

[1]. (***) **Teorema: principio di sostituzione nei limiti.** Sia $X \in \mathcal{T}_R$; sia $A \subset X$; sia $a \in \overline{A}$; siano $f, g : A \longrightarrow \mathbf{R}$; ...
RISPOSTA

[2]. (**) **Definizione di estremo inferiore di una funzione.** Sia A un insieme; sia $f : A \longrightarrow \mathbf{R}$; sia $\alpha \in \mathbf{R}$; si dice che α è estremo inferiore di f se ...
RISPOSTA

[3]. (**) **Teorema sul criterio del confronto asintotico per integrali impropri su semirette positive con funzioni di ordine asintotico inferiore.** Sia $a \in \mathbf{R}$; siano $f, g : [a, +\infty[\longrightarrow \mathbf{R}$; siano f, g continue; siano $f \geq 0, g \geq 0$; sia $f(x) \preceq_{x \rightarrow +\infty} g(x)$; allora ...
RISPOSTA

[4]. (*) **Teorema sulla linearità per gli integrali impropri.** Sia $a \in \mathbf{R}$; siano $f, g : [a, +\infty[\longrightarrow \mathbf{R}$; siano f, g continue; sia $t \in \mathbf{R}$; gli integrali impropri su di una semiretta positiva $\int_a^{+\infty} f$ e $\int_a^{+\infty} g$ siano convergenti; allora si ha ...
RISPOSTA

[5]. (E) Dire il comportamento della serie $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1+n^3 5^n}{2+3n!}$ motivando la risposta.
RISPOSTA

[6]. (O) **Topologia di $\mathbf{R}^N$. Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. * Dare la definizione di punto interno ad un sottoinsieme di $\mathbf{R}^N$ e di interno di un sottoinsieme di $\mathbf{R}^N$.
2. * Dare la definizione di punto aderenza (o di chiusura) per un sottoinsieme di $\mathbf{R}^N$ e di chiusura di un sottoinsieme di $\mathbf{R}^N$.
3. * Dare la definizione di punto di frontiera di un sottoinsieme di $\mathbf{R}^N$ e di frontiera di un sottoinsieme di $\mathbf{R}^N$.
4. * Dare la definizione di punto isolato di un sottoinsieme di $\mathbf{R}^N$,
5. *** Enunciare e dimostrare il teorema sul rapporto fra continuità e derivabilità.

RISPOSTA

Cognome

Nome

Matricola

Codice ESEMPIO 2

[1]. (***) **Significato geometrico di t argomento di un numero complesso.** Sia $z \in \mathbb{C}^*$; sia $t \in \mathbb{R}$; allora t è un argomento di z geometricamente significa che ...

RISPOSTA

[2]. (**) **Definizione del numero di Nepero.** Si pone $e = \dots$

RISPOSTA

[3]. (**) **Definizione di minorante.** Sia $A \subset \mathbb{R}$; sia $m \in \mathbb{R}$; si dice che m è minorante di A se ...

RISPOSTA

[4]. (*) **Teorema sulla potenza di esponente naturale di un prodotto.** Siano $x, y \in \mathbb{R}$; sia $n \in \mathbb{N}$; allora si ha $(xy)^n = \dots$

RISPOSTA

[5]. (E) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 \frac{1}{2x^2 + 1}, dx .$$

RISPOSTA

[6]. (O) **Numeri reali. Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. * Dare la definizione di grado di un polinomio.
2. * Dare la definizione di funzione polinomiale ed enunciare il teorema sul principio di identità dei polinomi.
3. ** Dare la definizione di quoziente e di resto per la divisione di polinomi.
4. ** Dare la definizione di divisibilità fra polinomi.
5. *** Enunciare e dimostrare il teorema sul rapporto fra continuità e derivabilità.

