PROGRAMMA DI ANALISI MATEMATICA 2
Corsi di Laurea in Ing. Informatica - Ing. dell'Automazione (Prof. Ravaglia)
Anno Accademico 2011/12

Simboli: I= introduzione intuitiva, D = definizione, T = teorema C = criterio deduttivo, d = dimostrazione, e = enunciato, A = assioma. Le indicazioni numeriche si riferiscono al testo Carlo Ravaglia: Analisi Matematica 2. La presenza di asterischi segnala l'importanza dell'argomento; maggiore ne è il numero e più l'argomento è importante. Ad esempio l'indicazione "*14.1.2 Derivata direzionale*: derivata direzionale (D*** 14.1.1.1) " significa la definizione di derivata direzionale che si trova nella sottosezione (14.1.1) intitolata "Derivata direzionale" del volume Analisi Matematica 2, come definizione (14.1.1.1); i tre asterischi indicano che la definizione è fondamentale. Nel caso di teoremi (d) indica che è in programma anche la dimostrazione, (e) che è in programma solo l'enunciato.

Presupposti di Analisi Matematica I e di Geometria

Tutti gli argomenti dei corsi di Analisi Matematica 1 e di Geometria aventi riferimento con argomenti del corso di Analisi Matematica 2.

14 Calcolo differenziale in $\mathbf{R}^N$

14.1 Derivate parziali: *14.1.2 Derivata direzionale*: derivata direzionale in un punto (D*** 14.1.2.1); significato geometrico della derivata direzionale (I*); *14.1.3 Derivate parziali in un punto*: derivata parziale in un punto (D*** 14.1.3.1); significato geometrico della derivata parziale (I*), funzioni derivate parziali (D); *14.1.4 Gradiente e matrice jacobiana in un punto*: gradiente in un punto (D** 14.1.4.1), matrice jacobiana in un punto (D** 14.1.4.2); *14.1.5 Funzioni di classe C^1*: funzioni di classe C^1 (D* 14.1.5.1). **14.2 Estremanti relativi e gradiente**: *14.2.1 Estremanti relativi e gradiente*: estremanti relativi e gradiente (T*** 14.2.1.1) (d), *14.2.2 Punti critici*: punto critico (D* 14.2.2.1); **14.3 Derivate parziali di ordine superiore**: *14.3.1 Derivate parziali di ordine superiore*: funzione derivabile due volte in un punto rispetto a due indici (D), funzioni derivate seconde rispetto a due indici (D), derivate parziali di ordine superiore (D) (I); *14.3.2 Classi di funzioni*: funzioni di classe C^n (D 14.3.2.1), funzioni di classe C^0 (D 14.3.2.2), funzioni di classe C^∞ (D 14.3.2.3); *14.3.3 Teorema di Schwarz*: teorema di Schwarz (T*** 14.3.3.1) (e). **14.4 Differenziabilità**: *14.4.1 Trasformazione lineare da $\mathbf{R}^N$ a $\mathbf{R}^M$*: definizione di trasformazione lineare da $\mathbf{R}^N$ a $\mathbf{R}^M$ (D*** 14.4.1.1), insieme delle trasformazioni lineari da $\mathbf{R}^N$ a $\mathbf{R}^M$ (D 14.4.1.2); *14.4.2 Matrice di una trasformazione lineare*: insieme delle matrici $M \times N$ (D 14.4.2.1); caratterizzazione delle trasformazioni lineari attraverso le matrici (T*** 14.4.2.1) (e); matrice di una trasformazione lineare (D** 14.4.2.2), colonne della matrice di una trasformazione lineare (T** 14.4.2.1) (e); *14.4.3 Funzione differenziabile in un punto*: definizione di trasformazione lineare da $\mathbf{R}^N$ a $\mathbf{R}^M$ (D***), funzione differenziabile in un punto (D*** 14.4.3.1); *14.4.4 Derivata di una funzione in un punto*: derivata di una funzione in un punto (D*** 14.4.4.1); *14.4.5 Differenziabilità e incremento*: espressione dell'incremento per una funzione differenziabile in un punto (T*** 14.4.5.1) (d), caratterizzazione della differenziabilità attraverso l'espressione dell'incremento (T 14.4.5.2) (d); *14.4.6 Derivata della restrizione di una trasformazione lineare*:derivata della restrizione di una trasformazione lineare (T* 14.4.6.1) (d); *14.4.7 Differenziabilità e continuità*: differenziabilità e continuità (T*** 14.4.7.1) (d); *14.4.8 Differenziabilità e derivate direzionali*: differenziabilità e derivate direzionali (T*** 14.4.8.1) (d); *14.4.9 Differenziabilità e derivate parziali*: differenziabilità e derivate parziali; matrice della derivata (T*** 14.4.9.1) (d); *14.4.10 Differenziabilità per funzioni di una variabile*: differenziabilità per funzioni di una variabile (T* 14.4.10.1) (d); *14.4.11 Teorema del differenziale totale*: teorema del differenziale totale (T** 14.4.11.1) (e); *14.4.12 Differenziabilità della somma e del prodotto per uno scalare*: differenziabilità per la somma e per il prodotto per uno scalare (T* 14.4.12.1) (d); *14.4.13 Differenziabilità per la funzione composta*: differenziabilità per la funzione composta (T** 14.4.12.1) (e); derivata parziale di una funzione composta (T** 14.4.12.2) (d); **14.5 Differenziabilità per funzioni scalari**: *14.5.1 Differenziale di una funzione in un punto*: differenziale di una funzione scalare in un punto (D*** 14.5.1.1); *14.5.2 Forme lineari*: forma lineare (D* 14.5.2.1), caratterizzazione delle forme lineari attraverso i vettori di $\mathbf{R}^N$ (T* 14.5.2,1) (e), vettore associato ad una forma lineare (D* 14.5.2.2); *14.5.3 Lo spazio vettoriale* $\mathrm{L}(\mathbf{R}^N;\mathbf{R})$: base canonica di $L(\mathbf{R}^N;R)$ (T* (14.5.3.1) (e), coordinata di una forma lineare rispetto alla base canonica (T* 14.5.3.2) (e); *14.5.4 Vettore associato al differenziale*: espressione del valore del differenziale di una funzione in un punto (T*** 14.5.4.1) (d), vettore associato al differenziale in un punto (T** 14.5.4.2) (d), gradiente come vettore ortogonale alle ipersuperfici di livello (I); espressione del differenziale come combinazione lineare delle proiezioni (T* (14.5.3.3) (e). *14.5.5 Espressione canonica del differenziale*: espressione canonica del differenziale (T*) (d) (D*); **14.6 Teorema del valor medio**: *14.6.2 Insiemi connessi*: insieme sconnesso (D 14.6.2.1), insiemi connessi (D 14.6.2.2); *14.6.3 Funzioni con derivata nulla*: funzioni con derivata nulla (T* 14.6.3.1) (e). **14.7 Diffeomorfismo**: *14.7.1 Omeomorfismo*: omeomorfismo (D*

