

**Simboli:** I = introduzione intuitiva, D = definizione, T = teorema C = criterio deduttivo, d = dimostrazione, e = enunciato, A = assioma. Le indicazioni numeriche si riferiscono al testo Carlo Ravaglia: Analisi Matematica 2. La presenza di asterischi segnala l'importanza dell'argomento; maggiore ne è il numero e più l'argomento è importante. Ad esempio l'indicazione "14.1.2 Derivata direzionale: derivata direzionale (D\*\*\* 14.1.1.1)" significa la definizione di derivata direzionale che si trova nella sottosezione (14.1.1) intitolata "Derivata direzionale" del volume Analisi Matematica 2, come definizione (14.1.1.1); i tre asterischi indicano che la definizione è fondamentale. Nel caso di teoremi (d) indica che è in programma anche la dimostrazione, (e) che è in programma solo l'enunciato.

## Presupposti di Analisi Matematica I e di Geometria

Tutti gli argomenti dei corsi di Analisi Matematica 1 e di Geometria aventi riferimento con argomenti del corso di Analisi Matematica 2.

### 14 Calcolo differenziale in $\mathbf{R}^N$

**14.1 Derivate parziali:** 14.1.2 *Derivata direzionale:* derivata direzionale in un punto (D\*\*\* 14.1.2.1); significato geometrico della derivata direzionale (I\*); 14.1.3 *Derivate parziali in un punto:* derivata parziale in un punto (D\*\*\* 14.1.3.1); significato geometrico della derivata parziale (I\*), funzioni derivate parziali (D); 14.1.4 *Gradiente e matrice jacobiana in un punto:* gradiente in un punto (D\*\* 14.1.4.1), matrice jacobiana in un punto (D\*\* 14.1.4.2); 14.1.5 *Funzioni di classe  $C^1$ :* funzioni di classe  $C^1$  (D\* 14.1.5.1). **14.2 Estremanti relativi e gradiente:** 14.2.1 *Estremanti relativi e gradiente:* estremanti relativi e gradiente (T\*\*\* 14.2.1.1) (d), 14.2.2 *Punti critici:* punto critico (D\* 14.2.2.1); **14.3 Derivate parziali di ordine superiore:** 14.3.1 *Derivate parziali di ordine superiore:* funzione derivabile due volte in un punto rispetto a due indici (D), funzioni derivate seconde rispetto a due indici (D), derivate parziali di ordine superiore (D) (I); 14.3.2 *Classi di funzioni:* funzioni di classe  $C^n$  (D 14.3.2.1), funzioni di classe  $C^0$  (D 14.3.2.2), funzioni di classe  $C^\infty$  (D 14.3.2.3); 14.3.3 *Teorema di Schwarz:* teorema di Schwarz (T\*\*\* 14.3.3.1) (e). **14.4 Differenziabilità:** 14.4.1 *Trasformazione lineare da  $\mathbf{R}^N$  a  $\mathbf{R}^M$ :* definizione di trasformazione lineare da  $\mathbf{R}^N$  a  $\mathbf{R}^M$  (D\*\*\* 14.4.1.1), insieme delle trasformazioni lineari da  $\mathbf{R}^N$  a  $\mathbf{R}^M$  (D 14.4.1.2); 14.4.2 *Funzione differenziabile in un punto:* definizione di trasformazione lineare da  $\mathbf{R}^N$  a  $\mathbf{R}^M$  (D\*\*\*), funzione differenziabile in un punto (D\*\*\* 14.4.2.1); 14.4.3 *Derivata di una funzione in un punto:* derivata di una funzione in un punto (D\*\*\* 14.4.3.1); 14.4.4 *Differenziabilità e incremento:* espressione dell'incremento per una funzione differenziabile in un punto (T\*\*\* 14.4.4.1) (d), caratterizzazione della differenziabilità attraverso l'espressione dell'incremento (T 14.4.4.2) (d); 14.4.5 *Differenziabilità e continuità:* differenziabilità e continuità (T\*\*\* 14.4.5.1) (d); 14.4.6 *Differenziabilità e derivate direzionali:* differenziabilità e derivate direzionali (T\*\*\* 14.4.6.1) (d); 14.4.7 *Matrice di una trasformazione lineare:* insieme delle matrici  $M \times N$  (D 14.4.7.1); caratterizzazione delle trasformazioni lineari attraverso le matrici (T\*\*\* 14.4.7.1) (e); matrice di una trasformazione lineare (D\*\* 14.4.7.2), colonne della matrice di una trasformazione lineare (T\*\* 14.4.6.1) (e); 14.4.8 *Differenziabilità e derivate parziali:* differenziabilità e derivate parziali; matrice della derivata (T\*\*\* 14.4.8.1) (d); 14.4.9 *Differenziabilità per funzioni di una variabile:* differenziabilità per funzioni di una variabile (T\* 14.4.9.1) (d); 14.4.10 *Teorema del differenziale totale:* teorema del differenziale totale (T\*\* 14.4.10.1) (e); 14.4.11 *Differenziabilità della somma e del prodotto per uno scalare:* differenziabilità per la somma e per il prodotto per uno scalare (T\* 14.4.11.1) (d); 14.4.12 *Differenziabilità per la funzione composta:* differenziabilità per la funzione composta (T\*\* 14.4.12.1) (e); derivata parziale di una funzione composta (T\*\* 14.4.12.2) (d); **14.5 Differenziabilità per funzioni scalari:** 14.5.1 *Differenziale di una funzione in un punto:* differenziale di una funzione scalare in un punto (D\*\*\* 14.5.1.1); 14.5.2 *Forme lineari:* forma lineare (D\* 14.5.2.1), caratterizzazione delle forme lineari attraverso i vettori di  $\mathbf{R}^N$  (T\* 14.5.2.1) (e), vettore associato ad una forma lineare (D\* 14.5.2.2); 14.5.3 *Lo spazio vettoriale  $L(\mathbf{R}^N; \mathbf{R})$ :* base canonica di  $L(\mathbf{R}^N; \mathbf{R})$  (T\* (14.5.3.1) (e), coordinata di una forma lineare rispetto alla base canonica (T\* 14.5.3.2) (e); 14.5.4 *Vettore associato al differenziale:* espressione del valore del differenziale di una funzione in un punto (T\*\*\* 14.5.4.1) (d), vettore associato al differenziale in un punto (T\*\* 14.5.4.2) (d), gradiente come vettore ortogonale alle ipersuperfici di livello (I); espressione del differenziale come combinazione lineare delle proiezioni (T\* (14.5.3.3) (e). 14.5.4 *Espressione canonica del differenziale:* espressione canonica del differenziale (T\*) (d) (D\*); **14.6 Teorema del valor medio:** 14.6.2 *Insiemi connessi:* insieme sconnesso (D 14.6.2.1), insiemi connessi (D 14.6.2.2); 14.6.3 *Funzioni con derivata nulla:* funzioni con derivata nulla (T\* 14.6.3.1) (e). **14.7 Diffeomorfismo:** 14.7.1 *Omeomorfismo:* omeomorfismo (D\* 14.7.1.1); 14.7.2 *Diffeomorfismo:* diffeomorfismo (D\* 14.7.2.1); 14.7.3 *Trasformazioni lineari invertibili:* trasformazioni lineari invertibili (T\*) (e); 14.7.4 *Derivata della*