RISPOSTA

[1]. (***) **Definizione di valore di un integrale improprio su una semiretta positiva convergente.** (Se nella definizione si utilizza la funzione integrale parziale $s(x)$, esplicitarne il valore in x). Sia $a \in \mathbf{R}$; sia $f : [a, +\infty[\rightarrow \mathbf{R}$; sia f continua; supponiamo che l'integrale improprio su una semiretta positiva $\int_a^{+\infty} f$ sia convergente; allora il valore dell'integrale improprio è ...

RISPOSTA

[2]. (**) **Teorema sulla equivalenza asintotica fondamentale su $\operatorname{sh} x$.** Per $x \rightarrow 0$, a che cosa è equivalente $\operatorname{sh} x$?

RISPOSTA

[3]. (**) **Teorema sul confronto asintotico fra infinitesimi di potenze e di esponenziali per $x \rightarrow -\infty$.** Sia $\alpha \in \mathbf{R}_+^*$; sia $a \in \mathbf{R}$, $a > 1$; che relazioni di trascurabilità sussistono fra le funzioni $\frac{1}{|x|^\alpha}$ e a^x per $x \rightarrow -\infty$.

RISPOSTA

[4]. (*) **Definizione di proiezione p_i .** Sia $i = 1, 2, \dots, N$; la proiezione p_i è la funzione ...

RISPOSTA

[5]. (E) Dire il comportamento della serie $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1+n^{35^n}}{2+3n!}$ motivando la risposta.

RISPOSTA

[6]. (O) **Sviluppi in serie. Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. ** Definire il coefficiente binomiale $\binom{a}{n}$, con $a \in \mathbf{R}$.
2. ** Enunciare il teorema sullo sviluppo in serie di $(1+x)^a$.
3. ** Dedurre dallo sviluppo in serie, le equivalenze asintotiche e lo sviluppo asintotico di $(1+x)^a$.
4. *** Dare la definizione di rapporto incrementale di una funzione in un punto. Spiegare e giustificare il significato geometrico di rapporto incrementale di una funzione in un punto.
5. *** Enunciare e dimostrare il teorema sulla relazione fra estremante relativo e derivata prima.

RISPOSTA

[1]. (***) **Definizione di integrale improprio su una semiretta positiva convergente.** (Se nella definizione si utilizza la funzione integrale parziale $s(x)$, esplicitarne il valore in x). Sia $a \in \mathbf{R}$; sia $f : [a, +\infty[\rightarrow \mathbf{R}$; sia f continua; si dice che l'integrale improprio su una semiretta positiva $\int_a^{+\infty} f$ è convergente se ...

RISPOSTA

[2]. (**) **Teorema sulla derivata della somma di due funzioni.** Sia $A \subset \mathbf{R}$; siano $f, g : A \rightarrow \mathbf{R}$; siano f, g derivabili in a ; allora $f + g$ è derivabile in a e si ha $(f + g)'(a) = \dots$

RISPOSTA

[3]. (**) **Definizione di funzione derivabile in un punto rispetto a $\overline{\mathbf{R}}$.** Sia $A \subset \mathbf{R}$; sia $f : A \rightarrow \mathbf{R}$; sia a un punto non isolato di A ; si dice che f è derivabile rispetto ad $\overline{\mathbf{R}}$ in a se ...

RISPOSTA

[4]. (*) **Definizione di reciproco.** Sia $x \in \mathbf{R}$; sia $x \neq 0$; allora il reciproco di x è ...

RISPOSTA

[5]. (E) Dire il comportamento della serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n - 5n^2}{n^5}$ motivando la risposta.

RISPOSTA

[6]. (O) **Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. ** Enunciare e dimostrare il teorema sulla derivata del reciproco moltiplicativo di una funzione. Enunciare il teorema sulla derivata del quoziente di due funzioni.
2. ** Enunciare il teorema sulla derivata della composizione di due funzioni.
3. ** Enunciare e dimostrare il teorema sulla derivata della funzione seno iperbolico.