14.7.1.1); *14.7.2 Diffeomorfismo* diffeomorfismo (D* 14.7.2.1); *14.7.3 Trasformazioni lineari invertibili*: trasformazioni lineari invertibili (T*) (e); *14.7.4 Derivata della funzione inversa*: derivata della funzione inversa (T* 14.7.4.1) (d); *14.7.5 Teorema dell'invertibilita locale*: teorema dell'invertibilità locale (T* 14.7.5.1) (e), diffeomorfismo locale (D* 14.7.5.1), caratterizzazione dei diffeomorfismi locali (T* 14.7.5.2) (d), diffeomorfismo locale iniettivo (T) (e); *14.7.6 Coordinate polari piane*: coordinate polari (D** 14.7.6.1), rapporto fra coordinate polari e modulo e argomento (T 14.7.6.1) (e), determinate della matrice jacobiana di $f(\rho,\theta) = (\rho\cos\theta, \rho\sin\theta)$ (T** 14.7.6.2) (d), diffeomorfismo locale relativo alle coordinate polari piane (T*) (d), un diffeomorfismo relativo alle coordinate polari piane (T 14.7.6.3) (e); *14.7.7 Coordinate sferiche in* $\mathbf{R}^3$ coordinate sferiche in $\mathbf{R}^3$ (D** 14.7.7.1), determinante della matrice jacobiana di $f(\rho,\varphi,\theta) = (\rho\sin\varphi\cos\theta, \rho\sin\varphi\sin\theta, \rho\cos\varphi)$ (T** 14.7.7.1), diffeomorfismo locale relativo alle coordinate sferiche (T*) (d); *14.7.8 Coordinate cilindriche in* $\mathbf{R}^3$: coordinate cilindriche in $\mathbf{R}^3$ (D1* 14.7.8.1). **14.8 Estremanti relativi e differenziale secondo**: *14.8.1 Forme bilineari*: Forma bilineare (D* 14.8.1.1), caratterizzazione delle forme bilineari attraverso le matrici (T* 14.8.1.1) (e); *14.8.2 Forme bilineari simmetriche*: forme bilineari simmetriche (D** 14.8.2.1), matrice simmetrica (D** 14.8.2.2), matrice di una forma bilineare simmetrica (T** 14.8.2.1); *14.8.3 Forme bilineari simmetriche semidefinite e definite*: forme bilineari simmetriche semidefinite e definite (D** 14.8.3.1); *14.8.4 Caratterizzazione delle forme bilineari semidefinite e definite*: minore principale di una matrice simmetrica (D**), caratterizzazione delle forme bilineari semidefinite e definite (T** 14.8.4.1) (e); *14.8.5 Caratterizzazione delle forme bilineari definite*: caratterizzazione delle forme bilineari definite (T** 14.8.5.1) (e), *14.8.6 Forme bilineari simmetriche in* $\mathbf{R}^2$: forme bilineari simmetriche di $\mathbf{R}^2$ e loro matrice (T** 14.8.6.1) (d); *14.8.7 Differenziale secondo in un punto*: differenziale secondo di una funzione in un punto (D** 14.8.7.1), differenziale secondo come forma bilineare simmetrica (T** 14.8.7,1), matrice hessiana di una funzione in un punto (D** 14.8.7.2); *14.8.8 Estremanti relativi e differenziale secondo*: estremanti relativi e differenziale secondo (T** 14.8.8.1) (e).

15 Forme differenziali lineari

15.1 Forme differenziali lineari: *15.1.1 Forma differenziale lineare*: forma differenziale lineare (D* 15.1.1.1), differenziale di una funzione come forma differenziale lineare (D** 15.1.1.2); *15.1.2 Campo di vettori*: campo di vettori (D* 15.1.2.1), gradiente di una funzione come campo di vettori (D* 15.1.2.2); *15.1.3 Campo di vettori associato ad una forma differenziale*: valori di una forma differenziale come combinazione lineare della base canonica di $\mathrm{L}(\mathbf{R}^N; \mathbf{R})$ (T* 15.1.3.1) (d), campo di vettori associato ad una forma differenziale (D* 15.1.3.1), campo di vettori associato al differenziale di una funzione (T* 15.1.3.2) (d); *15.1.4 Espressione canonica di una forma differenziale*: espressione di una forma differenziale attraverso il campo di vettori associato e le forme differenziali dx_i (T*) (d) e D**); *15.1.5 Forma differenziale di classe* C^p: forma differenziale continua (D 15.1.5.1), forma differenziale di classe C^p (D 15.1.5.2). **15.2 Forme differenziali esatte**: *15.2.1 Forme differenziali chiuse*: forma differenziale chiusa (D*** 15.2.1.1), differenziale di una funzione come forma differenziale chiusa (T*** 15.2.1.1) (d); *15.2.2 Forme differenziali esatte*: primitiva di una forma differenziale (D*** 15.2.2.1), condizione affinchè una funzione sia una primitiva di una forma differenziale (T*** 15.2.2.1) (d), forme differenziali esatte (D*** 15.2.2.2), condizioni affinchè una forma differenziale sia esatta (T*** 15.2.2.2) (d); *15.2.3 Campi di vettori esatti*: potenziale di un campo di vettori (D* 15.2.3.1), condizione affinchè una funzione sia un potenziale di un campo di vettori (T 15.2.3.1) (d), campi di vettori conservativi (D* 15.2.3.2); condizione affinchè un campo di vettori sia conservativo (T* 15.2.3.2) (d); *15.2.4 Forme differenziali esatte e forme differenziali chiuse*: forme differenziali esatte e forme differenziali chiuse (T*** 15.2.4.1) (d). *15.2.5 Insieme delle primitive*: primitive di una stessa forma differenziale esatta (T* 15.2.5.1) (d), insieme delle primitive di una forma differenziale esatta (T* 15.2.5.2) (e). **15.3 Integrali di forme differenziali su traiettorie**: *15.3.1 Traiettoria*: traiettoria (D* 15.3.1.1), traccia di una traiettoria (D* 15.3.1.2), punto iniziale e punto finale di una traiettoria (D* 15.3.1.3), traiettoria chiusa (D* 15.3.1.4), traiettoria in un insieme (D* 15.3.1.5), traiettoria di classe C^1 (D* 15.3.1.6); traiettoria di classe C^1 a tratti (D 15.3.1.7); *15.3.2 Integrale di una forma differenziale su una traiettoria*: integrale curvilineo di una forma differenziale su una traiettoria di classe C^1 (D** 15.3.2.1); **15.4 Forme differenziali esatte e integrali su traiettorie**: *15.4.1 Integrale del differenziale*: integrale del differenziale di una funzione (T** 15.4.1.1) (d); *15.4.2 Integrale di una forma differenziale esatta*: integrale di una forma differenziale esatta (T** 15.4.2.1) (d), integrale di una forma differenziale esatta su traiettorie con gli stessi estremi (T** 15.4.2.2) (d); integrale di una forma differenziale esatta su una traiettoria chiusa (T** 15.4.2.3) (d); una forma differenziale può essere chiusa senza essere esatta (T* in Osservazione 15.4.2.1) (d); *15.4.3 Forme differenziali esatte e integrali su traiettorie*: forme differenziali esatte ed integrali su traiettorie (T** 15.4.3.1) (e). **15.5 Teorema di Poincaré**: *15.5.1 Insiemi stellati*: insieme stellato rispetto ad un punto (D** 15.5.1.1); insieme stellato (D** 15.5.1.2); *15.5.2 Teorema di Poincaré*: teorema di Poincaré (T** 21.5.2.1) (e); *15.5.3 Forme differenziali localmente esatte*: forma differenziale localmente esatta (D* 15.5.3.1), forme differenziali chiuse e forme differenziali localmente esatte (T* 15.5.3.1) (d) forme differenziali chiuse su domini non stellati (T) (I).