*funzione inversa*: derivata della funzione inversa (T\* 14.7.4.1) (d); *14.7.5 Teorema dell'invertibilita locale*: teorema dell'invertibilita locale (T\* 14.7.5.1) (e), diffeomorfismo locale (D\* 14.7.5.1), caratterizzazione dei diffeomorfismi locali (T\* 14.7.5.2) (d), diffeomorfismo locale iniettivo (T) (e); *14.7.6 Coordinate polari piane*: coordinate polari (D\*\* 14.7.6.1), rapporto fra coordinate polari e modulo e argomento (T 14.7.6.1) (e), determinate della matrice jacobiana di  $f(\rho, \theta) = (\rho \cos \theta, \rho \sin \theta)$  (T\*\* 14.7.6.2) (d), diffeomorfismo locale relativo alle coordinate polari piane (T\*) (d), un diffeomorfismo relativo alle coordinate polari piane (T 14.7.6.3) (e); *14.7.7 Coordinate sferiche in  $\mathbf{R}^3$*  coordinate sferiche in  $\mathbf{R}^3$  (D\*\* 14.7.7.1), determinante della matrice jacobiana di  $f(\rho, \varphi, \theta) = (\rho \sin \varphi \cos \theta, \rho \sin \varphi \sin \theta, \rho \cos \varphi)$  (T\*\* 14.7.7.1), diffeomorfismo locale relativo alle coordinate sferiche (T\*) (d); *14.7.8 Coordinate cilindriche in  $\mathbf{R}^3$* : coordinate cilindriche in  $\mathbf{R}^3$  (D1\* 14.7.8.1). **14.8 Estremanti relativi e differenziale secondo**: *14.8.1 Forme bilineari*: Forma bilineare (D\* 14.8.1.1), caratterizzazione delle forme bilineari attraverso le matrici (T\* 14.8.1.1) (e); *14.8.2 Differenziale secondo in un punto*: differenziale secondo di una funzione in un punto (D\*\* 14.8.2.1); *14.8.3 Matrice hessiana di una funzione in un punto*: matrice hessiana di una funzione in un punto (D\*\* 14.8.3.1); *14.8.4 Forme bilineari simmetriche*: forme bilineari simmetriche (D\*\* 14.8.4.1); *14.8.5 Forme bilineari simmetriche semidefinite e definite*: forme bilineari simmetriche semidefinite e definite (D\*\* 14.8.5.1); *14.8.6 Caratterizzazione delle forme bilineari semidefinite e definite*: minore principale di una matrice simmetrica (D\*\*), caratterizzazione delle forme bilineari semidefinite e definite (T\*\* 14.8.6.1) (e); *14.8.7 Caratterizzazione delle forme bilineari definite*: caratterizzazione delle forme bilineari definite (T\*\* 14.8.7.1) (e), *14.8.8 Forme bilineari simmetriche in  $\mathbf{R}^2$* : forme bilineari simmetriche di  $\mathbf{R}^2$  e loro matrice (T\*\* 14.8.8.1) (d); *14.8.9 Estremanti relativi e differenziale secondo*: estremanti relativi e differenziale secondo (T\*\* 14.8.9.1) (e).

## 15 Forme differenziali lineari

**15.1 Forme differenziali lineari**: *15.1.1 Forma differenziale lineare*: forma differenziale lineare (D\* 15.1.1.1), differenziale di una funzione come forma differenziale lineare (D\*\* 15.1.1.2); *15.1.2 Campo di vettori*: campo di vettori (D\* 15.1.2.1), gradiente di una funzione come campo di vettori (D\* 15.1.2.2); *15.1.3 Campo di vettori associato ad una forma differenziale*: valori di una forma differenziale come combinazione lineare della base canonica di  $L(\mathbf{R}^N; \mathbf{R})$ , campo di vettori associato ad una forma differenziale (D\* 15.1.3.1), campo di vettori associato al differenziale di una funzione (T\* 15.1.3.2) (d); *15.1.4 Espressione canonica di una forma differenziale*: espressione di una forma differenziale attraverso il campo di vettori associato e le forme differenziali  $dx_i$  (T\*) (d) e (D\*\*); *15.1.5 Forma differenziale di classe  $C^p$* : forma differenziale continua (D 15.1.5.1), forma differenziale di classe  $C^p$  (D 15.1.5.2). **15.2 Forme differenziali esatte**: *15.2.1 Forme differenziali chiuse*: forma differenziale chiusa (D\*\*\* 15.2.1.1), differenziale di una funzione come forma differenziale chiusa (T\*\*\* 15.2.1.1) (d); *15.2.2 Forme differenziali esatte*: primitiva di una forma differenziale (D\*\*\* 15.2.2.1), condizione affinché una funzione sia una primitiva di una forma differenziale (T\*\*\* 15.2.2.1) (d), forme differenziali esatte (D\*\*\* 15.2.2.2), condizioni affinché una forma differenziale sia esatta (T\*\*\* 15.2.2.2) (d); *15.2.3 Campi di vettori esatti*: potenziale di un campo di vettori (D\* 15.2.3.1), condizione affinché una funzione sia un potenziale di un campo di vettori (T 15.2.3.1) (d), campi di vettori conservativi (D\* 15.2.3.2); condizione affinché un campo di vettori sia conservativo (T\* 15.2.3.2) (d); *15.2.4 Forme differenziali esatte e forme differenziali chiuse*: forme differenziali esatte e forme differenziali chiuse (T\*\*\* 15.2.4.1) (d). *15.2.5 Insieme delle primitive*: primitive di una stessa forma differenziale esatta (T\* 15.2.5.1) (d), insieme delle primitive di una forma differenziale esatta (T\* 15.2.5.2) (e). **15.3 Integrali di forme differenziali su traiettorie**: *15.3.1 Traiettorie*: traiettoria (D\* 15.3.1.1), traccia di una traiettoria (D\* 15.3.1.2), punto iniziale e punto finale di una traiettoria (D\* 15.3.1.3), traiettoria chiusa (D\* 15.3.1.4), traiettoria in un insieme (D\* 15.3.1.5), traiettoria di classe  $C^1$  (D\* 15.3.1.6); traiettoria di classe  $C^1$  a tratti (D 15.3.1.7); *15.3.2 Integrale di una forma differenziale su una traiettoria*: integrale curvilineo di una forma differenziale su una traiettoria di classe  $C^1$  (D\*\* 15.3.2.1); **15.4 Forme differenziali esatte e integrali su traiettorie**: *15.4.1 Integrale del differenziale*: integrale del differenziale di una funzione (T\*\* 15.4.1.1) (d); *15.4.2 Integrale di una forma differenziale esatta*: integrale di una forma differenziale esatta (T\*\* 15.4.2.1) (d), integrale di una forma differenziale esatta su traiettorie con gli stessi estremi (T\*\* 15.4.2.2) (d); integrale di una forma differenziale esatta su una traiettoria chiusa (T\*\* 15.4.2.3) (d); una forma differenziale può essere chiusa senza essere esatta (T\* in Osservazione 15.4.2.1) (d); *15.4.3 Forme differenziali esatte e integrali su traiettorie*: forme differenziali esatte ed integrali su traiettorie (T\*\* 15.4.3.1) (e). **15.5 Teorema di Poincaré**: *15.5.1 Insiemi stellati*: insieme stellato rispetto ad un punto (D\*\* 15.5.1.1); insieme stellato (D\*\* 15.5.1.2); *15.5.2 Teorema di Poincaré*: teorema di Poincaré (T\*\* 21.5.2.1) (e); *15.5.3 Forme differenziali localmente esatte*: forma differenziale localmente esatta (D\* 15.5.3.1), forme differenziali chiuse e forme differenziali localmente esatte (T\* 15.5.3.1) (d) forme differenziali chiuse su domini non stellati (T) (I).

