Analisi Matematica 1 - 26/1/'16 - Compito 2 - Versione 1

Cognome Nome, matricola, e-mail istituzionale : ...

1. (p. 6) Studiare la seguente funzione
$$f(x) = \frac{e^x}{x-2} \ ,$$
rispondendo alle seguenti domande:

   (a) (p. .1*) determinare il dominio di f;

   (b) (p. 0.9*) calcolare i limiti di f nei punti frontiera del dominio (non sono necessari i passaggi formali);

   (c) (p. 3*) studiare la monotonia di f determinando gli insiemi $\mathcal{M}(\nearrow)$, $\mathcal{M}(\searrow)$, $\mathcal{M}(\rightarrow)$;

   (d) (p. 2) studiare la convessità di f determinando gli insiemi $\mathcal{C}(\uparrow)$, $\mathcal{C}(\downarrow)$, $\mathcal{C}(\updownarrow)$.

   Disegnare approssimativamente il grafico di f. Si possono usare unità di misura diverse per i due assi.

   NB (*) I punti relativi alle singole domande sono assegnati solo se si disegna il grafico.

   Per disegnare il grafico si può tenere conto dell'approssimazione: $e^3 \approx 20.09$.

   Svolgimento e risposta.

2. (p. 3) Studiare la convergenza della seguente serie:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\operatorname{sh}\frac{1}{n}-\sin\frac{1}{n}\right) .$$

Svolgimento e risposta.

3. (p. 2) Risolvere la seguente disequazione:

$$\frac{x}{x+1} > \frac{1}{x} .$$

Svolgimento e risposta.

4. (p. 3) Risolvere la seguente equazione complessa esprimendo le soluzioni per radicali, cioè senza l'uso di funzioni trascendenti:

$$z^5 + iz = 0 .$$

Svolgimento e risposta.

5. (p. 1) Sia f la funzione reale di variabile reale definita naturalmente dalla relazione

$$f(x) = \sqrt{\cos^2 x \sin x + x^2} ;$$

calcolare la derivata di f nei punti $x \in \operatorname{dom}(f)$ tali che $\cos^2 x \sin x + x^2 > 0$.

Svolgimento e risposta.

6. (p. 2) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x^2 e^{-x} + 1 + x\sqrt{x}}{x\log x + \cos^2 x} \,.$$

Svolgimento e risposta.

7. (p. 3) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x^2}{\int_0^x t(\sqrt[3]{1+t^2}-1)\,dt} \,.$$

Svolgimento e risposta.

8. (p. 4) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin x \,\mathrm{sh}(3x)\log(1+2x) - \mathrm{sh}\, x \sin(2x)\log(1+3x) - 3\sin x^4}{\sqrt{1+x^5}-1} \,.$$

Svolgimento e risposta.

9. (p. 4) Dire se il seguente integrale improprio è convergente e, in caso affermativo, determinarne il valore:

$$\int_0^1 (2x+1)\log x \, dx \, .$$

NB Si chiede di non usare formule che diano direttamente le primitive di della funzione da integrare.

Svolgimento e risposta.

10. (p. 1) Calcolare il seguente integrale:

$$\int_1^2 \frac{\log^4 x}{x} \, dx \, .$$

Svolgimento e risposta.

11. (p. 4) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 \sqrt{\frac{x+3}{x+1}} \, dx \, .$$

Svolgimento e risposta.

Analisi Matematica 1 - 26/1/'16 - Compito 2 - Versione 2

Cognome Nome, matricola, e-mail istituzionale : ...

1. (p. 6) Studiare la seguente funzione
$$f(x) = \frac{e^{-x}}{x+3} \ ,$$
rispondendo alle seguenti domande:

   (a) (p. .1*) determinare il dominio di f;

   (b) (p. 0.9*) calcolare i limiti di f nei punti frontiera del dominio (non sono necessari i passaggi formali);

   (c) (p. 3*) studiare la monotonia di f determinando gli insiemi $\mathcal{M}(\nearrow)$, $\mathcal{M}(\searrow)$, $\mathcal{M}(\rightarrow)$;

   (d) (p. 2) studiare la convessità di f determinando gli insiemi $\mathcal{C}(\uparrow)$, $\mathcal{C}(\downarrow)$, $\mathcal{C}(\updownarrow)$.

   Disegnare approssimativamente il grafico di f. Si possono usare unità di misura diverse per i due assi.

   NB (*) I punti relativi alle singole domande sono assegnati solo se si disegna il grafico.

   Per disegnare il grafico si può tenere conto dell'approssimazione: $e^4 \approx 54.60$.

   Svolgimento e risposta.

2. (p. 3) Studiare la convergenza della seguente serie:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\operatorname{ch}\frac{1}{n} - \cos\frac{1}{n}}\ .$$

Svolgimento e risposta.

3. (p. 2) Risolvere la seguente disequazione:

$$\frac{x}{x-1} < -\frac{1}{x}\ .$$

Svolgimento e risposta.

4. (p. 3) Risolvere la seguente equazione complessa esprimendo le soluzioni per radicali, cioè senza l'uso di funzioni trascendenti:

$$z^5 - iz = 0\ .$$

Svolgimento e risposta.

5. (p. 1) Sia f la funzione reale di variabile reale definita naturalmente dalla relazione

$$f(x) = \sqrt{\sin^2 x \cos x + x}\ ;$$

calcolare la derivata di f nei punti $x \in \operatorname{dom}(f)$ tali che $\sin^2 x \cos x + x > 0$.

Svolgimento e risposta.

6. (p. 2) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{x^2 e^{-x} + \sin^2 x + x\sqrt{|x|}}{x^4 \log|x| + 1 + 3xe^{-x}} \ .$$

Svolgimento e risposta.

7. (p. 3) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x\to 0} \frac{\int_0^x t(\sqrt[5]{1+5t^2}-1)\,dt}{(1-\cos x)^2} \ .$$

Svolgimento e risposta.

8. (p. 4) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{sh} x \sin(3x)\log(1+2x) - \sin x \operatorname{sh}(6x)\log(1+x) + 3\sin x^4}{\sqrt[5]{1+5x^5}-1} \ .$$

Svolgimento e risposta.

9. (p. 4) Dire se il seguente integrale improprio è convergente e, in caso affermativo, determinarne il valore:

$$\int_0^1 (3x-2)\log x \, dx \; .$$

NB Si chiede di non usare formule che diano direttamente le primitive di della funzione da integrare.

Svolgimento e risposta.

10. (p. 1) Calcolare il seguente integrale:

$$\int_1^2 \frac{\sqrt{\log x}}{x} \, dx \; .$$

Svolgimento e risposta.

11. (p. 4) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 \sqrt{\frac{4x+1}{x+1}} \, dx \; .$$

Svolgimento e risposta.