16 Equazioni implicite

16.1 Equazioni implicite in $\mathbf{R} \times \mathbf{R}$: *16.1.1 Equazioni implicite in* $\mathbf{R} \times \mathbf{R}$: soluzione di un'equazione implicita in $\mathbf{R} \times \mathbf{R}$ (D** 16.1.1.1); *16.1.2 Soluzioni massimali*: funzioni implicite massimali (D* 16.1.2.1); *16.1.3 Problema iniziale con equazione implicita*: soluzione di un problema con equazione implicita (D** 16.1.3.1). **16.2 Equazioni implicite in $\mathbf{R}^N \times \mathbf{R}^M$**: *16.2.1 equazioni implicite in* $\mathbf{R}^N \times \mathbf{R}^M$: soluzione di un'equazioni implicite in $\mathbf{R}^N \times \mathbf{R}^M$ (D* 16.2.1.1). *16.2.2 Problema implicito*: soluzione di un problema implicito in $\mathbf{R}^N \times \mathbf{R}^M$ (D) (I). 16.3 **Teorema di Dini**: *16.3.1 Teorema di Dini*: teorema di Dini in $\mathbf{R}^N \times \mathbf{R}^M$ (T* 16.3.1.1) (e), teorema di Dini in $\mathbf{R} \times \mathbf{R}$ (T** 16.3.1.2) (e)).

17 Sottovarietà differenziali di $\mathbf{R}^N$

17.1 Sottovarietà parametrizzabili differenziali: *17.1.1 Sottovarietà parametrizzabili differenziali*: sottovarietà di $\mathbf{R}^N$ di dimensione m parametrizzabile differenziale (D* 17.1.1.1); *17.1.2 Varietà lineari*: varietà lineari come sottovarietà (T* 17.1.2.1) (e); *17.1.3 Segmenti aperti*: segmenti aperti come sottovarietà di dimensione 1 parametrizzabile differenziale (T* 17.1.3.1) (e); *17.1.4 Triangolo aperto*: triangolo aperto come sottovarietà di dimensione 2 parametrizzabile differenziale (T* 17.1.4.1) (e); *17.1.5 Simplesso aperto*: simplesso aperto come sottovarietà parametrizzabile differenziale (T* 17.1.5.1) (e); *17.1.7 Sottovarietà cartesiane*: grafico di una funzione scalare di $N-1$ variabili come sottovarietà parametrizzabile differenziale (T* 17.1.7.1) (e); *17.1.8 Cambiamento di parametro*: cambiamento di parametro (T 17.1.8.1) (e); *17.1.9 Spazio tangente ad una sottovarietà parametrizzabile*: spazio tangente ad una sottovarietà parametrizzabile differenziale (D** 17.1.9.1). **17.2 Sottovarietà differenziali di $\mathbf{R}^N$**: *17.2.1 Sottovarietà differenziali di* $\mathbf{R}^N$: sottovarietà di $\mathbf{R}^N$ di dimensione m differenziale (D* 17.2.1.1); *17.2.2 Equazione cartesiana di una sottovarietà differenziale*: caratterizzazione locale delle sottovarietà mediante equazioni cartesiane (T* 17.2.2.1) (e), sottovarietà definita da un'equazione $f(x) = 0$ (T* 17.2.2.2) (e), coniche e quadriche come sottovarietà (T) (d); *17.2.3 Spazio tangente ad una sottovarietà*: spazio tangente ad una sottovarietà (D 17.2.3.1)); *17.2.4 Spazio normale*: spazio normale ad una sottovarietà (D** 17.2.4.1), base per lo spazio normale (T** 17.2.4.1) (e); *17.2.5 Varietà lineare tangente e varietà lineare normale*: varietà lineare tangente ad una sottovarietà differenziale (D* 17.2.5.1), varietà lineare normale ad una sottovarietà differenziale (D* 17.2.5.2). **17.3 Estremanti relativi su sottovarietà**: *17.3.1 Massimi e minimi vincolati*: estremanti relativi su una sottovarietà e gradiente (T* 17.2.9.1) (e); moltiplicatori di Lagrange (T* 21.2.9.2) (e).

