

Analisi Matematica 1 - 11/7/'16 - Compito 6

Cognome Nome, matricola, e-mail istituzionale : ...

1. (p. 7) Studiare la seguente funzione

$$f(x) = |x + 2|e^x,$$

rispondendo alle seguenti domande:

- (a) (p. .1*) determinare il dominio di f ;
- (b) (p. 0.9*) calcolare i limiti di f nei punti frontiera del dominio (non sono necessari i passaggi formali);
- (c) (p. 3*) studiare la monotonia di f determinando gli insiemi $\mathcal{M}(\nearrow)$, $\mathcal{M}(\searrow)$, $\mathcal{M}(\rightarrow)$;
- (d) (p. 1*) studiare la derivabilità rispetto a $\bar{\mathbf{R}}$ di f in -2 ;
- (e) (p. 2*) studiare la convessità di f determinando gli insiemi $\mathcal{C}(\uparrow)$, $\mathcal{C}(\downarrow)$, $\mathcal{C}(\dagger)$.

Disegnare approssimativamente il grafico di f . Si possono usare unità di misura diverse per i due assi.

NB (*) I punti relativi alle singole domande sono assegnati solo se si disegna il grafico. Si possono anche considerare opportune restrizioni di f e disegnare i grafici delle restrizioni, usando unità di misura diverse per i due assi. Si può anche disegnare un unico grafico, senza tenere conto della proporzionalità.

Per disegnare il grafico e per lo studio di funzione si può tenere conto dell'approssimazione: $\frac{1}{e^3} \approx 0.05$, $\frac{2}{e^4} \approx 0.04$.

Svolgimento e risposta.

2. (p. 3) Studiare la convergenza della seguente serie:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n-1}}{\sqrt{n^2+1} + \sqrt{n^2-1}}.$$

Svolgimento e risposta.

3. (p. 1) Risolvere la seguente equazione complessa:

$$z^2 = 6 - 32i.$$

Svolgimento e risposta.

4. (p. 2) Risolvere la seguente disequazione:

$$\sqrt{x+1} < x.$$

Svolgimento e risposta.

5. (p. 2) Sia f la funzione reale di variabile reale definita naturalmente dalla relazione

$$f(x) = (\operatorname{Arcsin} x)(\operatorname{Arctg} \sqrt{1-x^2});$$

- (a) determinare il dominio naturale di f ;
- (b) calcolare la derivata di f nei punti interni al dominio;
- (c) dire se f è derivabile rispetto a $\overline{\mathbf{R}}$ nei punti frontiera del dominio e in caso affermativo calcolare in tali punti la derivata di f rispetto a $\overline{\mathbf{R}}$.

NB. Nel calcolo della derivata si chiede di esplicitare i passaggi.

Svolgimento e risposta.

6. (p. 1) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{\sqrt{x}} + e^{-\sqrt{x}}}{(\sin x + 2) \log x^2}.$$

Svolgimento e risposta.

7. (p. 3) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2^{\sqrt{x}} - 2^{-\sqrt{x}}}{\log(1 + 3x) \cos x}.$$

Svolgimento e risposta.

8. (p. 4) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x \cos x \sqrt[3]{1 + 3x} - 1 - \log(1 + 2x)}{\operatorname{ch} x - 1}.$$

Svolgimento e risposta.

9. (p. 2) Calcolare il seguente integrale:

$$\int_0^1 \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + 1} dx .$$

Svolgimento e risposta.

10. (p. 4) Calcolare il seguente integrale:

$$\int_0^5 \sqrt{25 - x^2} dx .$$

Si chiede di non usare formule che danno direttamente la primitiva di $\sqrt{a^2 - x^2}$ o formule simili.

Svolgimento e risposta.

11. (p. 4) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin^2 x dx .$$

Si chiede di non usare formule che danno direttamente la primitiva di $x \cos(\alpha x)$ o formule simili.

Svolgimento e risposta.