

[1]. (***) **Definizione di valore di un integrale improprio su una semiretta positiva convergente.** (Se nella definizione si utilizza la funzione integrale parziale $s(x)$, esplicitarne il valore in x). Sia $a \in \mathbf{R}$; sia $f : [a, +\infty[\rightarrow \mathbf{R}$; sia f continua; supponiamo che l'integrale improprio su una semiretta positiva $\int_a^{+\infty} f$ sia convergente; allora il valore dell'integrale improprio è ...

RISPOSTA

[2]. (**) **Definizione di insieme limitato inferiormente.** Sia $A \subset \mathbf{R}$; si dice che A è limitato inferiormente se ...

RISPOSTA

[3]. (**) **Definizione di polinomio di Taylor di una funzione.** Sia I un intervallo non degenere di \mathbf{R} ; sia $a \in I$; sia $f : I \rightarrow \mathbf{R}$; sia $n \in \mathbf{N}$; sia f derivabile n volte in a ; allora il polinomio di Taylor di f di punto iniziale a e di grado $\leq n$ è ...

RISPOSTA

[4]. (*) **Teorema sul seno e coseno di π .** Scrivere i valori del seno e del coseno in π .

RISPOSTA

[5]. (E) Calcolare la derivata della funzione

$$f(x) = \frac{x}{\log x}.$$

RISPOSTA

[6]. (O) **Funzioni elementari reali. Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. ** Dare la definizione di $\text{Arccos } y$.
2. ** Definire la funzione arcocoseno e tracciarne il grafico.
3. * Enunciare il teorema sulla derivata della funzione arcocoseno.
4. ** Enunciare e dimostrare il teorema sulla derivata del logaritmo.
5. *** Enunciare e dimostrare il teorema sulla relazione fra funzioni strettamente monotone e segno della derivata.

RISPOSTA

[1]. (***) **Definizione di somma parziale.** Sia $(a_n)_{n \in \mathbf{N}}$ una successione di numeri reali; sia $n \in \mathbf{N}$; allora la somma parziale s_n della serie $\sum_{k=0}^{\infty} a_k$ è uguale a ...

RISPOSTA

[2]. (**) **Definizione di radice n -esima aritmetica.** (esplicitando le ipotesi) Sia $x \in \mathbf{R}$; sia $n \in \mathbf{N}^*$; ...

RISPOSTA

[3]. (**) **Definizione di funzione strettamente crescente.** Sia $A \subset \mathbf{R}$; sia $f : A \rightarrow \mathbf{R}$; si dice che f è strettamente crescente se ...

RISPOSTA

[4]. (*) **Definizione di integrale improprio su una semiretta negativa divergente negativamente.** Sia $a \in \mathbf{R}$; sia $f :]-\infty, a] \rightarrow \mathbf{R}$; sia f continua; si dice che l'integrale improprio su una semiretta negativa $\int_{-\infty}^a f$ è divergente negativamente se ...

RISPOSTA

[5]. (E) Determinare la parte reale e la parte immaginaria di

$$\frac{2-i}{3+i}.$$

RISPOSTA

[6]. (O) **Argomento di un numero complesso. Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. ** Dare la definizione di radice n -esima di un numero complesso. Che cosa si può dire della radice n -esima di 0. Enunciare il teorema sulla radici n -esime di un numero complesso. Spiegare la posizione delle radici n -esime sul piano complesso.
2. *** Dare la definizione di rapporto incrementale di una funzione in un punto. Spiegare e giustificare il significato geometrico di rapporto incrementale di una funzione in un punto.
3. ** Enunciare e dimostrare il teorema sulle funzioni con derivata nulla.

RISPOSTA

[1]. (***) **Teorema su funzioni strettamente crescenti e segno della derivata.** Sia I un intervallo non degenere di \mathbf{R} ; sia $f : I \rightarrow \mathbf{R}$; sia f continua su I ; sia f derivabile su $\overset{\circ}{I}$; allora si ha ...