18. Equazioni differenziali

18.1 Equazioni differenziali del primo ordine: *18.1.1 Equazione differenziale*: soluzione di un'equazione differenziale (D*** 18.1.1.1); *18.1.2 Soluzioni massimali*: soluzione massimale (D* 18.1.2.1); *18.1.3 Equazione* $y' = f(x)$: soluzioni dell'equazione $y' = f(x)$ (T** 18.1.3.2) (d). **18.2 Equazione differenziale di forma normale**: *18.2.1 Equazione differenziale di forma normale*: equazione differenziale di forma normale (D** 18.5.1.1), soluzione di un'equazione differenziale di forma normale (T*** 18.2.1.1) (d), proprietà geometrica del grafico di una soluzione (I); *18.2.2 Problema di Cauchy*: soluzione di un problema di Cauchy per un'equazione differenziale di forma normale (T*** 18.2.2.1) (d); *18.2.3 Problema di Cauchy per l'equazione* $y' = f(x)$: problema di Cauchy per l-equazione $y' = f(x)$ (T** 18.2.3.1) (e). *18.2.4 Esistenza e unicità della soluzione del problema di Cauchy*: esistenza ed unicità della soluzione massimale di un problema di Cauchy (T*** 18.2.4.1) (e). **18.3 Equazioni a variabili separate**: *18.3.1 Equazioni a variabili separate*: equazioni a variabili separate (D* 18.3.1.1), soluzione di un'equazioni a variabili separate (T* 18.3.1.1) (d); *18.3.2 Problema di Cauchy per equazioni a variabili separate*: equivalenza del problema di Cauchy per un'equazione a variabili separate con un'equazione implicita (T** 18.3.2.1) (e). *18.3.3 Equazioni a variabili separabili*: equazione a variabili separabili (D* 18.3.3.1), soluzioni costanti di un'equazione a variabili separabili (T* 18.3.3.1) (d). **18.4 Sistema di equazioni differenziali del primo ordine**: *18.4.1 Sistema di equazioni differenziali del primo ordine*: soluzione di un'equazione differenziale vettoriale (D* 18.4.1.1); **18.5 Sistema di equazioni differenziali di forma normale**: *18.5.1 Sistema di equazioni differenziali di forma normale*: equazione differenziale vettoriale di forma normale (D* 18.5.1.1), soluzione di un'equazione differenziale vettoriale di forma normale (T* 18.5.1.1) (d); *18.5.2 Problema di Cauchy*: soluzione di un problema di Cauchy per un'equazione differenziale vettoriale (D* 18.5.2.1); *18.5.3 Esistenza e unicità della soluzione del problema di Cauchy*: esistenza ed unicità della soluzione massimale di un problema di Cauchy per un'equazione differenziale vettoriale di forma normale (T* 18.5.3.1) (e). **18.6 Equazioni differenziali di ordine superiore al primo**: *18.6.1 Equazioni differenziali di ordine superiore al primo*: soluzione di un'equazione differenziale di ordine n (D* 18.6.1.1); *18.6.2 Equivalenza fra equazione di ordine n e sistema di n equazioni del primo ordine*: equivalenza fra equazione di ordine n e sistema di n equazioni del primo ordine (T*) (e); **18.7 Equazione differenziali di ordine n di forma normale**: *18.7.1 Equazioni differenziali di ordine n di forma normale*: equazione differenziale d'ordine n di forma normale (D* 18.7.1.1), soluzione di un'equazione di ordine n di forma normale (T* 18.7.1.1); *18.7.2 Problema di Cauchy relativo ad una equazione di ordine* n: soluzione di un problema di Cauchy per un'equazione differenziale di ordine n di forma normale (D* 18.7.2.1); *18.7.3 Esistenza e unicità della soluzione del problema di Cauchy*: esistenza ed unicità della soluzione massimale di un problema di Cauchy per un'equazione differenziale d'ordini n (T* 18.7.3.1) (e). *18.7.5: Equazione* $y^{(n)} = f(x)$: metodi per risolvere problemi di Cauchy (I); *18.7.6: Equazione* $F(x, y', y'') = 0$: metodi per risolvere problemi di Cauchy (I).

19 Equazioni differenziali lineari

19.1 Equazioni differenziali lineari del primo ordine: *19.1.1 Equazioni differenziali lineari del primo ordine*: soluzione di un'equazioni differenziali lineari del primo ordine (D*** 19.1.1.1); *19.1.2 Insieme delle soluzioni*: insieme delle soluzioni di un'equazione differenziale lineare del primo ordine (T*** 19.1.2.1) (d), insieme delle soluzioni di un'equazione differenziale lineare del primo ordine omogenea (T** 19.1.2.2) (d); *19.1.3 Problema di Cauchy*: soluzione di un problema di Cauchy per un'equazione differenziale lineare del primo ordine (D** 19.1.3.1), espressione della soluzione di un problema di Cauchy per un'equazione differenziale lineare del primo ordine (T** 19.1.3.1) (e); **19.2 Sistemi di equazioni differenziali lineari**: *19.2.1 Sistemi di equazioni differenziali lineari*: soluzione di un sistema di equazioni differenziali lineari del primo ordine (D* 19.2.1.1); *19.2.2 Problema di Cauchy*: soluzione di un problema di Cauchy per un sistema di un sistema lineare (D* 19.2.2.1); *19.2.3 Teorema fondamentale sul Problema di Cauchy*: teorema di esistenza e unicità della soluzione di un problema di Cauchy per i sistemi di equazioni differenziali lineari (T* 19.2.3.2) (e); *19.2.4 Sistemi differenziali lineari omogenei*: sistema di equazioni differenziali lineari omogeneo (D** 19.2.4.1); *19.2.5 Lo spazio vettoriale delle soluzioni*: somma e prodotto per uno scalare per soluzioni di un sistema differenziale lineare omogeneo (T* 19.2.5.1) (d), inseme delle soluzioni di un sistema differenziale lineare omogeneo come sottospazio vettoriale (T** 19.2.5.2(d)); *19.2.6 Dimensione dello spazio delle soluzioni del sistema omogeneo*: dimensione dello spazio vettoriale delle soluzioni di un sistema differenziale lineare omogeneo (T** 19.2.6.1) (e); *19.2.9 Sistema fondamentale ed integrale generale*: sistema fondamentale di soluzioni di un sistema differenziale lineare omogeneo (D** 19.2.9.1); integrale generale di un sistema differenziale lineare omogeneo (D** 19.2.9.2); *19.2.10 Sistema omogeneo a coefficienti costanti*: soluzioni reali e soluzioni complesse di un sistema differenziale lineare omogeneo a coefficienti costanti(T* e D*); *19.2.11 Autovalori e autovettori*: gli spazi $E(\lambda)$ (D 19.2.11.1), autovalori e autovettori (D* 19.2.11.2), caratterizzazione degli autovalori (T* 19.2.11.1) (e), polinomio caratteristico ed equazione caratteristica (D* 19.2.11.3), dimensione di $E(\lambda)$ e molteplicità di λ nel polinomio caratteristico (T* 19.2.11.2) (e), caratterizzazione delle matrici diagonalizzabili (T 19.2.11.3) (e); *19.2.14 Matrici diagonalizzabili*: matrice diagonale (D* 19.2.14.1), matrice diagonalizzabile (D* 19.2.14.2), caratterizzazione delle matrici diagonalizzabili (T* 19.2.14.1) (e), polinomio caratteristico ed equazione caratteristica (D* 19.2.11.3), dimensione di $E(\lambda)$ e molteplicità di λ nel polinomio caratteristico (T* 19.2.11.2) (e), caratterizzazione delle matrici diagonalizzabili (T 19.2.11.3) (e); *19.2.15 Sistemi a coefficienti costanti e autovalori*: condizione affinchè $\varphi(t) = e^{\lambda t}v$ sia una soluzione del sistema omogeneo (T* 19.2.15.1) (d), condizione affinchè $\varphi(t) = e^{\lambda t}v$ sia una soluzione non nulla del sistema omogeneo (T* 19.2.15.2) (d); sistema fondamentale di soluzioni per un sistema lineare omogeneo a coefficienti costanti con matrice dei coefficienti diagonalizzabile (T* 19.2.15.3) (e); *19.2.16 Sistemi omogenei a coefficienti costanti reali*: sistema fondamentale di soluzioni reale a partire da un sistema fondamentale di soluzioni complesso (T*) (e); *19.2.17 Sistemi lineari non omogenei*: soluzioni di un sistema non omogeneo (T** 19.2.17.1) (d); **19.3 Equazioni differenziali lineari di ordine** n: *19.3.1 Equazioni differenziali lineari di ordine* n: soluzione di un'equazione differenziale lineare di ordine n (D*** 19.3.1.1); *19.3.2 Equivalenza fra equazione lineare di ordine* n *e sistema lineare di* n *equazioni del primo ordine*: equivalenza fra equazione lineare di ordine n e sistema lineare di n equazioni del primo ordine (T*) (e); *19.3.3 Problema di Cauchy*: soluzione di un problema di Cauchy (D** 19.3.3.1), *19.3.4 Teorema fondamentale sul Problema di Cauchy*: esistenza e unicità della soluzione del problema di Cauchy per le equazioni differenziali lineari di ordine n (T** 19.3.4.1) (e); *19.3.5 Equazioni lineari omogenee di ordine* n: equazione differenziale lineare d'ordine n omogenea (D** 19.3.5.1; *19.3.6 Lo spazio vettoriale delle soluzioni*: somma e prodotto per uno scalare per le soluzioni di un'equazione differenziale lineare d'ordine n omogenea (T** 19.3.6.1) (e), insieme delle soluzioni per un'equazione differenziale lineare d'ordine n omogenea come sottospazio vettoriale (T*** 19.3.6.2) (e); *19.3.7 Dimensione dello spazio delle soluzioni dell'equazione omogenea*: dimensione dello spazio vettoriale delle soluzioni di un'equazione differenziale lineare d'ordine n omogenea (T*** 19.3.7.1) (e); *19.3.10 Sistema fondamentale ed integrale generale*: sistema fondamentale di soluzioni di un'equazione differenziale lineare d'ordine n omogenea (D** 19.3.10.1); integrale generale di un'equazione differenziale lineare d'ordine n omogenea (D** 19.3.10.2); *19.3.11 Equazione omogenea a coefficienti costanti*: soluzioni reali e soluzioni complesse di un'equazione differenziale lineare d'ordine n omogenea a coefficienti costanti (T* e D*); *19.3.12 Equazione caratteristica*: condizione affinchè $e^{\lambda x}$ sia una soluzione dell'equazione differenziale lineare d'ordine n omogenea a coefficienti costanti (T** 19.3.12.1) (d); equazione caratteristica (D***); *19.3.13 Sistema fondamentale di soluzioni per l'equazione a coefficienti costanti*: sistema fondamentale di soluzioni nel caso di radici distinte dell'equazione caratteristica