RISPOSTA

[1]. (***) **Definizione di valore di un integrale improprio su una semiretta positiva convergente.** (Se nella definizione si utilizza la funzione integrale parziale $s(x)$, esplicitarne il valore in x). Sia $a \in \mathbf{R}$; sia $f : [a, +\infty[\rightarrow \mathbf{R}$; sia f continua; supponiamo che l'integrale improprio su una semiretta positiva $\int_a^{+\infty} f$ sia convergente; allora il valore dell'integrale improprio è ...

RISPOSTA

[2]. (**) **Teorema sull'espressione dell'esponenziale come potenza di base e .** Sia $w \in \mathbf{C}$; allora si ha ...

RISPOSTA

[3]. (**) **Definizione di integrale improprio su un intervallo limitato aperto a destra convergente.** Siano $a, b \in \mathbf{R}$; sia $a < b$; sia $f : [a, b[\rightarrow \mathbf{R}$; sia f continua; si dice che l'integrale improprio su un intervallo limitato aperto a destra $\int_a^b f$ è convergente se ...

RISPOSTA

[4]. (*) **Definizione di norma in $\mathbf{R}^N$.** Sia $x = (x_1, x_2, \dots, x_N) \in \mathbf{R}^N$; definire $\|x\|$.

RISPOSTA

[5]. (E) Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{Arctg} x}{\sqrt[3]{1 + x^3} - 1}.$$

RISPOSTA

[6]. (O) **Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. ** Dare la definizione di punto di massimo e di punto di minimo relativo per una funzione.
2. *** Enunciare e dimostrare il teorema sulla relazione fra estremante relativo e derivata prima.
3. ** Enunciare e dimostrare il teorema sulla approssimazione dell'incremento di una funzione mediante $hf'(a)$. Espressione del teorema con il simbolo di Landau $o(h)$.

RISPOSTA

[1]. (***) **Definizione di rapporto incrementale.** Sia $A \subset \mathbf{R}$; sia a un punto non isolato di A ; sia $f : A \longrightarrow \mathbf{R}$; sia $h \in -a + A$; allora il rapporto incrementale di f in a applicato ad h , $r(h)$, è uguale a ...

RISPOSTA

[2]. (**) **Teorema sulla caratterizzazione della convergenza per una successione.** Sia $X \in \mathcal{T}_R$; sia $(a_n)_{n \in N}$ una successione di punti di X ; sia $l \in X$; caratterizzare (utilizzando quantificatori, intorno, indici) la relazione

$$a_n \longrightarrow_{n \rightarrow \infty} l .$$

RISPOSTA

[3]. (**) **Teorema sul comportamento della serie armonica.** La serie armonica $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ è ...

RISPOSTA

[4]. (*) **Teorema sul logaritmo di 1.** Si ha $\log 1 = \dots$

RISPOSTA

[5]. (E) Determinare il dominio naturale della seguente funzione reale di variabile reale

$$f(x) = \log \log \log x .$$

RISPOSTA

[6]. (O) **Serie di potenze. Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. * Enunciare il teorema che permette di definire il raggio di convergenza di una serie di potenze. Definire il raggio ed il cerchio di convergenza di una serie di potenze.
2. * Enunciare il teorema sulla continuità della somma di una serie di potenze.
3. * Enunciare e dimostrare il teorema sul raggio di convergenza della serie di potenze $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} z^n$.
4. *** Enunciare e dimostrare il teorema sul rapporto fra estremanti relativi e derivata prima.

RISPOSTA

[1]. (***) **Teorema su funzioni strettamente crescenti e segno della derivata.** Sia I un intervallo non degenere di $\mathbf{R}$; sia $f : I \longrightarrow \mathbf{R}$; sia f continua su I ; sia f derivabile su $\overset{\circ}{I}$; allora si ha ...