RISPOSTA

[2]. (**) **Teorema su integrale e relazione d'ordine.** Siano $a, b \in \mathbf{R}$; sia $a < b$; siano $f, g : [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$; siano f, g continue; sia $f \leq g$; allora risulta (scrivere che cosa si può dire dell'ordine fra gli integrali) ...

RISPOSTA

[3]. (**) **Definizione di funzione limitata superiormente.** Sia A un insieme; sia $f : A \rightarrow \mathbf{R}$; si dice che f è limitata superiormente se ...

RISPOSTA

[4]. (*) **Teorema sul $|x| = r$.** Sia $x \in \mathbf{R}$; sia $r \in \mathbf{R}_+$; allora si ha $|x| = r$ se e solo se ...

RISPOSTA

[5]. (E) Dire il comportamento della serie $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n}$ motivando la risposta.

RISPOSTA

[6]. (O) **Serie di potenze. Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. ** Enunciare il teorema sulle formule di Eulero esprimendo $\exp(iz)$ attraverso il seno ed in coseno, il coseno attraverso l'esponenziale ed il seno attraverso l'esponenziale.
2. ** Enunciare e dimostrare la proprietà fondamentale delle funzioni circolari su $\sin^2 z$ e $\cos^2 z$. Enunciare il teorema sulla proprietà corrispondente per le funzioni iperboliche.
3. ** Enunciare i teoremi sulle formule di addizione per le funzioni seno, coseno, seno iperbolico e coseno iperbolico.
4. * Enunciare i teoremi sulle formule di bisezione per le funzioni seno e coseno.
5. *** Enunciare e dimostrare il teorema su funzioni strettamente crescenti e segno della derivata.

RISPOSTA

[1]. (***) **Definizione di somma parziale.** Sia $(a_n)_{n \in \mathbf{N}}$ una successione di numeri reali; sia $n \in \mathbf{N}$; allora la somma parziale s_n della serie $\sum_{k=0}^{\infty} a_k$ è uguale a ...

RISPOSTA

[2]. (**) **Teorema sullo sviluppo asintotico di $(1+x)^a$.** Sia $a \in \mathbf{R}$; scrivere lo sviluppo asintotico per $x \rightarrow 0$ con resto trascurabile rispetto a x^n della funzione $(1+x)^a$.

RISPOSTA

[3]. (**) **Definizione di integrale improprio su un intervallo limitato aperto a sinistra convergente.** Siano $a, b \in \mathbf{R}$; sia $a < b$; sia $f :]a, b[\rightarrow \mathbf{R}$; sia f continua; si dice che l'integrale improprio su un intervallo limitato aperto a sinistra $\int_a^b f$ è convergente se ...

RISPOSTA

[4]. (*) **Grafico della funzione arcotangente.** Tracciare il grafico della funzione arcotangente, $f(x) = \text{Arctg } x$.

RISPOSTA

[5]. (E) Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int 2^x dx .$$

RISPOSTA

[6]. (O) **Sviluppi in serie. Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. ** Definire il coefficiente binomiale $\binom{a}{n}$, con $a \in \mathbf{R}$.
2. ** Enunciare il teorema sullo sviluppo in serie di $(1+x)^a$.
3. ** Dedurre dallo sviluppo in serie, le equivalenze asintotiche e lo sviluppo asintotico di $(1+x)^a$.
4. *** Dare la definizione di rapporto incrementale di una funzione in un punto. Spiegare e giustificare il significato geometrico di rapporto incrementale di una funzione in un punto.
5. *** Enunciare e dimostrare il teorema sulla relazione fra estremante relativo e derivata prima.

RISPOSTA

[1]. (***) **Definizione di serie convergente.** Sia $(a_n)_{n \in \mathbf{N}}$ una successione di numeri reali; si dice che la serie $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ è convergente se ...