(T* 19.3.13.1) (e); sistema fondamentale di soluzioni nel caso di radici multiple dell'equazione caratteristica (T*** 19.3.13.2) (e); *19.3.14 Equazioni a coefficienti costanti reali*: sistema fondamentale di soluzioni per le equazioni differenziali lineari d'ordine n omogenee a coefficienti costanti reali (T**) (e); *19.3.15 Equazioni lineari non omogenee*: soluzioni di un'equazione differenziale lineare d'ordine n non omogenea (T*** 19.3.15.1) (e); *19.3.16 Integrali particolari ed esponenziali*: integrale particolare con termine noto $P(x)e^{\alpha x}$ e α non soluzione dell'equazione caratteristica (T* 19.3.16.1) (e), integrale particolare con termine noto $e^{\sigma x}(P_1(x)\cos(\tau x) + P_2(x)\sin(\tau x))$ e $\sigma + i\tau$ non soluzione dell'equazione caratteristica (T* 19.3.16.2) (e), integrale particolare con termine noto $P(x)e^{\alpha x}$ e α soluzione dell'equazione caratteristica (T* 19.3.16.3) (e), integrale particolare con termine noto $e^{\sigma x}(P_1(x)\cos(\tau x) + P_2(x)\sin(\tau x))$ e $\sigma + i\tau$ soluzione dell'equazione caratteristica (T* 19.3.16.4) (e).