RISPOSTA

[2]. (**) **Definizione di potenza di esponente complesso.** Sia $x \in \mathbf{R}_+^*$; sia $z \in \mathbf{C}$; allora x^z è posto uguale a ...

RISPOSTA

[3]. (**) **Definizione di funzione strettamente crescente.** Sia $A \subset \mathbf{R}$; sia $f : A \longrightarrow \mathbf{R}$; si dice che f è strettamente crescente se ...

RISPOSTA

[4]. (*) **Esercizio.** Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int \operatorname{tg} x \, dx .$$

RISPOSTA

[5]. (E) Calcolare la derivata della funzione $f(x) = \sqrt{\sin x^3 + 5}$.

RISPOSTA

[6]. (O) **Primitive ed integrali. Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. ** Enunciare e dimostrare il teorema sugli integrali indefiniti $\int \frac{1}{\cos^2 x} \, dx$ e $\int \frac{1}{(\sin x)^2} \, dx$.
2. * Calcolare il seguente integrale indefinito $\int \operatorname{ctg}^2 x \, dx$.
3. ** Enunciare il teorema sulla primitiva di $(f \circ \varphi) \cdot \varphi'$.
4. * Calcolare il seguente integrale indefinito $\int \operatorname{ch}^3 x \, dx$.
5. *** Enunciare e dimostrare il teorema sulla relazione fra estremante relativo e derivata prima.

RISPOSTA

[1]. (***) **Teorema sulla relazione fra continuità e derivabilità.** Sia $A \subset \mathbf{R}$; sia a un punto non isolato di A ; sia $f : A \longrightarrow \mathbf{R}$; che relazione sussiste fra derivabilità in a e continuità in a ?

RISPOSTA

[2]. (**) **Definizione di valore assoluto.** Sia $x \in \mathbf{R}$; definire $|x|$.

RISPOSTA

[3]. (**) **Teorema: formula d'Eulero.** Sia $z \in \mathbf{C}$; esprimere $\sin z$ attraverso l'esponenziale.

RISPOSTA

[4]. (*) **Definizione del discriminante di un polinomio di secondo grado.** Siano $a, b, c \in \mathbf{R}$; sia $a \neq 0$; il discriminante del polinomio $ax^2 + bx + c$ è uguale a ...

RISPOSTA

[5]. (E) Risolvere la seguente disequazione

$$\begin{cases} x^2 + 3x + 2 > 0 \\ -2x + 7 < 0 \end{cases}.$$

RISPOSTA

[6]. (O) **Numeri reali. Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. *** Dare la definizione di estremo superiore di un insieme di numeri reali.
2. * Dare la definizione di radice di un polinomio.
3. * Enunciare il teorema che lega le radici di un polinomio con la divisibilità per $x - a$.
4. * Dare la definizione di radice di molteplicità m .
5. *** Enunciare e dimostrare il teorema sul rapporto fra continuità e derivabilità.

RISPOSTA

[1]. (***) **Definizione di valore di un integrale improprio su una semiretta positiva convergente.** (Se nella definizione si utilizza la funzione integrale parziale $s(x)$, esplicitarne il valore in x). Sia $a \in \mathbf{R}$; sia $f : [a, +\infty[\rightarrow \mathbf{R}$; sia f continua; supponiamo che l'integrale improprio su una semiretta positiva $\int_a^{+\infty} f$ sia convergente; allora il valore dell'integrale improprio è ...

RISPOSTA

[2]. (**) **Teorema sul criterio del confronto asintotico per integrali impropri su semirette positive con funzioni di ordine asintotico inferiore.** Sia $a \in \mathbf{R}$; siano $f, g : [a, +\infty[\rightarrow \mathbf{R}$; siano f, g continue; siano $f \geq 0, g \geq 0$; sia $f(x) \preceq_{x \rightarrow +\infty} g(x)$; allora ...