RISPOSTA

[2]. (**) **Teorema sulla derivata della funzione inversa di una funzione per un punto in cui la derivata della funzione è diversa da 0.** Sia I un intervallo non degenere di \mathbf{R} ; sia $f : I \rightarrow \mathbf{R}$; sia f continua e iniettiva; sia $a \in I$; sia f derivabile in a rispetto ad $\overline{\mathbf{R}}$; sia $f'(a) \in \mathbf{R}^*$; allora f^{-1} è derivabile rispetto ad $\overline{\mathbf{R}}$ in $f(a)$ e si ha ...

RISPOSTA

[3]. (**) **Teorema sulla linearità dell'integrale.** Sia I un intervallo non degenere di \mathbf{R} ; siano $f, g : I \rightarrow \mathbf{R}$; siano f, g continue; sia $c \in \mathbf{R}$; siano $x, y \in I$; allora si ha a che cosa sono rispettivamente uguali gli integrali $\int_x^y (f + g)$ e $\int_x^y (cf)$?

RISPOSTA

[4]. (*) **Teorema sulla norma di un prodotto scalare (disuguaglianza di Cauchy-Schwarz).** Siano $x, y \in \mathbf{R}^N$; allora si ha

$|(x|y)| \dots$

RISPOSTA

[5]. (E) Risolvere la seguente equazione complessa

$$z^3 = 2i .$$

RISPOSTA

[6]. (O) **Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. * Dare la definizione di incremento di una funzione in un punto. Dare la definizione di punto isolato di un insieme e di traslato di un insieme.
2. *** Dare la definizione di rapporto incrementale di una funzione in un punto. Spiegare e giustificare il significato geometrico di rapporto incrementale di una funzione in un punto.
3. *** Dare la definizione di funzione derivabile in un punto e di derivata di una funzione in un punto.
4. ** Enunciare e dimostrare il teorema sulla derivata del reciproco.
5. * Enunciare e dimostrare il teorema sulla relazione fra estremanti relativi e derivate d'ordine superiore.

RISPOSTA

[1]. (***) **Definizione di valore di un integrale improprio su una semiretta positiva convergente.** (Se nella definizione si utilizza la funzione integrale parziale $s(x)$, esplicitarne il valore in x). Sia $a \in \mathbf{R}$; sia $f : [a, +\infty[\rightarrow \mathbf{R}$; sia f continua; supponiamo che l'integrale improprio su una semiretta positiva $\int_a^{+\infty} f$ sia convergente; allora il valore dell'integrale improprio è ...

RISPOSTA

[2]. (**) **Definizione di t argomento di un numero complesso (definizione precisa, non significato geometrico).** Sia $z \in \mathbf{C}^*$; sia $t \in \mathbf{R}$; si dice che t è un argomento di z se ...

RISPOSTA

[3]. (**) **Definizione di massimo** Sia $A \subset \mathbf{R}$; sia $a \in \mathbf{R}$; si dice che a massimo di A se ...

RISPOSTA

[4]. (*) **Esercizio.** Sia $a \in \mathbf{R}_+^*$; calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int \frac{1}{x^2 + a^2} dx .$$

RISPOSTA

[5]. (E) Studiare la derivabilità della seguente funzione

$$f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, x \rightarrow \begin{cases} 1 & \text{per } x < 0 \\ x & \text{per } 0 \leq x \leq 1 \\ x^2 & \text{per } x > 1 \end{cases} .$$

RISPOSTA

[6]. (O) **Primitive ed integrali. Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. ** Enunciare e dimostrare il teorema sull'integrazione per sostituzione.
2. * Calcolare il seguente integrale indefinito $\int \frac{1}{x^2-1} dx$.
3. * Calcolare il seguente integrale indefinito $\int \sin^3 x dx$.
4. *** Enunciare e dimostrare il teorema sulla relazione fra continuità e derivabilità.

RISPOSTA

[1]. (***) **Significato geometrico di derivata.** Sia I un intervallo non degenere di \mathbf{R} ; sia $a \in I$; sia $f : I \rightarrow \mathbf{R}$; sia f derivabile in a rispetto ad $\overline{\mathbf{R}}$; allora la derivata di f in a geometricamente è uguale a ...