## 16 Equazioni implicite

**16.1 Equazioni implicite in  $\mathbf{R} \times \mathbf{R}$ :** 16.1.1 *Equazioni implicite in  $\mathbf{R} \times \mathbf{R}$* : soluzione di un'equazione implicita in  $\mathbf{R} \times \mathbf{R}$  (D\*\* 16.1.1.1); 16.1.2 *Soluzioni massimali*: funzioni implicite massimali (D\* 16.1.2.1); 16.1.3 *Problema iniziale con equazione implicita*: soluzione di un problema con equazione implicita (D\*\* 16.1.3.1). **16.2 Equazioni implicite in  $\mathbf{R}^N \times \mathbf{R}^M$ :** 16.2.1 *equazioni implicite in  $\mathbf{R}^N \times \mathbf{R}^M$* : soluzione di un'equazioni implicite in  $\mathbf{R}^N \times \mathbf{R}^M$  (D\* 16.2.1.1). 16.2.4 *Problema implicito*: soluzione di un problema implicito in  $\mathbf{R}^N \times \mathbf{R}^M$  (D) (I). **16.3 Teorema di Dini:** 16.3.1 *Teorema di Dini*: teorema di Dini in  $\mathbf{R}^N \times \mathbf{R}^M$  (T\* 16.3.1.1) (e), teorema di Dini in  $\mathbf{R} \times \mathbf{R}$  (T\*\* 16.3.1.2) (e)).

## 17 Sottovarietà differenziali di $\mathbf{R}^N$

**17.1 Sottovarietà parametrizzabili differenziali:** 17.1.1 *Sottovarietà parametrizzabili differenziali*: sottovarietà di  $\mathbf{R}^N$  di dimensione  $m$  parametrizzabile differenziale (D\* 17.1.1.1); 17.1.2 *Varietà lineari*: varietà lineari come sottovarietà (T\* 17.1.2.1) (e); 17.1.3 *Segmenti aperti*: segmenti aperti come sottovarietà di dimensione 1 parametrizzabile differenziale (T\* 17.1.3.1) (e); 17.1.4 *Triangolo aperto*: triangolo aperto come sottovarietà di dimensione 2 parametrizzabile differenziale (T\* 17.1.4.1) (e); 17.1.5 *Simpleso aperto*: simpleso aperto come sottovarietà parametrizzabile differenziale (T\* 17.1.5.1) (e); 17.1.7 *Sottovarietà cartesiane*: grafico di una funzione scalare di  $N - 1$  variabili come sottovarietà parametrizzabile differenziale (T\* 17.1.7.1) (e); 17.1.8 *Cambiamento di parametro*: cambiamento di parametro (T 17.1.8.1) (e); 17.1.9 *Spazio tangente ad una sottovarietà parametrizzabile*: spazio tangente ad una sottovarietà parametrizzabile differenziale (D\*\* 17.1.9.1). **17.2 Sottovarietà differenziali di  $\mathbf{R}^N$ :** 17.2.1 *Sottovarietà differenziali di  $\mathbf{R}^N$* : sottovarietà di  $\mathbf{R}^N$  di dimensione  $m$  differenziale (D\* 17.2.1.1); 17.2.2 *Equazione cartesiana di una sottovarietà differenziale*: caratterizzazione locale delle sottovarietà mediante equazioni cartesiane (T\* 17.2.2.1) (e), sottovarietà definita da un'equazione  $f(x) = 0$  (T\* 17.2.2.2) (e), coniche e quadriche come sottovarietà (T) (d); 17.2.3 *Spazio tangente ad una sottovarietà*: spazio tangente ad una sottovarietà (D 17.2.3.1); 17.2.4 *Spazio normale*: spazio normale ad una sottovarietà (D\*\* 17.2.4.1), base per lo spazio normale (T\*\* 17.2.4.1) (e); 17.2.5 *Varietà lineare tangente e varietà lineare normale*: varietà lineare tangente ad una sottovarietà differenziale (D\* 17.2.5.1), varietà lineare normale ad una sottovarietà differenziale (D\* 17.2.5.2). **17.3 Estremanti relativi su sottovarietà:** 17.3.1 *Massimi e minimi vincolati*: estremanti relativi su una sottovarietà e gradiente (T\* 17.2.9.1) (e); moltiplicatori di Lagrange (T\* 21.2.9.2) (e).

## 18. Equazioni differenziali

**18.1 Equazioni differenziali del primo ordine:** 18.1.1 *Equazione differenziale*: soluzione di un'equazione differenziale (D\*\*\* 18.1.1.1); 18.1.2 *Soluzioni massimali*: soluzione massimale (D\* 18.1.2.1); 18.1.3 *Equazione  $y' = f(x)$* : soluzioni dell'equazione  $y' = f(x)$  (T\*\* 18.1.3.2) (d). **18.2 Equazione differenziale di forma normale:** 18.2.1 *Equazione differenziale di forma normale*: equazione differenziale di forma normale (D\*\* 18.5.1.1), soluzione di un'equazione differenziale di forma normale (T\*\*\* 18.2.1.1) (d), proprietà geometrica del grafico di una soluzione (I); 18.2.2 *Problema di Cauchy*: soluzione di un problema di Cauchy per un'equazione differenziale di forma normale (T\*\*\* 18.2.2.1) (d); 18.2.3 *Problema di Cauchy per l'equazione  $y' = f(x)$* : problema di Cauchy per l-equazione  $y' = f(x)$  (T\*\* 18.2.3.1) (e). 18.2.4 *Esistenza e unicità della soluzione del problema di Cauchy*: esistenza ed unicità della soluzione massimale di un problema di Cauchy (T\*\*\* 18.2.4.1) (e). **18.3 Equazioni a variabili separate:** 18.3.1 *Equazioni a variabili separate*: equazioni a variabili separate (D\* 18.3.1.1), soluzione di un'equazioni a variabili separate (T\* 18.3.1.1) (d); 18.3.2 *Problema di Cauchy per equazioni a variabili separate*: equivalenza del problema di Cauchy per un'equazione a variabili separate con un'equazione implicita (T\*\* 18.3.2.1) (e). 18.3.3 *Equazioni a variabili separabili*: equazione a variabili separabili (D\* 18.3.3.1), soluzioni costanti di un'equazione a variabili separabili (T\* 18.3.3.1) (d). **18.4 Sistema di equazioni differenziali del primo ordine:** 18.4.1 *Sistema di equazioni differenziali del primo ordine*: soluzione di un'equazione differenziale vettoriale (D\* 18.4.1.1); **18.5 Sistema di equazioni differenziali di forma normale:** 18.5.1 *Sistema di equazioni differenziali di forma normale*: equazione differenziale vettoriale di forma normale (D\* 18.5.1.1), soluzione di un'equazione differenziale vettoriale di forma normale (T\* 18.5.1.1) (d); 18.5.2 *Problema di Cauchy*: soluzione di un problema di Cauchy per un'equazione differenziale vettoriale (D\* 18.5.2.1); 18.5.3 *Esistenza e unicità della soluzione del problema di Cauchy*: esistenza ed unicità della soluzione massimale di un problema di Cauchy per un'equazione differenziale vettoriale di forma normale (T\* 18.5.3.1) (e). **18.6 Equazioni differenziali di ordine superiore al primo:** 18.6.1 *Equazioni differenziali di ordine superiore al primo*: soluzione di un'equazione differenziale di ordine  $n$  (D\* 18.6.1.1); 18.6.2 *Equivalenza fra equazione di ordine  $n$  e sistema di  $n$  equazioni del primo ordine*: equivalenza fra equazione di ordine  $n$  e sistema di  $n$  equazioni del primo ordine (T\*) (e); **18.7 Equazione differenziali di ordine  $n$  di forma normale:** 18.7.1 *Equazioni differenziali di ordine  $n$  di forma normale*: equazione differenziale d'ordine  $n$  di forma