RISPOSTA

[3]. (**) **Teorema sulla primitiva di $(f \circ \varphi) \cdot \varphi'$.** Sia $A \subset \mathbf{R}$; sia $\varphi : A \rightarrow \mathbf{R}$; sia $B \subset \mathbf{R}$; sia $\varphi(A) \subset B$; siano $f, F : B \rightarrow \mathbf{R}$; siano A e B privi di punti isolati; sia φ derivabile; sia F una primitiva di f ; allora ...

RISPOSTA

[4]. (*) **Definizione di intervallo chiuso** Siano $a, b \in \overline{\mathbf{R}}$; sia $a \leq b$; si pone $[a, b] = \dots$

RISPOSTA

[5]. (E) Risolvere la seguente equazione reale e determinare la molteplicità delle radici

$$x^4 + x^2 - 12 = 0 .$$

RISPOSTA

[6]. (O) **Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. ** Enunciare e dimostrare il teorema sulla approssimazione dell'incremento di una funzione mediante $hf'(a)$. Espressione dell'incremento con il simbolo di Landau $o(h)$.
2. ** Enunciare e dimostrare il teorema sulla derivata della somma di due funzioni. Enunciare il teorema sulla derivata di una costante per una funzione.
3. ** Enunciare e dimostrare il teorema sulla derivata della funzione coseno.

RISPOSTA

[1]. (***) **Teorema sulla completezza di $\mathbf{R}$ rispetto all'ordine.** Sia $A \subset \mathbf{R}$; sia $A \neq \emptyset$; ...

RISPOSTA

[2]. (**) **Teorema sulla derivata della funzione tangente.** Si ha $\frac{d}{dx} \operatorname{tg} x = \dots$

RISPOSTA

[3]. (**) **Teorema sul confronto asintotico fra potenze di esponente intero per $x \rightarrow +\infty$.** Siano $n, m \in \mathbf{Z}$; sia $n < m$; che relazioni di trascurabilità sussistono fra le funzioni x^n e x^m per $x \rightarrow +\infty$.

RISPOSTA

[4]. (*) **Teorema sulla somma di una funzione con una funzione trascurabile.** Sia $X \in \mathcal{T}_R$; sia $A \subset X$; sia $a \in \overline{A}$; siano $f, g : A \longrightarrow \mathbf{R}$; sia $g \ll_a f$; allora si ha $(f + g) \dots$

RISPOSTA

[5]. (E) Calcolare il seguente limite $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 2n + 3^n}{5^n - n!}$.

RISPOSTA

[6]. (O) **Primitive ed integrali. Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. * Calcolare $\int \cos^2 x \, dx$
2. * Enunciare il teorema sulla formula di Taylor con resto di Lagrange.
3. *** Dare la definizione di integrale definito.
4. ** Enunciare e dimostrare il teorema sulla linearità dell'integrale.
5. *** Enunciare e dimostrare il teorema sulla relazione fra continuità e derivabilità.

RISPOSTA

[1]. (***) **Teorema su funzioni strettamente crescenti e segno della derivata.** Sia I un intervallo non degenere di $\mathbf{R}$; sia $f : I \longrightarrow \mathbf{R}$; sia f continua su I ; sia f derivabile su $\overset{\circ}{I}$; allora si ha ...

RISPOSTA

[2]. (**) **Teorema sulla derivata della funzione inversa di una funzione strettamente decrescente per un punto in cui la derivata della funzione è 0.** Sia I un intervallo non degenere di $\mathbf{R}$; sia $f : I \longrightarrow \mathbf{R}$; sia f continua e strettamente decrescente; sia $a \in I$; sia f derivabile in a rispetto ad $\overline{\mathbf{R}}$; sia $f'(a) = 0$; allora f^{-1} è derivabile rispetto ad $\overline{\mathbf{R}}$ in $f(a)$ e si ha ...

