

Analisi Matematica 1 - 8/9/'15

Cognome Nome, matricola, e-mail istituzionale : ...

1. (p. 8) Studiare la seguente funzione

$$f(x) = (2x + 3) \log^3(2x + 3),$$

rispondendo alle seguenti domande:

- (a) (p. .1*) determinare il dominio di f ;
- (b) (p. 0.9*) calcolare i limiti di f nei punti frontiera del dominio (non sono necessari i passaggi formali);
- (c) (p. 3*) studiare la monotonia di f determinando gli insiemi $\mathcal{M}(\nearrow)$, $\mathcal{M}(\searrow)$, $\mathcal{M}(\rightarrow)$;
- (d) (p. 1*) determinare il prolungamento continuo di f in $-\frac{3}{2}$ e studiarne la derivabilità rispetto a $\overline{\mathbf{R}}$ in $-\frac{3}{2}$;
- (e) (p. 3*) studiare la convessità di f determinando gli insiemi $\mathcal{C}(\uparrow)$, $\mathcal{C}(\downarrow)$, $\mathcal{C}(\dagger)$.

Disegnare approssimativamente il grafico di f .

NB (*) I punti relativi alle singole domande sono assegnati solo se si disegna il grafico.

Per disegnare il grafico si può tenere conto dell'approssimazione: $\frac{e^{-3}-3}{2} \approx -1.48$, $\frac{27}{e^3} \approx 1.34$, $\frac{e^{-2}-3}{2} \approx -1.43$, $\frac{8}{e^2} \approx 1.08$.

Svolgimento e risposta.

2. (p. 3) Studiare la convergenza della seguente serie:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n + \log n}{n^2 + 3 \log n} .$$

Suggerimento. Non essendo la serie a termini positivi, non si può usare il criterio del confronto; ci si può ricondurre in altra maniera ad una serie nota.

Svolgimento e risposta.

3. (p. 2) Risolvere la seguente equazione complessa, esprimendo le soluzioni per radicali, cioè senza l'uso di funzioni trascendenti:

$$z^2 = 1 + \sqrt{3}i .$$

Svolgimento e risposta.

4. (p. 1) Risolvere la seguente disequazione:

$$\frac{x+3}{x+1} < x .$$

Svolgimento e risposta.

5. (p. 1) Sia f la funzione reale di variabile reale definita naturalmente dalla relazione

$$f(x) = 2^{x \operatorname{Arctg}(\sqrt{x} \log x)} ;$$

- (a) determinare il dominio naturale di f ;
- (b) calcolare la derivata di f nei punti di $\operatorname{dom}(f)$ (non è necessario semplificare il risultato).

Svolgimento e risposta.

6. (p. 1) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(|x|^{\frac{3}{2}} - x^3 \right) e^{\frac{x+1}{x+3}}.$$

Svolgimento e risposta.

7. (p. 3) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + e^{2x} - e^{3x}}{3 \log \cos x}.$$

Svolgimento e risposta.

8. (p. 4) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{x^3 + x + 1} - \sqrt[5]{x^5 + 3x^3 + x}}{\sqrt[4]{x^4 + x^2 + 1} - x}.$$

Svolgimento e risposta.

9. (p. 4) Calcolare il seguente integrale:

$$\int_{\log 2}^{\log 5} \frac{e^{2x}}{\sqrt{e^x - 1}} dx .$$

Svolgimento e risposta.

10. (p. 3) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 \frac{x^2 + 1}{x^2 + 3x + 2} dx .$$

Svolgimento e risposta.

11. (p. 3) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 \operatorname{Argsh}(2x) dx .$$

Svolgimento e risposta.