normale (D\* 18.7.1.1), soluzione di un'equazione di ordine  $n$  di forma normale (T\* 18.7.1.1); 18.7.2 *Problema di Cauchy relativo ad una equazione di ordine  $n$* : soluzione di un problema di Cauchy per un'equazione differenziale di ordine  $n$  di forma normale (D\* 18.7.2.1); 18.7.3 *Esistenza e unicità della soluzione del problema di Cauchy*: esistenza ed unicità della soluzione massimale di un problema di Cauchy per un'equazione differenziale d'ordini  $n$  (T\* 18.7.3.1) (e). 18.7.5: *Equazione  $y^{(n)} = f(x)$* : metodi per risolvere problemi di Cauchy (I); 18.7.6: *Equazione  $F(x, y', y'') = 0$* : metodi per risolvere problemi di Cauchy (I).

## 19 Equazioni differenziali lineari

**19.1 Equazioni differenziali lineari del primo ordine:** 19.1.1 *Equazioni differenziali lineari del primo ordine*: soluzione di un'equazioni differenziali lineari del primo ordine (D\*\*\* 19.1.1.1); 19.1.2 *Insieme delle soluzioni*: insieme delle soluzioni di un'equazione differenziale lineare del primo ordine (T\*\*\* 19.1.2.1) (d), insieme delle soluzioni di un'equazione differenziale lineare del primo ordine omogenea (T\*\* 19.1.2.2) (d); 19.1.3 *Problema di Cauchy*: soluzione di un problema di Cauchy per un'equazione differenziale lineare del primo ordine (D\*\* 19.1.3.1), espressione della soluzione di un problema di Cauchy per un'equazione differenziale lineare del primo ordine (T\*\* 19.1.3.1) (e); **19.2 Sistemi di equazioni differenziali lineari:** 19.2.1 *Sistemi di equazioni differenziali lineari*: soluzione di un sistema di equazioni differenziali lineari del primo ordine (D\* 19.2.1.1); 19.2.2 *Problema di Cauchy*: soluzione di un problema di Cauchy per un sistema di un sistema lineare (D\* 19.2.2.1); 19.2.3 *Teorema fondamentale sul Problema di Cauchy*: teorema di esistenza e unicità della soluzione di un problema di Cauchy per i sistemi di equazioni differenziali lineari (T\* 19.2.3.2) (e); 19.2.4 *Sistemi differenziali lineari omogenei*: sistema di equazioni differenziali lineari omogeneo (D\*\* 19.2.4.1); 19.2.5 *Lo spazio vettoriale delle soluzioni*: somma e prodotto per uno scalare per soluzioni di un sistema differenziale lineare omogeneo (T\* 19.2.5.1) (d), insieme delle soluzioni di un sistema differenziale lineare omogeneo come sottospazio vettoriale (T\*\* 19.2.5.2(d)); 19.2.6 *Dimensione dello spazio delle soluzioni del sistema omogeneo*: dimensione dello spazio vettoriale delle soluzioni di un sistema differenziale lineare omogeneo (T\*\* 19.2.6.1) (e); 19.2.9 *Sistema fondamentale ed integrale generale*: sistema fondamentale di soluzioni di un sistema differenziale lineare omogeneo (D\*\* 19.2.9.1); integrale generale di un sistema differenziale lineare omogeneo (D\*\* 19.2.9.2); 19.2.10 *Sistema omogeneo a coefficienti costanti*: soluzioni reali e soluzioni complesse di un sistema differenziale lineare omogeneo a coefficienti costanti (T\* e D\*); 19.2.11 *Autovalori e autovettori*: gli spazi  $E(\lambda)$  (D 19.2.11.1), autovalori e autovettori (D\* 19.2.11.2), caratterizzazione degli autovalori (T\* 19.2.11.1) (e), polinomio caratteristico ed equazione caratteristica (D\* 19.2.11.3), dimensione di  $E(\lambda)$  e molteplicità di  $\lambda$  nel polinomio caratteristico (T\* 19.2.11.2) (e), caratterizzazione delle matrici diagonalizzabili (T 19.2.11.3) (e); 19.2.12 *Sistemi a coefficienti costanti e autovalori*: condizione affinché  $\varphi(t) = e^{\lambda t}v$  sia una soluzione del sistema omogeneo (T\* 19.2.12.1) (d), condizione affinché  $\varphi(t) = e^{\lambda t}v$  sia una soluzione non nulla del sistema omogeneo (T\* 19.2.12.2) (d); sistema fondamentale di soluzioni per un sistema lineare omogeneo a coefficienti costanti con matrice dei coefficienti diagonalizzabile (T\* 19.2.12.3) (e); 19.2.13 *Sistemi omogenei a coefficienti costanti reali*: sistema fondamentale di soluzioni reale a partire da un sistema fondamentale di soluzioni complesso (T\*) (e); 19.2.14 *Sistemi lineari non omogenei*: soluzioni di un sistema non omogeneo (T\*\* 19.2.14.1) (d); **19.3 Equazioni differenziali lineari di ordine  $n$** : 19.3.1 *Equazioni differenziali lineari di ordine  $n$* : soluzione di un'equazione differenziale lineare di ordine  $n$  (D\*\*\* 19.3.1.1); 19.3.2 *Equivalenza fra equazione lineare di ordine  $n$  e sistema lineare di  $n$  equazioni del primo ordine*: equivalenza fra equazione lineare di ordine  $n$  e sistema lineare di  $n$  equazioni del primo ordine (T\*) (e); 19.3.3 *Problema di Cauchy*: soluzione di un problema di Cauchy (D\*\* 19.3.3.1), 19.3.4 *Teorema fondamentale sul Problema di Cauchy*: esistenza e unicità della soluzione del problema di Cauchy per le equazioni differenziali lineari di ordine  $n$  (T\*\* 19.3.4.1) (e); 19.3.5 *Equazioni lineari omogenee di ordine  $n$* : equazione differenziale lineare d'ordine  $n$  omogenea (D\*\* 19.3.5.1); 19.3.6 *Lo spazio vettoriale delle soluzioni*: somma e prodotto per uno scalare per le soluzioni di un'equazione differenziale lineare d'ordine  $n$  omogenea (T\*\* 19.3.6.1) (e), insieme delle soluzioni per un'equazione differenziale lineare d'ordine  $n$  omogenea come sottospazio vettoriale (T\*\*\* 19.3.6.2) (e); 19.3.7 *Dimensione dello spazio delle soluzioni dell'equazione omogenea*: dimensione dello spazio vettoriale delle soluzioni di un'equazione differenziale lineare d'ordine  $n$  omogenea (T\*\*\* 19.3.7.1) (e); 19.3.10 *Sistema fondamentale ed integrale generale*: sistema fondamentale di soluzioni di un'equazione differenziale lineare d'ordine  $n$  omogenea (D\*\* 19.3.10.1); integrale generale di un'equazione differenziale lineare d'ordine  $n$  omogenea (D\*\* 19.3.10.2); 19.3.11 *Equazione omogenea a coefficienti costanti*: soluzioni reali e soluzioni complesse di un'equazione differenziale lineare d'ordine  $n$  omogenea a coefficienti costanti (T\* e D\*); 19.3.12 *Equazione caratteristica*: condizione affinché  $e^{\lambda x}$  sia una soluzione dell'equazione differenziale lineare d'ordine  $n$  omogenea a coefficienti costanti (T\*\* 19.3.12.1) (d); equazione caratteristica (D\*\*\*); 19.3.13 *Sistema fondamentale di soluzioni per l'equazione a coefficienti costanti*: sistema fondamentale di soluzioni nel caso di radici distinte dell'equazione caratteristica (T\* 19.3.13.1) (e); sistema fondamentale di soluzioni nel caso di radici multiple dell'equazione caratteristica (T\*\*\* 19.3.13.2) (e); 19.3.14 *Equazioni a coefficienti costanti reali*: sistema fondamentale di soluzioni per le equazioni differenziali lineari d'ordine  $n$  omogenee a coefficienti costanti reali (T\*\*) (e); 19.3.15 *Equazioni lineari non omogenee*: soluzioni di un'equazione differenziale lineare d'ordine