RISPOSTA

[3]. (**) **Teorema sul criterio del confronto per gli integrali impropri su semirette positive.** Sia $a \in \mathbf{R}$; siano $f, g : [a, +\infty[\longrightarrow \mathbf{R}$; siano f, g continue; siano $f \geq 0, g \geq 0$; sia $f \leq g$; allora ...

RISPOSTA

[4]. (*) **Definizione di opposto.** Sia $x \in \mathbf{R}$; allora l'opposto di x è ...

RISPOSTA

[5]. (E) Calcolare il seguente limite $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 - 2^n}{n^4 + 2^n}$.

RISPOSTA

[6]. (O) **Funzioni elementari reali. Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. * Dare la definizione di π .
2. ** Tracciare il grafico della funzione seno.
3. ** Scrivere la relazione fra punti con uguale seno.
4. *** Dare la definizione di rapporto incrementale di una funzione in un punto. Spiegare e giustificare il significato geometrico di rapporto incrementale di una funzione in un punto.
5. ** Enunciare e dimostrare il teorema di Lagrange (o del valor medio). Spiegare il significato geometrico del teorema di Lagrange.

RISPOSTA

[1]. (***) **Teorema sulla completezza di $\mathbf{R}$ rispetto all'ordine.** Sia $A \subset \mathbf{R}$; sia $A \neq \emptyset$; ...

RISPOSTA

[2]. (**) **Definizione di infinito.** Sia $X \in \mathcal{T}_R$; sia $A \subset X$; sia $a \in \overline{A}$; sia $f : A \longrightarrow \mathbf{R}$; si dice che f è infinita in a se ...

RISPOSTA

[3]. (**) **Teorema sulla derivata del prodotto di due funzioni.** Sia $A \subset \mathbf{R}$; siano $f, g : A \longrightarrow \mathbf{R}$; siano f, g derivabili in a ; allora fg è derivabile in a e si ha $(fg)'(a) = \dots$

RISPOSTA

[4]. (*) **Definizione di funzione identica di $\mathbf{R}$ e suo grafico.** Definire la funzione identica di $\mathbf{R}$; tracciarne il grafico,

RISPOSTA

[5]. (E) Trovare l'interno di $\mathbf{N}$ (rispetto allo spazio topologico $\mathbf{R}$).

RISPOSTA

[6]. (O) **Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. ** Enunciare e dimostrare il teorema sulla derivata del reciproco moltiplicativo di una funzione. Enunciare il teorema sulla derivata del quoziente di due funzioni.
2. ** Enunciare il teorema sulla derivata della composizione di due funzioni.
3. ** Enunciare e dimostrare il teorema sulla derivata della funzione seno iperbolico.

RISPOSTA

[1]. (***) **Definizione di serie assolutamente convergente.** Sia $(a_n)_{n \in \mathbf{N}}$ una successione di numeri reali; si dice che la serie $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ è assolutamente convergente se ...

RISPOSTA

[2]. (**) **Teorema sull'integrale $\int x^n dx$, con $n \in \mathbf{N}$.** Per ogni $n \in \mathbf{N}$ si ha $\int x^n dx = \dots$

RISPOSTA

[3]. (**) **Teorema: formule di duplicazione per il coseno** Sia $x \in \mathbf{R}$; allora si ha $\cos(2x) = \dots$

RISPOSTA

[4]. (*) **L'insieme dei numeri reali considerato come sottoinsieme di $\mathbf{C}$.** Quando si considera l'insieme dei numeri reali come un sottoinsieme di $\mathbf{C}$, con il simbolo $\mathbf{R}$ si intende l'insieme ...

RISPOSTA

[5]. (E) Dire per quali valori di $x \in \mathbf{R}$ la serie $\sum_{n=0}^{\infty} (7x)^n$ è convergente; per tali x determinare la somma della serie.