20 Integrale di Riemann su intervalli di $\mathbf{R}^N$

20.1 Intervalli di $\mathbf{R}^N$: *20.1.2 Intervalli di $\mathbf{R}^N$*: intervallo di $\mathbf{R}^N$ (D* 20.1.2.1), intervallo chiuso di $\mathbf{R}^N$ come prodotto cartesiano di intervalli chiusi di $\mathbf{R}$ (T 20.1.2.1), intervalli chiusi non degeneri di $\mathbf{R}^N$ (D* 20.1.2.2); *20.1.3 Misura di un intervallo*: misura di un intervallo di $\mathbf{R}^N$ (D** 20.1.3.1). **20.2 Insiemi di misura nulla**: *20.2.1 Somma di una famiglia numerabile di numeri reali positivi*: insiemi equipotenti (D*), insiemi numerabili (D*), insiemi al più numerabili (D*), somma di una famiglia numerabile di numeri reali positivi (D); *20.2.2 Insiemi di misura nulla*: insiemi di misura nulla (D* 20.1.2.1); *20.2.3 Definizione di quasi dappertutto*: definizione di proprietà vera quasi dappertutto (D* 20.2.3.1). **20.3 Funzioni di Riemann**: *20.3.1 Funzioni continue quasi dappertutto*: funzioni continue quasi dappertutto (D* 20.3.1.1); *20.3.2 Funzioni di Riemann*: funzioni di Riemann (D** 20.3.2.1). **20.4 Integrale secondo Riemann su un intervallo**: *20.4.1 Scomposizione di un intervallo*: scomposizione di un intervallo (D** 20.4.1.1); *20.4.2 Somme superiori e somme inferiori*: somme superiori e somme inferiori (D*** 20.4.2.1); ogni somma inferiore minore o uguale di ogni somma superiore (T* 20.4.2,1). *20.4.3 Integrale superiore e integrale inferiore*: integrale superiore ed integrale inferiore (D*** 20.4.3.1), relazione fra integrale inferiore ed integrale superiore (T* 20.4.3.1) (d); *20.4.4 Somme e funzioni di Riemann*: rapporto fra somme superiori, somme inferiori e funzioni di Riemann (T** 20.4.4.1) (e); *20.4.5 Integrale*: integrale di una funzione di Riemann su un intervallo (D*** 20.4.5.1), significato geometrico di integrale (I**); *20.4.6 Integrale di una costante*: integrale di una funzione costante (T 20.4.6.1) (e), integrale della costante 1 (T 20.4.6,2) (d); *20.4.7 Somme di Riemann*: scelta relativa ad una scomposizione (D* 20.4.7.1); somme di Riemann (D** 20.4.7.2), *20.4.8 Integrale come limite delle somme di Riemann rispetto all'orientazione $\delta \to 0$*: diametro di un insieme (D*), diametro di una scomposizione (D*), convergenza delle somme di Riemann ad un numero al tendere a 0 del diametro della scomposizione (D); somme di Riemann convergenti ad un valore l (D); somme di Riemann convergenti (D), limite per le somme di Riemann (D); caratterizzazione delle funzioni di Riemann mediante la convergenza delle somme di Riemann e integrale come limite delle somme di Riemann (T* 20.4.8.1) (e); *20.4.9 Proprietà dell'integrale*: Linearità dell'integrale (T* 20.4.9.1) (d), positività dell'integrale (T* 20.4.9.2) (e), monotonia dell'integrale (T* 20.4.9.3) (d), integrale di funzioni uguali quasi dappertutto (T* 20.4.9.4) (d), valore assoluto di un integrale (T* 20.4.9.5) (d)), teorema di media integrale (T* 20.4.9.6) (d), teorema di media integrale per funzioni continue (T* 20.4.9.7) (e), additività dell'integrale (T* 20.4.9.8) (e). **20.5 Integrale su intervalli di $\mathbf{R}$**: *20.5.1 Integrale da x a y*: integrale di Riemann da x a y (D* 20.5.1.1) integrale da x a y ed integrale da y a x (T* 20.5.1.1) (e), additività per gli integrali da x a y (T* 20.5.1.2) (e); *20.5.2 Funzione integrale*: funzione integrale (D*** 20.5.2.1); *20.5.3 Continuità della funzione integrale*: continuità della funzione integrale (T* 20.5.3.1) (e); *20.5.4 Teorema fondamentale del calcolo integrale*: teorema fondamentale del calcolo integrale (T*** 20.5.4.1) (d); *20.5.5 Formula di Leibniz-Newton*: formula di Leibniz-Newton (T*** 20.5.5.1) (d), integrale di una funzione continua come variazione di una primitiva (corso di Analisi L-A) come integrale di Riemann da x a y (corso di Analisi L-B) (T* 20.5.5.2(d)); *20.5.6 Alcune derivate di integrali*: deriva di $\int_x^{x_0} f$ (T) (d) derivata di $\int_{\alpha(x)}^{\beta(x)} f(x,y)\,dy$. **20.6 Integrale sul prodotto di due intervalli**: *20.6.1 Integrale sul prodotto di due intervalli*: integrale sul prodotto di due intervalli (T* 20.6.1.1) (e) *20.6.2 Integrale di un prodotto*: integrale di un prodotto di funzioni delle singole variabili (T 20.6.2.1) (I).

21 Integrale di Lebesgue in $\mathbf{R}^N$

21.1 Integrale di una funzione continua positiva su un compatto: **21.1.1 Integrale di una funzione continua su un compatto**: integrale di una funzione continua positiva su un compatto (D* 21.1.1.1); **21.2 Insiemi misurabili**: *21.2.1 Insiemi misurabili*: insieme misurabile (D* 21.2.1.1); **21.3 Funzioni misurabili secondo Lebesgue**: *21.3.1 Funzioni misurabili*: funzione misurabile secondo Lebesgue (D* 21.3.1.1); **21.4 Integrale di funzioni misurabili positive**: *21.4.1 Integrale di una funzione misurabile positiva finita*: integrale di una funzione misurabile positiva finita (D* 21.4.1.1); *21.4.2 Integrale di una funzione misurabile positiva a valori in $\overline{\mathbf{R}}$*: integrale della costante $+\infty$ (D* 21.4.2,1), definizione di integrale di una funzione misurabile positiva a valori in $\overline{\mathbf{R}}$ (D*

21.4.2.2); *21.4.3 Integrali di funzioni positive convergenti*: integrale convergente ed integrale divergente positivamente (D* 21.4.3.1); **21.5 Misura di un insieme misurabile**: *21.5.1 Misura di un insieme misurabile*: misura di un insieme misurabile (D** 21.5.1.1); *21.5.2 Insiemi integrabili*: insieme integrabile (D* 21.5.2.1). **21.6 L'integrale di Riemann come integrale di Lebesgue**: *21.6.1 L'integrale di Riemann come integrale di Lebesgue*: l'integrale di Riemann come integrale di Lebesgue (T* 21.6.1.1) (e); *21.6.2 Integrali impropri e integrali di Lebesgue di funzioni misurabili positive*: integrale improprio su una semiretta positiva come integrale di Lebesgue (T* 21.6.2.1)(e); **21.7 Integrale sul prodotto di insiemi misurabili**: *21.7.2 Integrale di una funzione definita quasi dappertutto*: funzione definita quasi dappertutto (D 21.7.2.1) integrale di una funzione definita quasi dappertutto (D* 21.7.2.2)); *21.7.3 Integrale sul prodotto di due insiemi misurabili*: integrale sul prodotto di insiemi misurabili (T** 21.7.3.1) (e); *21.7.4 Proiezioni in un prodotto cartesiano*: prima e seconda proiezione in un prodotto cartesiano D 24.7.4.1; *21.7.5 Immagine di un punto in un grafico*: immagine di un punto in un grafico (D* 21.7.5.1); *21.7.6 Funzioni $F(x,\cdot)$ e $F(\cdot,y)$*: la funzione $F(x,\cdot)$ (D* 21.7.6.1: *21.7.7 Integrale su un sottoinsieme del prodotto cartesiano*: integrale su un sottoinsieme del prodotto cartesiano (T** 21.7.7.1) (e); *21.7.8 Formule di riduzione per gli integrali doppi*: formula di riduzione con proiezione del dominio sull'asse x (T*** 21.7.8.1) (d), formula di riduzione con proiezione del dominio sull'asse y (T*** 21.9.7.2) (d); *21.7.9 Formule di riduzione per gli integrali tripli*: formula di riduzione con proiezione del dominio sul piano xy (T*** 21.7.9.1) (d), formula di riduzione con proiezione del dominio sull'asse z (T*** 21.7.9.2) (d). **21.8 Cambiamento di variabile negli integrali**: *21.8.1 Cambiamento di variabile negli integrali su insiemi misurabili*: cambiamento di variabile negli integrali di funzioni misurabili positive (T*** 21.8.1.1) (e); *21.8.2 Parametrizzazione in misura*: parametrizzazione in misura (D) (I); **21.9 Funzioni integrabili secondo Lebesgue**: *21.9.1 Funzioni integrabili secondo Lebesgue*: funzioni integrabili secondo Lebesgue (D* 21.9.1.1), T** 21.12.1.2 (d); *21.9.2 Criterio di integrabilità*: criterio di integrabilità (T 21.9.2.1) (e); *21.9.3 Parte positiva e parte negativa di una funzione*: parte positiva e parte negativa di un elemento di $\overline{\mathbf{R}}$ (D* 21.9.3.1), proprietà della parte positiva e della parte negativa di un elemento (T* 21.9.3.1 punti 1, 2 e 3) (e), parte positiva e parte negativa di una funzione (D* 21.9.3.2), proprietà della parte positiva e della parte negativa di una funzione (T* 21.9.3.2, punti 1, 2 e 3) (e); *21.9.4 Integrale di una funzione integrabile*: caratterizzazione delle funzioni integrabili (T* 21.9.4.1) (e), integrale di una funzione integrabile (D* 21.9.4.1). **21.10 Applicazioni geometriche**: *21.10.3 Area della regione limitata da un'ellisse*: regione limitata da un'ellisse (D 21.10.3.1), area della regione limitata da un'ellisse (T* 21.10.3.1) (d); *21.10.9 Volume del cono*: cono (D* 21.10.9.1), volume del cono (T*) (d); *21.10.10 Volume della regione limitata da un'ellissoide*: regione limitata da un ellissoide (D 21.10.10.1), volume della regione limitata da un ellissoide (T* 21.10.10.1) (d); *21.10.12 Volumi di solidi di rotazione*: solido di rotazione (D* 21.10.12.1), volume di un solido di rotazione (T* 21.10.12.1) (d); *21.10.13 Baricentro*: baricentro (D* 21.10.13.1); *21.10.14 Teorema di Guldino*: teorema di Guldino (T* 21.10.14.1) (d).