$n$  non omogenea (T\*\*\* 19.3.15.1) (e); 19.3.16 *Integrali particolari ed esponenziali*: integrale particolare con termine noto  $P(x)e^{\alpha x}$  e  $\alpha$  non soluzione dell'equazione caratteristica (T\* 19.3.16.1) (e), integrale particolare con termine noto  $e^{\sigma x}(P_1(x)\cos(\tau x) + P_2(x)\sin(\tau x))$  e  $\sigma + i\tau$  non soluzione dell'equazione caratteristica (T\* 19.3.16.2) (e), integrale particolare con termine noto  $P(x)e^{\alpha x}$  e  $\alpha$  soluzione dell'equazione caratteristica (T\* 19.3.16.3) (e), integrale particolare con termine noto  $e^{\sigma x}(P_1(x)\cos(\tau x) + P_2(x)\sin(\tau x))$  e  $\sigma + i\tau$  soluzione dell'equazione caratteristica (T\* 19.3.16.4) (e).

## 20 Integrale di Riemann su intervalli di $\mathbf{R}^N$

**20.1 Intervalli di  $\mathbf{R}^N$** : 20.1.2 *Intervalli di  $\mathbf{R}^N$* : intervallo di  $\mathbf{R}^N$  (D\* 20.1.2.1), intervallo chiuso di  $\mathbf{R}^N$  come prodotto cartesiano di intervalli chiusi di  $\mathbf{R}$  (T 20.1.2.1), intervalli chiusi non degeneri di  $\mathbf{R}^N$  (D\* 20.1.2.2); 20.1.3 *Misura di un intervallo*: misura di un intervallo di  $\mathbf{R}^N$  (D\*\* 20.1.3.1). **20.2 Insiemi di misura nulla**: 20.2.1 *Insiemi equipotenti*: insiemi equipotenti (D\*); 20.2.3 *Insiemi numerabili*: insiemi numerabili (D\*); 20.2.4 *Somma di una famiglia numerabile di numeri reali positivi*: somma di una famiglia numerabile di numeri reali positivi (D); 20.2.5 *Insiemi di misura nulla*: insiemi di misura nulla (D\* 20.1.5.1); 20.2.6 *Definizione di quasi dappertutto*: definizione di proprietà vera quasi dappertutto (D\* 20.2.6.1). **20.3 Funzioni di Riemann**: 20.3.1 *Funzioni continue quasi dappertutto*: funzioni continue quasi dappertutto (D\* 20.3.1.1); 20.3.2 *Funzioni di Riemann*: funzioni di Riemann (D\*\* 20.3.2.1). **20.4 Integrale secondo Riemann su un intervallo**: 20.4.1 *Scomposizione di un intervallo*: scomposizione di un intervallo (D\*\* 20.4.1.1); 20.4.2 *Somme superiori e somme inferiori*: somme superiori e somme inferiori (D\*\*\* 20.4.2.1); ogni somma inferiore minore o uguale di ogni somma superiore (T\* 20.4.2.1). 20.4.3 *Integrale superiore e integrale inferiore*: integrale superiore ed integrale inferiore (D\*\*\* 20.4.3.1), relazione fra integrale inferiore ed integrale superiore (T\* 20.4.3.1) (d); 20.4.4 *Somme e funzioni di Riemann*: rapporto fra somme superiori, somme inferiori e funzioni di Riemann (T\*\* 20.4.4.1) (e); 20.4.5 *Integrale*: integrale di una funzione di Riemann su un intervallo (D\*\*\* 20.4.5.1), significato geometrico di integrale (I\*\*); 20.4.6 *Integrale di una costante*: integrale di una funzione costante (T 20.4.6.1) (e), integrale della costante 1 (T 20.4.6.2) (d); 20.4.7 *Somme di Riemann*: scelta relativa ad una scomposizione (D\* 20.4.7.1); somme di Riemann (D\*\* 20.4.7.2), 20.4.8 *Integrale come limite delle somme di Riemann rispetto all'orientazione  $\delta \rightarrow 0$* : diametro di un insieme (D\*), diametro di una scomposizione (D\*), convergenza delle somme di Riemann ad un numero al tendere a 0 del diametro della scomposizione (D); somme di Riemann convergenti ad un valore  $l$  (D); somme di Riemann convergenti (D), limite per le somme di Riemann (D); caratterizzazione delle funzioni di Riemann mediante la convergenza delle somme di Riemann e integrale come limite delle somme di Riemann (T\* 20.4.8.1) (e); 20.4.9 *Proprietà dell'integrale*: Linearità dell'integrale (T\* 20.4.9.1) (d), positività dell'integrale (T\* 20.4.9.2) (e), monotonia dell'integrale (T\* 20.4.9.3) (d), integrale di funzioni uguali quasi dappertutto (T\* 20.4.9.4) (d), valore assoluto di un integrale (T\* 20.4.9.5) (d), teorema di media integrale (T\* 20.4.9.6) (d), teorema di media integrale per funzioni continue (T\* 20.4.9.7) (e), additività dell'integrale (T\* 20.4.9.8) (e). **20.5 Integrale su intervalli di  $\mathbf{R}$** : 20.5.1 *Integrale da  $x$  a  $y$* : integrale di Riemann da  $x$  a  $y$  (D\* 20.5.1.1) integrale da  $x$  a  $y$  ed integrale da  $y$  a  $x$  (T\* 20.5.1.1) (e), additività per gli integrali da  $x$  a  $y$  (T\* 20.5.1.2) (e); 20.5.2 *Funzione integrale*: funzione integrale (D\*\*\* 20.5.2.1); 20.5.3 *Continuità della funzione integrale*: continuità della funzione integrale (T\* 20.5.3.1) (e); 20.5.4 *Teorema fondamentale del calcolo integrale*: teorema fondamentale del calcolo integrale (T\*\*\* 20.5.4.1) (d); 20.5.5 *Formula di Leibniz-Newton*: formula di Leibniz-Newton (T\*\*\* 20.5.5.1) (d), integrale di una funzione continua come variazione di una primitiva (corso di Analisi L-A) come integrale di Riemann da  $x$  a  $y$  (corso di Analisi L-B) (T\* 20.5.5.2(d)); 20.5.6 *Alcune derivate di integrali*: deriva di  $\int_x^{x_0} f$  (T) (d) derivata di  $\int_{\alpha(x)}^{\beta(x)} f(x, y) dy$ . **20.6 Integrale sul prodotto di due intervalli**: 20.6.1 *Integrale sul prodotto di due intervalli*: integrale sul prodotto di due intervalli (T\* 20.6.1.1) (e) 20.6.2 *Integrale di un prodotto*: integrale di un prodotto di funzioni delle singole variabili (T 20.6.2.1) (I).