RISPOSTA

[2]. (**) **Definizione di somma fra numeri complessi.** Siano $(a, b), (c, d) \in \mathbf{C}$; definire $(a, b) + (c, d)$.

RISPOSTA

[3]. (**) **Teorema sull'integrale** $\int (1 + \operatorname{tg}^2 x) dx$. Si ha $\int (1 + (\operatorname{tg} x)^2) dx = \dots$

RISPOSTA

[4]. (*) **Teorema sul limite della funzione reciproco per** $x \rightarrow 0\pm$. Che cosa si può dire del limite di $f(x) = \frac{1}{x}$ per $x \rightarrow 0\pm$?

RISPOSTA

[5]. (E) Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x + 3\sqrt{x}}{3x + 2\sqrt{x}}.$$

RISPOSTA

[6]. (O) **Numeri complessi. Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. ** Definire l'insieme dei numeri complessi; definire la somma di numeri complessi; definire il prodotto di numeri complessi.
2. ** Scrivere il numero complesso (a, b) in forma algebrica; dimostrare la relazione scritta.
3. ** Definire la parte reale e la parte immaginaria di un numero complesso.
4. ** Definire il modulo di un numero complesso. Spiegare il significato geometrico del modulo.
5. *** Dare la definizione di rapporto incrementale; dire quale è il significato geometrico del rapporto incrementale e spiegarne il motivo.

RISPOSTA

[1]. (***) **Teorema di Weierstrass.** Sia $K \subset \mathbf{R}^N$; sia $f : K \rightarrow \mathbf{R}, \dots$

RISPOSTA

[2]. (**) **Teorema sul binomio di Newton.** Siano $a, b \in \mathbf{R}$; sia $n \in \mathbf{N}$; allora si ha $(a + b)^n = \dots$

RISPOSTA

[3]. (**) **Definizione di $\log y$.** Sia $y \in \mathbf{R}$; supponiamo $y \dots$

RISPOSTA

[4]. (*) **Teorema sul limite della funzione identica per $x \rightarrow \pm\infty$.** Che cosa si può dire del limite di $f(x) = x$ per $x \rightarrow \pm\infty$?

RISPOSTA

[5]. (E) Calcolare il seguente integrale

$$\int_2^3 \frac{x - x^4}{\sqrt{x}} dx .$$

RISPOSTA

[6]. (O) **Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. ** Enunciare e dimostrare il teorema sulla derivata del reciproco moltiplicativo di una funzione. Enunciare il teorema sulla derivata del quoziente di due funzioni.
2. ** Enunciare il teorema sulla derivata della composizione di due funzioni.
3. ** Enunciare e dimostrare il teorema sulla derivata della funzione seno iperbolico.

RISPOSTA

[1]. (***) **Definizione di valore di un integrale improprio su una semiretta positiva convergente.** (Se nella definizione si utilizza la funzione integrale parziale $s(x)$, esplicitarne il valore in x). Sia $a \in \mathbf{R}$; sia $f : [a, +\infty[\rightarrow \mathbf{R}$; sia f continua; supponiamo che l'integrale improprio su una semiretta positiva $\int_a^{+\infty} f$ sia convergente; allora il valore dell'integrale improprio è ...

RISPOSTA

[2]. (**) **Definizione di funzione decrescente.** Sia $A \subset \mathbf{R}$; sia $f : A \rightarrow \mathbf{R}$; si dice che f è decrescente se ...

RISPOSTA

[3]. (**) **Definizione di infinito.** Sia $X \in \mathcal{T}_{\mathbf{R}}$; sia $A \subset X$; sia $a \in \bar{A}$; sia $f : A \rightarrow \mathbf{R}$; si dice che f è infinita in a se ...

