n.$$

**Svolgimento e risposta.**

5. (p. 3) Sia  $f$  la funzione reale di variabile reale definita naturalmente dalla relazione

$$f(x) = \log(\sqrt{x^2 - 4} - x + 1);$$

- (a) determinare il dominio naturale di  $f$ ;
- (b) determinare l'insieme  $D$  degli  $x \in \text{dom}(f)$  nei quali  $f$  è derivabile rispetto a  $\overline{\mathbf{R}}$  e in tali  $x$  calcolare la derivata di  $f$  rispetto a  $\overline{\mathbf{R}}$ .

**Svolgimento e risposta.**

6. (p. 3) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\operatorname{Arctg} x}{x} \right)^{\frac{1}{1 - \cos x}}.$$

**Svolgimento e risposta.**

7. (p. 1) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x e^{-x} + \sin x + \sqrt{x}}{\operatorname{Arctg} x^2 + \log x + 1}.$$

**Svolgimento e risposta.**

8. (p. 4) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + 2x} \log(1 + 3x) - \sin(3x - \frac{3}{2}x^2)}{2x - \sin(2x)}.$$

**Svolgimento e risposta.**

9. (p. 2) Studiare la convergenza del seguente integrale improprio:

$$\int_1^{+\infty} \frac{1}{2^x \sqrt{x-1}} dx .$$

**Svolgimento e risposta.**

10. (p. 1) Calcolare il seguente integrale:

$$\int_2^3 \frac{1}{x \log^2 x} dx .$$

**Svolgimento e risposta.**

11. (p. 3) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^{\frac{1}{4}} \operatorname{Arcsin}(2x) dx .$$

**Svolgimento e risposta.**

12. (p. 4) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 \frac{1-2^x}{1+2^x} dx .$$

**Svolgimento e risposta.**