## 21 Integrale di Lebesgue in $\mathbf{R}^N$

**21.1 Integrale di una funzione continua positiva su un compatto**: 21.1.1 *Integrale di una funzione continua su un compatto*: integrale di una funzione continua positiva su un compatto (D\* 21.1.1.1); **21.2 Insiemi misurabili**: 21.2.1 *Insiemi misurabili*: insieme misurabile (D\* 21.2.1.1); **21.3 Funzioni misurabili secondo Lebesgue**: 21.3.1 *Funzioni misurabili*: funzione misurabile secondo Lebesgue (D\* 21.3.1.1); **21.4 Integrale di funzioni misurabili positive**: 21.4.1 *Integrale di una funzione misurabile positiva finita*: integrale di una funzione misurabile positiva finita (D\* 21.4.1.1); 21.4.2 *Integrale di una funzione misurabile positiva a valori in  $\overline{\mathbf{R}}$* : integrale della costante  $+\infty$  (D\* 21.4.2.1), definizione di integrale di una funzione misurabile positiva a valori in  $\overline{\mathbf{R}}$  (D\* 21.4.2.2); 21.4.3 *Integrali di funzioni positive convergenti*: integrale convergente ed integrale divergente positivamente (D\* 21.4.3.1); **21.5 Misura di un insieme misurabile**: 21.5.1 *Misura di un insieme misurabile*: misura di un insieme misurabile (D\*\* 21.5.1.1); 21.5.2 *Insiemi integrabili*: insieme integrabile (D\* 21.5.2.1). **21.6 L'integrale di Riemann come integrale di Lebesgue**: 21.6.1 *L'integrale di Riemann come integrale di Lebesgue*: l'integrale di

Riemann come integrale di Lebesgue (T\* 21.6.1.1) (e); 21.6.2 *Integrali impropri e integrali di Lebesgue di funzioni misurabili positive*: integrale improprio su una semiretta positiva come integrale di Lebesgue (T\* 21.6.2.1)(e); **21.7 Integrale sul prodotto di insiemi misurabili**: 21.7.2 *Integrale di una funzione definita quasi dappertutto*: funzione definita quasi dappertutto (D 21.7.2.1) integrale di una funzione definita quasi dappertutto (D\* 21.7.2.2)); 21.7.3 *Integrale sul prodotto di due insiemi misurabili*: integrale sul prodotto di insiemi misurabili (T\*\* 21.7.3.1) (e); 21.7.4 *Proiezioni in un prodotto cartesiano*: prima e seconda proiezione in un prodotto cartesiano D 24.7.4.1; 21.7.5 *Immagine di un punto in un grafico*: immagine di un punto in un grafico (D\* 21.7.5.1); 21.7.6 *Funzioni  $F(x, \cdot)$  e  $F(\cdot, y)$* : la funzione  $F(x, \cdot)$  (D\* 21.7.6.1: 21.7.7 *Integrale su un sottoinsieme del prodotto cartesiano*: integrale su un sottoinsieme del prodotto cartesiano (T\*\* 21.7.7.1) (e); 21.7.8 *Formule di riduzione per gli integrali doppi*: formula di riduzione con proiezione del dominio sull'asse  $x$  (T\*\*\* 21.7.8.1) (d), formula di riduzione con proiezione del dominio sull'asse  $y$  (T\*\*\* 21.9.7.2) (d); 21.7.9 *Formule di riduzione per gli integrali tripli*: formula di riduzione con proiezione del dominio sul piano  $xy$  (T\*\*\* 21.7.9.1) (d), formula di riduzione con proiezione del dominio sull'asse  $z$  (T\*\*\* 21.7.9.2) (d). **21.8 Cambiamento di variabile negli integrali**: 21.8.1 *Cambiamento di variabile negli integrali su insiemi misurabili*: cambiamento di variabile negli integrali di funzioni misurabili positive (T\*\*\* 21.8.1.1) (e); 21.8.2 *Parametrizzazione in misura*: parametrizzazione in misura (D) (I); **21.9 Funzioni integrabili secondo Lebesgue**: 21.9.1 *Funzioni integrabili secondo Lebesgue*: funzioni integrabili secondo Lebesgue (D\* 21.9.1.1), T\*\* 21.12.1.2 (d); 21.9.2 *Criterio di integrabilità*: criterio di integrabilità (T 21.9.2.1) (e); 21.9.3 *Parte positiva e parte negativa di una funzione*: parte positiva e parte negativa di un elemento di  $\overline{\mathbf{R}}$  (D\* 21.9.3.1), proprietà della parte positiva e della parte negativa di un elemento (T\* 21.9.3.1 punti 1, 2 e 3) (e), parte positiva e parte negativa di una funzione (D\* 21.9.3.2), proprietà della parte positiva e della parte negativa di una funzione (T\* 21.9.3.2, punti 1, 2 e 3) (e); 21.9.4 *Integrale di una funzione integrabile*: caratterizzazione delle funzioni integrabili (T\* 21.9.4.1) (e), integrale di una funzione integrabile (D\* 21.9.4.1). **21.10 Applicazioni geometriche**: 21.10.3 *Area della regione limitata da un'ellisse*: regione limitata da un'ellisse (D 21.10.3.1), area della regione limitata da un'ellisse (T\* 21.10.3.1) (d); 21.10.9 *Volume del cono*: cono (D\* 21.10.9.1), volume del cono (T\*) (d); 21.10.10 *Volume della regione limitata da un'ellissoide*: regione limitata da un'ellissoide (D 21.10.10.1), volume della regione limitata da un'ellissoide (T\* 21.10.10.1) (d); 21.10.12 *Volumi di solidi di rotazione*: solido di rotazione (D\* 21.10.12.1), volume di un solido di rotazione (T\* 21.10.12.1) (d); 21.10.13 *Baricentro*: baricentro (D\* 21.10.13.1); 21.10.14 *Teorema di Guldino*: teorema di Guldino (T\* 21.10.14.1) (d).