RISPOSTA

[4]. (*) **Teorema su $\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x$, con $a > 1$.** Sia $a \in \mathbf{R}$, $a > 1$; si ha $\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = \dots$

RISPOSTA

[5]. (E) Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int 2^x dx .$$

RISPOSTA

[6]. (O) **Primitive ed integrali. Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. ** Enunciare e dimostrare il teorema sugli integrali indefiniti $\int \frac{1}{\sqrt{x^2-1}} dx$ e $\int \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} dx$ (il primo su $]1, +\infty[$).
2. ** Enunciare il teorema sulla primitiva di $(f \circ \varphi) \cdot \varphi'$.
3. * Calcolare su $]a, +\infty[$ il seguente integrale indefinito $\int \frac{1}{\sqrt{x^2-a^2}} dx$, con $a > 0$.
4. ** Enunciare e dimostrare il teorema sull'integrazione per parti.
5. *** Enunciare e dimostrare il teorema sulla relazione fra continuità e derivabilità.

RISPOSTA

[1]. (***) **Teorema su funzioni strettamente decrescenti e segno della derivata.** Sia I un intervallo non degenere di \mathbf{R} ; sia $f : I \rightarrow \mathbf{R}$; sia f continua su I ; sia f derivabile su $\overset{\circ}{I}$; allora si ha ...

RISPOSTA

[2]. (**) **Definizione del numero di Nepero.** Si pone $e = \dots$

RISPOSTA

[3]. (**) **Teorema sul confronto asintotico fra infiniti di potenze e di esponenziali per $x \rightarrow -\infty$.** Sia $\alpha \in \mathbf{R}_+^*$; sia $a \in \mathbf{R}$, $0 < a < 1$; che relazioni di trascurabilità sussistono fra le funzioni $|x|^\alpha$ e a^x per $x \rightarrow -\infty$.

RISPOSTA

[4]. (*) **Teorema sulla norma del prodotto per uno scalare.** Sia $a \in \mathbf{R}$; sia $x \in \mathbf{R}^N$; allora si ha $\|ax\| = \dots$

RISPOSTA

[5]. (E) Calcolare la derivata della funzione $f(x) = \frac{x^2 + \sin x^3}{x^4 + 1}$.

RISPOSTA

[6]. (O) **Funzioni elementari reali. Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. ** Dare la definizione di $\log y$.
2. ** Definire la funzione logaritmo (naturale) e tracciarne il grafico
3. ** Scrivere e dimostrare la formula sulla derivata di $f(x) = \log x$.
4. * Enunciare il teorema sul rapporto fra funzioni asintoticamente equivalenti e logaritmi di funzioni.
5. *** Enunciare e dimostrare il teorema sulla relazione fra estremante relativo e derivata prima.

RISPOSTA

[1]. (***) **Definizione di primitiva.** Sia I un intervallo non degenere di \mathbf{R} ; siano $f, g : I \rightarrow \mathbf{R}$; si dice che g è una primitiva di f se ...

RISPOSTA

[2]. (**) **Teorema sullo sviluppo asintotico dell'esponenziale.** Scrivere lo sviluppo asintotico per $x \rightarrow 0$ con resto trascurabile rispetto a x^n della funzione $\exp x$.

RISPOSTA

[3]. (**) **Significato geometrico del teorema di Lagrange.** Siano $a, b \in \mathbf{R}$; sia $a < b$; sia $f : [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$; sia f continua su $[a, b]$; sia f derivabile su $]a, b[$; allora il significato geometrico del teorema di Lagrange (o del valor medio) è che ...

RISPOSTA

[4]. (*) **Teorema sul segno del polinomio di secondo grado.** Siano $a, b, c \in \mathbf{R}$; sia $a \neq 0$; esprimere in funzione del segno del discriminante Δ e del coefficiente a il segno del polinomio $ax^2 + bx + c$.