22 Integrazione di funzioni su sottovarietà di $\mathbf{R}^N$

22.1 Graamiano di m vettori: *22.1.1 Graamiano di m vettori*: graamiano di m vettori (D* 22.1.1.1); *22.1.2 Quadrato simbolico di una matrice*: quadrato simbolico di una matrice (D* 22.1.2.1), graamiano e quadrato simbolico (T* 22.1.2.1) (e)); *22.1.3 Prodotto vettoriale di $N-1$ vettori*: prodotto vettoriale di $N-1$ vettori (D* 22.1.3.1), prodotto vettoriale in $\mathbf{R}^3$ (T* 22.1.3.1), prodotto misto (T* 22.1.3.2) (e), ortogonalità del prodotto vettoriale (T* 22.1.3.3) (e), prodotto vettoriale e graamiano (T* 22.1.3.4) (e). **22.2 Integrazione su sottovarietà parametrizzabili**: *22.2.1 Sottoinsiemi misurabili e funzioni misurabili rispetto ad una sottovarietà parametrizzabile*: sottoinsiemi di una sottovarietà di dimensione m, m-misurabili (D 22.2.1.1), funzioni su un sottoinsieme di una sottovarietà di dimensione m, m-misurabili (D 22.2.1.2); *22.2.2 Integrale di una funzione misurabile positiva su un sottoinsieme di una sottovarietà parametrizzabile*: integrale di una funzione misurabile positiva su un sottoinsieme di una sottovarietà parametrizzabile (D** 22.2.2.1); *22.2.3 Integrale curvilineo*: integrali curvilinei di funzioni (T*** 22.2.3.1) (d); *22.2.4 Integrale di superficie*: simboli di Gauss E, F, G (D*** 22.2.4.1), integrali di superficie di funzioni (T*** 22.2.4.1) (d); *22.2.5 Integrale di ipersuperficie*: integrale su una ipersuperficie (T* 22.2.5.1); *22.2.6 Integrale su una ipersuperficie cartesiana*: integrale di funzioni su una ipersuperficie cartesiana (T** 22.2.6.1) (e); *22.2.7 Misura di un insieme su una sottovarietà parametrizzabile*: misura di un sottoinsieme misurabile di una varietà parametrizzabile (D*** 22.2.7.1); *22.2.8 Funzioni integrabili su sottoinsiemi di una sottovarietà parametrizzabile*: funzione m-integrabile su un sottoinsieme di una sottovarietà di dimensione m (D 22.2.8.1). *22.2.9 Integrale di una funzione m-integrabili su sottoinsiemi di una sottovarietà parametrizzabile*: integrale di una funzione integrabile su un sottoinsieme di una varietà parametrizzabile (D* 22.2.9.1). **22.3 Integrale di funzioni su sottovarietà differenziali**: *22.3.1 Integrale di funzioni su sottovarietà differenziali*: integrale di funzioni su una sottovarietà differenziale (I) **22.4 Sottovarietà lipschitziane**: *22.4.1 Sottovarietà lipschitziane*: sottovarietà lipschitziana (I) *22.4.2 Integrale di una funzione su una sottovarietà lipschitziana*: integrale di una funzione su una sottovarietà lipschitziana (I) **22.5 Sottovarietà di $\mathbf{R}^N$ con bordo**: *22.5.1 Semispazio di riferimento di $\mathbf{R}^m$*: il semispazio S_m (D 22.5.1.1); *22.5.2 Sottovarietà differenziale di $\mathbf{R}^N$ con bordo*: sottovarietà differenziale di $\mathbf{R}^N$ con bordo (I) *22.5.3 Punti interni e punti di bordo* *di una sottovarietà con bordo*: punti interni e punti di bordo di una sottovarietà con bordo (I) *22.5.6 Integrale di una funzione su una sottovarietà differenziale con bordo*: integrale di una funzione su una sottovarietà differenziale con bordo (I) *22.5.7 Sottovarietà lipschitziana con bordo*: sottovarietà lipschitziane con bordo e integrale di una funzione su una sottovarietà lipschitziana con bordo (I) **22.6 Applicazioni geometriche**: *22.6.2 Lunghezza di una circonferenza*: lunghezza di una circonferenza (T** 22.6.2.1) (d); *22.6.4 Lunghezza della cicloide*: lunghezza della cicloide (T* 22.6.4.1) (d); *22.6.5 Lunghezza di un'elica circolare*: lunghezza dell'elica circolare (T* 22.6.5.1) (d); *22.6.9 Area di una superficie cilindrica*: area di una superficie cilindrica (T** 22.6.9.1) (d); *22.6.10 Area di una superficie conica*: area di una superficie conica (T** 22.6.10.1) (d); *22.6.11 Area di una superficie sferica*: area di una superficie sferica (T** 22.6.11.1) (d); *22.6.13 Area di una superficie di rotazione*: superficie di rotazione (D* 22.6.13.1), area di una superficie di rotazione (T* 22.6.13.1) (d); *22.6.14 Baricentro di un sottoinsieme compatto di una sottovarietà*: baricentro di un sottoinsieme compatto di una sottovarietà (D* 22.6.14.1); *22.6.15 Teorema di Guldino per le superfici di rotazione*: teorema di Guldino per le superfici di rotazione (T* 22.6.15.1) (d).