## 22 Integrazione di funzioni su sottovarietà di $\mathbf{R}^N$

**22.1 Graamiano di  $m$  vettori**: 22.1.1 *Graamiano di  $m$  vettori*: graamiano di  $m$  vettori (D\* 22.1.1.1); 22.1.2 *Quadrato simbolico di una matrice*: quadrato simbolico di una matrice (D\* 22.1.2.1), graamiano e quadrato simbolico (T\* 22.1.2.1) (e); 22.1.3 *Prodotto vettoriale di  $N - 1$  vettori*: prodotto vettoriale di  $N - 1$  vettori (D\* 22.1.3.1), prodotto vettoriale in  $\mathbf{R}^3$  (T\* 22.1.3.1), prodotto misto (T\* 22.1.3.2) (e), ortogonalità del prodotto vettoriale (T\* 22.1.3.3) (e), prodotto vettoriale e graamiano (T\* 22.1.3.4) (e). **22.2 Integrazione su sottovarietà parametrizzabili**: 22.2.1 *Sottoinsiemi misurabili e funzioni misurabili rispetto ad una sottovarietà parametrizzabile*: sottoinsiemi di una sottovarietà di dimensione  $m$ ,  $m$ -misurabili (D 22.2.1.1), funzioni su un sottoinsieme di una sottovarietà di dimensione  $m$ ,  $m$ -misurabili (D 22.2.1.2); 22.2.2 *Integrale di una funzione misurabile positiva su un sottoinsieme di una sottovarietà parametrizzabile*: integrale di una funzione misurabile positiva su un sottoinsieme di una sottovarietà parametrizzabile (D\*\* 22.2.2.1); 22.2.3 *Integrale curvilineo*: integrali curvilinei di funzioni (T\*\*\* 22.2.3.1) (d); 22.2.4 *Integrale di superficie*: simboli di Gauss  $E, F, G$  (D\*\*\* 22.2.4.1), integrali di superficie di funzioni (T\*\*\* 22.2.4.1) (d); 22.2.5 *Integrale di ipersuperficie*: integrale su una ipersuperficie (T\* 22.2.5.1); 22.2.6 *Integrale su una ipersuperficie cartesiana*: integrale di funzioni su una ipersuperficie cartesiana (T\*\* 22.2.6.1) (e); 22.2.7 *Misura di un insieme su una sottovarietà parametrizzabile*: misura di un sottoinsieme misurabile di una varietà parametrizzabile (D\*\*\* 22.2.7.1); 22.2.8 *Funzioni integrabili su sottoinsiemi di una sottovarietà parametrizzabile*: funzione  $m$ -integrabile su un sottoinsieme di una sottovarietà di dimensione  $m$  (D 22.2.8.1). 22.2.9 *Integrale di una funzione  $m$ -integrabili su sottoinsiemi di una sottovarietà parametrizzabile*: integrale di una funzione integrabile su un sottoinsieme di una varietà parametrizzabile (D\* 22.2.9.1). **22.3 Integrale di funzioni su sottovarietà differenziali**: 22.3.1 *Integrale di funzioni su sottovarietà differenziali*: integrale di funzioni su una sottovarietà differenziale (I) **22.4 Sottovarietà lipschitziane**: 22.4.1 *Sottovarietà lipschitziane*: sottovarietà lipschitziana (I) 22.4.2 *Integrale di una funzione su una sottovarietà lipschitziana*: integrale di una funzione su una sottovarietà lipschitziana (I) **22.5 Sottovarietà di  $\mathbf{R}^N$  con bordo**: 22.5.1 *Semispaio di riferimento di  $\mathbf{R}^m$* : il semispazio  $S_m$  (D 22.5.1.1); 22.5.2 *Sottovarietà differenziale di  $\mathbf{R}^N$  con bordo*: sottovarietà differenziale di  $\mathbf{R}^N$  con bordo (I) 22.5.3 *Punti interni e punti di bordo di una sottovarietà con bordo*: punti interni e punti di bordo di una sottovarietà con bordo (I) 22.5.6 *Integrale di una funzione su una sottovarietà differenziale con bordo*: integrale di una funzione su una sottovarietà differenziale con bordo (I) 22.5.7 *Sottovarietà lipschitziana con bordo*: sottovarietà lipschitziane con bordo e integrale di una funzione su una sottovarietà lipschitziana con bordo (I) **22.6 Applicazioni geometriche**: 22.6.2 *Lunghezza di*

una circonferenza: lunghezza di una circonferenza (T\*\* 22.6.2.1) (d); 22.6.4 Lunghezza della cicloide: lunghezza della cicloide (T\* 22.6.4.1) (d); 22.6.5 Lunghezza di un'elica circolare: lunghezza dell'elica circolare (T\* 22.6.5.1) (d); 22.6.9 Area di una superficie cilindrica: area di una superficie cilindrica (T\*\* 22.6.9.1) (d); 22.6.10 Area di una superficie conica: area di una superficie conica (T\*\* 22.6.10.1) (d); 22.6.11 Area di una superficie sferica: area di una superficie sferica (T\*\* 22.6.11.1) (d); 22.6.13 Area di una superficie di rotazione: superficie di rotazione (D\* 22.6.13.1), area di una superficie di rotazione (T\* 22.6.13.1) (d); 22.6.14 Baricentro di un sottoinsieme compatto di una sottovarietà: baricentro di un sottoinsieme compatto di una sottovarietà (D\* 22.6.14.1); 22.6.15 Teorema di Guldino per le superfici di rotazione: teorema di Guldino per le superfici di rotazione (T\* 22.6.15.1) (d).