RISPOSTA

[5]. (E) Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int \frac{1}{\sqrt{5x+3}} dx .$$

RISPOSTA

[6]. (O) **Primitive ed integrali. Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. * Calcolare il seguente integrale indefinito $\int \cos^3 x dx$.
2. * Nell'integrazione indefinita di una funzione razionale, come si fa a ricondursi al caso in cui il grado del numeratore sia strettamente inferiore al grado del denominatore?
3. * Enunciare il teorema sulla decomposizione di una funzione razionale in fratti semplici (anche senza tutte le ipotesi).
4. ** Enunciare e dimostrare il teorema sulla additività dell'integrale.
5. *** Enunciare e dimostrare il teorema sulla relazione fra estremante relativo e derivata prima.

RISPOSTA

[1]. (***) **Significato geometrico di derivata.** Sia I un intervallo non degenere di \mathbf{R} ; sia $a \in I$; sia $f : I \rightarrow \mathbf{R}$; sia f derivabile in a rispetto ad $\overline{\mathbf{R}}$; allora la derivata di f in a geometricamente è uguale a ...

RISPOSTA

[2]. (**) **Teorema sulla derivata della funzione coseno.** Si ha $\frac{d}{dx} \cos x = \dots$

RISPOSTA

[3]. (**) **Teorema sulla derivata della composizione di due funzioni.** Sia $A \subset \mathbf{R}$; sia $f : A \rightarrow \mathbf{R}$; sia $B \subset \mathbf{R}$; sia $f(A) \subset B$; sia $g : B \rightarrow \mathbf{R}$; sia a un punto non isolato di A ; sia $f(a)$ un punto non isolato di B ; sia f derivabile in a ; sia g derivabile in $f(a)$; allora $g \circ f$ è derivabile in a e si ha $(g \circ f)'(a) = \dots$

RISPOSTA

[4]. (*) **Teorema di Rolle.** Siano $a, b \in \mathbf{R}$; sia $a < b$; sia $f : [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$; sia f continua su $[a, b]$; sia f derivabile su $]a, b[$; sia ...

RISPOSTA

[5]. (E) Calcolare la derivata della funzione

$$f(x) = \operatorname{tg}^5 \sqrt{2x}.$$

RISPOSTA

[6]. (O) **Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. *** Dare la definizione di funzione derivabile in un punto e di derivata di una funzione in un punto.
2. ** Enunciare e dimostrare il teorema sulla derivata del prodotto di due funzioni.
3. ** Dare la definizione di polinomio di Taylor di una funzione. Enunciare il teorema sulle proprietà del polinomio di Taylor. Esprimere $f(x)$ mediante il polinomio di Taylor in $x - a$ ed il simbolo di Landau "o" piccolo (formula di Taylor con resto di Peano).
4. * Enunciare e dimostrare il teorema sulla relazione fra estremanti relativi e derivate d'ordine superiore.

RISPOSTA

[1]. (***) **Definizione di serie assolutamente convergente.** Sia $(a_n)_{n \in \mathbf{N}}$ una successione di numeri reali; si dice che la serie $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ è assolutamente convergente se ...

RISPOSTA

[2]. (**) **Teorema: proprietà fondamentale dell'esponenziale.** Siano $z, w \in \mathbf{C}$; a che cosa è uguale $\exp(z + w)$?

RISPOSTA

[3]. (**) **Definizione di punto di minimo per una funzione.** Sia A un insieme; sia $f : A \rightarrow \mathbf{R}$; sia $a \in A$; si dice che a è punto di minimo di f se ...

RISPOSTA

[4]. (*) **Teorema su $\lim_{x \rightarrow +\infty} a^x$, con $0 < a < 1$.** Sia $a \in \mathbf{R}$, $0 < a < 1$; si ha $\lim_{x \rightarrow +\infty} a^x = \dots$

RISPOSTA

[5]. (E) Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + \operatorname{sh}^3 x}{\operatorname{sh}(2x) + \sin^2 x} .$$

RISPOSTA

[6]. (O) **Confronto asintotico. Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. ** Dare la definizione di funzione trascurabile rispetto ad un'altra.
2. ** Dare la definizione di funzioni asintoticamente equivalenti.
3. * Enunciare il teorema su equivalenza asintotica e composizione a destra.
4. *** Enunciare e dimostrare il teorema su funzioni crescenti e segno della derivata.