RISPOSTA

[6]. (O) **Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. *** Dare la definizione di rapporto incrementale di una funzione in un punto. Spiegare e giustificare il significato geometrico di rapporto incrementale di una funzione in un punto.
2. *** Dare la definizione di funzione derivabile in un punto e di derivata di una funzione in un punto.
3. * Dare la definizione di funzione derivabile in un insieme e di funzione derivata prima.
4. ** Enunciare e dimostrare il teorema sulla derivata di una costante.
5. * Enunciare e dimostrare il teorema sulla relazione fra estremanti relativi e derivate d'ordine superiore.

RISPOSTA

[1]. (***) **Teorema sulla completezza di $\mathbf{R}$ rispetto all'ordine.** Sia $A \subset \mathbf{R}$; sia $A \neq \emptyset$; ...

RISPOSTA

[2]. (**) **Definizione di somma fra numeri complessi.** Siano $(a, b), (c, d) \in \mathbf{C}$; definire $(a, b) + (c, d)$.

RISPOSTA

[3]. (**) **Teorema sull'integrale $\int (\alpha x + b)^n dx$, con $n \in \mathbf{Z}$.** $(\forall n \in \mathbf{Z}, n \neq -1)$ $(\forall \alpha \in \mathbf{R}^*)$ $(\forall b \in \mathbf{R})$ si ha $\int (\alpha x + b)^n dx = \dots$

RISPOSTA

[4]. (*) **Definizione di funzione derivabile in un insieme.** Sia $A \subset \mathbf{R}$; sia A privo di punti isolati; si dice che f è derivabile su A se ...

RISPOSTA

[5]. (E) Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int \sqrt{5x+3} dx .$$

RISPOSTA

[6]. (O) **Primitive ed integrali. Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. * Considerando la decomposizione di una funzione razionale in fratti semplici, come si calcolano $\int \frac{1}{x^2+px+q} dx$ e $\int \frac{ax+b}{x^2+px+q} dx$?
2. * Considerando la decomposizione di una funzione razionale in fratti semplici, con quale procedimento si calcolano $\int \frac{1}{(x^2+px+q)^n} dx$ e $\int \frac{ax+b}{(x^2+px+q)^n} dx$?
3. *** Dare la definizione di integrale definito.
4. ** Enunciare e dimostrare il teorema sulla linearità dell'integrale.
5. *** Enunciare e dimostrare il teorema sulla relazione fra continuità e derivabilità.

RISPOSTA

[1]. (***) **Significato geometrico dell'integrale di una funzione di segno qualunque.** Siano $a, b \in \mathbf{R}$; sia $a < b$; sia $f : [a, b] \longrightarrow \mathbf{R}$; sia f continua; allora $\int_a^b f$ rappresenta ...

RISPOSTA

[2]. (**) **Definizione di** $\sin z$. Sia $z \in \mathbf{C}$; definire $\sin z$.

RISPOSTA

[3]. (**) **Definizione di** $\operatorname{Arcsin} y$. Sia $y \in \mathbf{R}$; supponiamo (esplicitate l'ipotesi su y) ...

RISPOSTA

[4]. (*) **Teorema sulla radice n -esime di 0.** Sia $n \in \mathbf{N}^*$; sia $z \in \mathbf{C}$; allora z è una radice n -esima di 0 se e solo ...

RISPOSTA

[5]. (E) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 \frac{x}{x+2} dx .$$

RISPOSTA

[6]. (O) **Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. * Dare la definizione di incremento di una funzione in un punto. Dare la definizione di punto isolato di un insieme e di traslato di un insieme.
2. *** Dare la definizione di rapporto incrementale di una funzione in un punto. Spiegare e giustificare il significato geometrico di rapporto incrementale di una funzione in un punto.
3. *** Dare la definizione di funzione derivabile in un punto e di derivata di una funzione in un punto.
4. * Dare la definizione di funzione derivabile in un insieme e di funzione derivata prima.
5. * Enunciare e dimostrare il teorema sulla relazione fra estremanti relativi e derivate d'ordine superiore.

RISPOSTA