23 Integrale di m-forme differenziali su sottovarietà orientate di $\mathbf{R}^N$

23.1 Spazi vettoriali orientati: *23.1.1 Equivalenza*: relazione di equivalenza in un insieme (D*), classi d'equivalenza (D*), insieme quoziente (D*). *23.1.2 Orientazione di uno spazio vettoriale*: basi equivalenti (D* 23.1.2.1), orientazione di uno spazio vettoriale (D* 23.1.2.2), spazio vettoriale orientato (D* 23.1.2.3) orientazione canonica di $\mathbf{R}^N$ (D* 23.1.2.5). **23.2 Sottovarietà parametrizzabili orientate** *23.2.1 Sottovarietà parametrizzabile orientata*: parametrizzazioni equivalenti (D* 23.2.1.1); orientazione di una varietà parametrizzabile (D*); sottovarietà parametrizzabile orientata (D* 23.2.1.2); *23.2.2 Orientazione dello spazio tangente*: orientazione dello spazio tangente (D* 23.2.2.1); *23.2.3 Versore tangente*: versore tangente (D* 23.2.3.1), espressione del versore tangente (T* 23.2.3.1) (d); *23.2.4 Orientazione dello spazio normale*: orientazione dello spazio normale (D* 23.2.4.1); *23.2.5 Versore normale*: versore normale (D* 23.2.5.1), espressione del versore normale (T* 23.2.5.1) (d). *23.2.6 Orientazione canonica per le sottovarietà differenziali di dimensione N*: orientazione canonica per le sottovarietà di dimensione N (D*) *23.2.7 Sottovarietà orientabile*: sottovarietà differenziale orientabile (I). **23.3 Gli spazi vettoriali $\mathrm{A}_m(\mathbf{R}^N)$**: *23.3.1 Forme bilineari alternanti*: forme bilineari alternanti (D* 23.3.3.1); *23.3.2 Prodotto esterno di forme lineari*: prodotto esterno di due forme lineari (D* 23.3.2.1), base di $\mathrm{A}_2(\mathbf{R}^N)$ (T* 23.3.2.1) (e); *23.3.3 Forme multilineari*: forme m-lineari (D 23.3.3.1); *23.3.4 Forme multilineari alternanti*: forma m-lineare alternante (D*), gli spazi vettoriali $\mathrm{A}_m(\mathbf{R}^N)$ (D*) (T) (e); prodotto esterno di m forme lineari (D*); *23.3.5 Lo spazio vettoriale $\mathrm{A}_m(\mathbf{R}^N; R)$*: base dello spazio vettoriale delle forme m-lineari alternanti (T* 23.3.5.1) (e); *23.3.6 Base di $\mathrm{A}_N(\mathbf{R}^N)$*: base di $\mathrm{A}_N(\mathbf{R}^N)$ (T* 23.3.6.1) (d), base canonica di $\mathrm{A}_N(\mathbf{R}^N)$ (D* 23.3.6.1); *23.3.7 Base di $\mathrm{A}_{N-1}(\mathbf{R}^N)$*: le $N-1$-forme lineari $\hat{p}_i$ (D*), base di $\mathrm{A}_{N-1}(\mathbf{R}^N)$ (T* 23.3.7.1) (e), base canonica complementare di $\mathrm{A}_{N-1}(\mathbf{R}^N)$ (D* 23.3.7.1). **23.4 m-forme differenziali**: *23.4.1 m-forma differenziale*: m- forma differenziale (D* 23.4.1.1); *23.4.2 Espressione di una m-forma differenziale*: famiglia di funzioni associata ad una m-forma (T 23.4.2.1) (e), espressione di una m-forma attraverso le forme differenziali dx_i (T) (e); *23.4.3 Funzione associata ad una N-forma*: funzione associata ad una N-forma (T 23.4.3.1) (e); *23.4.4 Campo di vettori associato in modo complementare a una $N-1$-forma*: le $N-1$-forme $\hat{dx_i}$ (D* 23.4.4.1), espressione delle $(N-1)$-forme $\hat{dx_i}$ (T* 23.4.4.1) (e), espressione di una $N-1$ forma attraverso le $\hat{dx_i}$ (T* 23.4.4.2) (e), campo di vettori associato in modo complementare a una $N-1$-forma (D* 23.4.4.2)); *23.4.5 Campo di vettori associato in modo complementare per $N=3$*: campo di vettori associato in modo complementare per $N=3$ (T) (d) **23.5 Integrale su una sottovarietà parametrizzabile**: *23.5.1 m-forma misurabile e m-forma integrabile*: m forma misurabile e m forma integrabile su un sottoinsieme di una sottovarietà di dimensione m (D 23.5.1.1); *23.5.2 Integrale di una m-forma*: integrale di una m-forma integrabile su un sottoinsieme di una sottovarietà di dimensione m (D** 23.5.2.1); *23.5.3 Integrale di una 1-forma*: integrale di una 1-forma (T*** 23.5.3.1) (d); *23.5.4 Integrale di una 2-forma*: integrale di una 2-forma (T** 23.5.4.1) (d); *23.5.6 Integrale di una N-forma*: integrale di una N-forma (T 23.5.6.1) (d); **23.7 Lavoro di un campo di vettori**: *23.7.1 Lavoro di un campo di vettori*: campo di vettori 1-misurabile e campo di vettori 1-integrabile su un sottoinsieme di una sottovarietà di dimensione 1 (D 23.7.1.1), lavoro di un campo di vettori 1-integrabile su un sottoinsieme di una sottovarietà di dimensione 1 (D* 23.7.1.1); *23.7.2 Lavoro di un campo di vettori e forma differenziale associata al campo*: espressione del lavoro tramite l'integrale della forma differenziale associata al campo di vettori (T* 23.7.2.1) (d). **23.8 Flusso di un campo di vettori**: *23.8.1 Flusso di un campo di vettori*: campo di vettori $(N-1)$-misurabile in modo complementare e campo di vettori $(N-1)$-integrabile in modo complementare su un sottoinsieme di una sottovarietà di dimensione $N-1$ (D 23.8.1.1), flusso di un campo di vettori $(N-1)$-integrabile in modo complementare su un sottoinsieme di una sottovarietà di dimensione $N-1$ (D* 23.8.1.2); *23.8.2 Flusso di un campo di vettori e forma differenziale associata in modo complementare al campo*: espressione del flusso tramite l'integrale della $(N-1)$-forma associata in modo complementare al campo di vettori (T* 23.8.2.1) (e).

24 Teorema di Stokes su sottovarietà con bordo

24.3 Teorema di Stokes: *24.3.2 Teorema di Stokes applicato alle sottovarietà di dimensione* 1: teorema di Stokes applicato agli archi semplici (T* 24.3.2.1) (e) (I), teorema di Stokes applicato alle curve semplici chiuse (T* 24.3.2.2) (e) (I).