RISPOSTA

[1]. (***) **Definizione di derivata.** Sia $A \subset \mathbf{R}$; sia a un punto non isolato di A ; sia $f : A \rightarrow \mathbf{R}$; sia f derivabile in a ; allora la derivata di f in a è ...

RISPOSTA

[2]. (**) **Teorema: formule di duplicazione per il seno.** Sia $x \in \mathbf{R}$; allora si ha $\sin(2x) = \dots$

RISPOSTA

[3]. (**) **Teorema sul confronto asintotico fra infiniti di potenze e di esponenziali per $x \rightarrow -\infty$.** Sia $\alpha \in \mathbf{R}_+^*$; sia $a \in \mathbf{R}$, $0 < a < 1$; che relazioni di trascurabilità sussistono fra le funzioni $|x|^\alpha$ e a^x per $x \rightarrow -\infty$.

RISPOSTA

[4]. (*) **Teorema sull'integrale improprio $\int_1^{+\infty} x^\alpha a^x dx$** Sia $a \in \mathbf{R}$, sia $a > 0$ e $a \neq 1$; sia $\alpha \in \mathbf{R}$; allora l'integrale improprio $\int_1^{+\infty} x^\alpha a^x$ è convergente se e solo se ...

RISPOSTA

[5]. (E) Calcolare la derivata della funzione $f(x) = \sqrt{\sin x^3 + 5}$.

RISPOSTA

[6]. (O) **Serie. Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. *** Dare la definizione di somma parziale, di serie convergente e di somma di una serie.
2. ** Dare la definizione di serie a termini positivi. Enunciare e dimostrare il teorema fondamentale per le serie a termini positivi.
3. ** Enunciare e dimostrare il teorema sul criterio del confronto per le serie. Enunciare e dimostrare i due criteri del confronto asintotico.
4. *** Enunciare e dimostrare il teorema sul rapporto fra continuità e derivabilità.

RISPOSTA

[1]. (***) **Significato geometrico del rapporto incrementale.** Sia $A \subset \mathbf{R}$; sia a un punto non isolato di A ; sia $f : A \rightarrow \mathbf{R}$; sia $h \in -a + A$; allora il rapporto incrementale $r(h)$ di f in a applicato ad h rappresenta ...

RISPOSTA

[2]. (**) **Definizione di funzione crescente.** Sia $A \subset \mathbf{R}$; sia $f : A \rightarrow \mathbf{R}$; si dice che f è crescente se ...

RISPOSTA

[3]. (**) **Teorema: formule d'addizione per il seno.** Siano $z, w \in \mathbf{C}$; a che cosa è uguale $\sin(z + w)$?

RISPOSTA

[4]. (*) **Teorema sul confronto asintotico fra $n^p a^n$ e $n!$.** Sia $p \in \mathbf{Z}$; sia $a \in \mathbf{R}_+^*$; allora ...

RISPOSTA

[5]. (E) Studiare la convergenza del seguente integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{x}{\sqrt{x^3 + 1}} dx .$$

RISPOSTA

[6]. (O) **Topologia di \mathbf{R}^N . Derivate.** Rispondere alle seguenti domande, esplicitando le ipotesi:

1. * Dare la definizione di sottoinsieme aperto di \mathbf{R}^N .
2. * Dare la definizione di sottoinsieme chiuso di \mathbf{R}^N .
3. * Dare la definizione di punto interno ad un sottoinsieme di \mathbf{R}^N e di interno di un sottoinsieme di \mathbf{R}^N .
4. * Dare la definizione di punto aderenza (o di chiusura) per un sottoinsieme di \mathbf{R}^N e di chiusura di un sottoinsieme di \mathbf{R}^N .
5. *** Enunciare e dimostrare il teorema sul rapporto fra continuità e derivabilità.

RISPOSTA