## 23 Integrale di $m$ -forme differenziali su sottovarietà orientate di $\mathbf{R}^N$

**23.1 Equivalenza:** 23.1.1 Equivalenza: equivalenza in un insieme (D\* 23.1.1.1), relazione di equivalenza (D); 23.1.2 Classi d'equivalenza: classi d'equivalenza (D\* 23.1.2.1); 23.1.3 Insieme quoziente: insieme quoziente (D 23.1.3.1). **23.2 Spazi vettoriali orientati:** 23.2.1 Orientazione di uno spazio vettoriale: basi equivalenti (D\* 23.2.1.1), orientazione di uno spazio vettoriale e spazi vettoriali orientati (D\* 23.2.1.2) orientazione dello spazio vettoriale  $\{0\}$  (D 23.2.1.3), orientazione canonica di  $\mathbf{R}^N$  (D\* 23.2.1.4). **23.3 Sottovarietà parametrizzabili orientate** 23.3.1 Sottovarietà parametrizzabile orientata: parametrizzazioni equivalenti (D\*); orientazione di una varietà parametrizzabile (D\*); varietà parametrizzabile orientata (D\*); 23.3.2 Orientazione dello spazio tangente: orientazione dello spazio tangente (D\* 23.3.2.1); 23.3.3 Versore tangente: versore tangente (D\* 23.3.3.1), espressione del versore tangente (T\* 23.3.3.1) (d); 23.3.4 Orientazione dello spazio normale: orientazione dello spazio normale (D\* 23.3.4.1); 23.3.5 Versore normale: versore normale (D\* 23.3.5.1), espressione del versore normale (T\* 23.3.5.1) (d). 23.3.6 Orientazione canonica per le sottovarietà differenziali di dimensione  $N$ : orientazione canonica per le sottovarietà di dimensione  $N$  (D\*) 23.3.7 Sottovarietà orientabile: sottovarietà differenziale orientabile (I). **23.4 Gli spazi vettoriali  $A_m(\mathbf{R}^N)$ :** 23.4.1 Forme bilineari alternanti: forme bilineari alternanti (D\* 23.4.3.1); 23.4.2 Prodotto esterno di forme lineari: prodotto esterno di due forme lineari (D\* 23.4.2.1), base di  $A_2(\mathbf{R}^N)$  (T\* 23.4.2.1) (e); 23.4.3 Forme multilineari: forme  $m$ -lineari (D 23.4.3.1); 23.4.4 Forme multilineari alternanti: forma  $m$ -lineare alternante (D\*), gli spazi vettoriali  $A_m(\mathbf{R}^N)$  (D\*) (T) (e); prodotto esterno di  $m$  forme lineari (D\*); 23.4.5 Lo spazio vettoriale  $A_m(\mathbf{R}^N; R)$ : base dello spazio vettoriale delle forme  $m$ -lineari alternanti (T\* 23.4.5.1) (e); 23.4.6 Base di  $A_N(\mathbf{R}^N)$ : base di  $A_N(\mathbf{R}^N)$  (T\* 23.4.6.1) (d), base canonica di  $A_N(\mathbf{R}^N)$  (D\* 23.4.6.1); 23.4.7 Base di  $A_{N-1}(\mathbf{R}^N)$ : le  $N - 1$ -forme lineari  $\hat{p}_i$  (D\*), base di  $A_{N-1}(\mathbf{R}^N)$  (T\* 23.4.7.1) (e), base canonica complementare di  $A_{N-1}(\mathbf{R}^N)$  (D\* 23.4.7.1). **23.5  $m$ -forme differenziali:** 23.5.1  $m$ -forma differenziale:  $m$ -forma differenziale (D\* 23.5.1.1); 23.5.2 Espressione di una  $m$ -forma differenziale: espressione di una  $m$ -forma attraverso le forme differenziali  $dx_i$  (T\*) (e); 23.5.3 Funzione associata ad una  $N$ -forma: funzione associata ad una  $N$ -forma (D); 23.5.4 Campo di vettori associato in modo complementare a una  $N - 1$ -forma: le  $N - 1$ -forme  $\hat{d}x_i$  (D), espressione di una  $N - 1$  forma attraverso le  $\hat{d}x_i$  (T) (e), campo di vettori associato in modo complementare a una  $N - 1$ -forma (D); 23.5.5 Campo di vettori associato in modo complementare per  $N = 3$ : campo di vettori associato in modo complementare per  $N = 3$  (T) (d) **23.6 Integrale su una sottovarietà parametrizzabile:** 23.6.1  $m$ -forma misurabile e  $m$ -forma integrabile:  $m$  forma misurabile e  $m$  forma integrabile su un sottoinsieme di una sottovarietà di dimensione  $m$  (D 23.6.1.1); 23.6.2 Integrale di una  $m$ -forma: integrale di una  $m$ -forma integrabile su un sottoinsieme di una sottovarietà di dimensione  $m$  (D\*\* 23.6.2.1); 23.6.3 Integrale di una 1-forma: integrale di una 1-forma (T\*\*\* 23.6.3.1) (d); 23.6.4 Integrale di una 2-forma: integrale di una 2-forma (T\*\* 23.1.7.1) (d); 23.6.6 Integrale di una  $N$ -forma: integrale di una  $N$ -forma (T 23.6.6.1) (d); 23.6.7 Integrale di una 0-forma: integrale di una 0-forma su un punto con orientazione (D). **23.8 Lavoro di un campo di vettori:** 23.8.1 Lavoro di un campo di vettori: campo di vettori 1-misurabile e campo di vettori 1-integrabile su un sottoinsieme di una sottovarietà di dimensione 1 (D 23.8.1.1), lavoro di un campo di vettori 1-integrabile su un sottoinsieme di una sottovarietà di dimensione 1 (D\* 23.8.1.1); 23.8.2 Lavoro di un campo di vettori e forma differenziale associata al campo: espressione del lavoro tramite l'integrale della forma differenziale associata al campo di vettori (T\* 23.8.2.1) (d). **23.9 Flusso di un campo di vettori:** 23.9.1 Flusso di un campo di vettori: campo di vettori  $(N - 1)$ -misurabile in modo complementare e campo di vettori  $(N - 1)$ -integrabile in modo complementare su un sottoinsieme di una sottovarietà di dimensione  $N - 1$  (D 23.9.1.1), flusso di un campo di vettori  $(N - 1)$ -integrabile in modo complementare su un sottoinsieme di una sottovarietà di dimensione  $N - 1$  (D\* 23.9.1.2); 23.9.2 Flusso di un campo di vettori e forma differenziale associata in modo complementare al campo: espressione del flusso tramite l'integrale della  $(N - 1)$ -forma associata in modo complementare al campo di vettori (T\* 23.10.2.1) (e).

## 24 Teorema di Stokes su sottovarietà con bordo

**24.1 Orientazione indotta sul bordo:** 24.1.2 Orientazione indotta sul bordo: orientazione indotta sul bordo (I); 24.1.3 Orientazione indotta sul bordo di sottovarietà di dimensione 1: orientazione indotta sul bordo di sottovarietà

di dimensione 1 (I); 24.1.4 *Orientazione indotta sul bordo di sottovarietà di dimensione 2*: orientazione indotta sul bordo di sottovarietà di dimensione 2 (I); 24.1.5 *Orientazione indotta sul bordo di un dominio regolare*: orientazione indotta sul bordo di un dominio regolare (D) (I). **24.2 Differenziale esterno di una  $m$ -forma**: 24.2.1 *Differenziale esterno di una  $m$ -forma*: differenziale esterno di una  $m$ -forma ( $D^*$  24.2.1.1), espressione del differenziale esterno di una 1-forma (T 24.2.1.1). **24.3 Teorema di Stokes**: 24.3.1 *Teorema di Stokes*: teorema di Stokes ( $T^{**}$  24.3.1.1) (e); 24.3.2 *Teorema di Stokes applicato alle sottovarietà di dimensione 1*: teorema di Stokes applicato agli archi semplici ( $T^*$  24.3.2.1) (e) (I), teorema di Stokes applicato alle curve semplici chiuse ( $T^*$  24.3.2.2) (e) (I); 24.3.3 *Formula di Green nel piano*: formula di Green nel piano ( $T^*$  24.3.3.1) (d); 24.3.4 *Rotore di un campo*: differenziale esterno della 1-forma associata ad un campo di vettori di  $\mathbf{R}^3$  ( $T^*$  24.3.3.1) (e), rotore di un campo ( $D^*$  24.3.4.1); 24.3.5 *Formula di Stokes per superfici di  $\mathbf{R}^3$* : formula di Stokes per le superfici di  $\mathbf{R}^3$  ( $T^*$  24.3.5.1) (d); 24.3.6 *Divergenza di un campo di vettori*: differenziale esterno della  $N - 1$  forma associata in modo complementare ad un campo di vettori ( $T^*$  24.3.6.1) (e), divergenza di un campo di vettori ( $D^*$  24.3.6.1); 24.3.7 *Teorema della divergenza*: teorema della divergenza ( $T^*$  24.3.7.1) (e); 24.3.8 *Misura di domini regolari*: misura di domini regolari (T 24.3.8.1) (e).