

**Simboli:** I= introduzione intuitiva, D = definizione, T = teorema C = criterio deduttivo, d = dimostrazione, e = enunciato, A = assioma. Le indicazioni numeriche si riferiscono ai testi: Carlo Ravaglia: Corso di Analisi Matematica 2 e Carlo Ravaglia: Corso di Analisi Matematica 3. La presenza di asterischi segnala l'importanza dell'argomento; maggiore ne è il numero e più l'argomento è importante. Ad esempio l'indicazione "14.1.2 *Derivata direzionale*: derivata direzionale (D\*\*\* 14.1.1.1) " significa la definizione di derivata direzionale che si trova nella sottosezione (14.1.1) intitolata "Derivata direzionale" del volume Analisi Matematica 2, come definizione (14.1.1.1); i tre asterischi indicano che la definizione è fondamentale. Nel caso di teoremi (d) indica che è in programma anche la dimostrazione, (e) che è in programma solo l'enunciato.

## Presupposti di Analisi Matematica I e di Geometria

Tutti gli argomenti dei corsi di Analisi Matematica 1 e di Geometria aventi riferimento con argomenti del corso di Analisi Matematica 2.

### 14 Calcolo differenziale in $\mathbf{R}^N$

**14.1 Derivate parziali:** 14.1.2 *Derivata direzionale*: derivata direzionale in un punto (D\*\*\* 14.1.2.1); significato geometrico della derivata direzionale (I\*); 14.1.3 *Derivate parziali in un punto*: derivata parziale in un punto (D\*\*\* 14.1.3.1); significato geometrico della derivata parziale (I\*), funzioni derivate parziali (D); 14.1.4 *Gradiente e matrice jacobiana in un punto*: gradiente in un punto (D\*\* 14.1.4.1), matrice jacobiana in un punto (D\*\* 14.1.4.2); 14.1.5 *Funzioni di classe  $C^1$* : funzioni di classe  $C^1$  (D\* 14.1.5.1). **14.2 Estremanti relativi e gradiente:** 14.2.1 *Estremanti relativi e gradiente*: estremanti relativi e gradiente (T\*\*\* 14.2.1.1) (d), 14.2.2 *Punti critici*: punto critico (D\* 14.2.2.1); **14.3 Derivate parziali di ordine superiore:** 14.3.1 *Derivate parziali di ordine superiore*: funzione derivabile due volte in un punto rispetto a due indici (D), funzioni derivate seconde rispetto a due indici (D), derivate parziali di ordine superiore (D) (I); 14.3.2 *Classi di funzioni*: funzioni di classe  $C^n$  (D 14.3.2.1), funzioni di classe  $C^0$  (D 14.3.2.2), funzioni di classe  $C^\infty$  (D 14.3.2.3); 14.3.3 *Teorema di Schwarz*: teorema di Schwarz (T\*\*\* 14.3.3.1) (e). **14.4 Differenziabilità:** 14.4.1 *Trasformazione lineare da  $\mathbf{R}^N$  a  $\mathbf{R}^M$* : definizione di trasformazione lineare da  $\mathbf{R}^N$  a  $\mathbf{R}^M$  (D\*\*\* 14.4.1.1), insieme delle trasformazioni lineari da  $\mathbf{R}^N$  a  $\mathbf{R}^M$  (D 14.4.1.2); 14.4.2 *Matrice di una trasformazione lineare*: insieme delle matrici  $M \times N$  (D 14.4.2.1); caratterizzazione delle trasformazioni lineari attraverso le matrici (T\*\*\* 14.4.2.1) (e); matrice di una trasformazione lineare (D\*\* 14.4.2.2), colonne della matrice di una trasformazione lineare (T\*\* 14.4.2.1) (e); 14.4.3 *Funzione differenziabile in un punto*: definizione di trasformazione lineare da  $\mathbf{R}^N$  a  $\mathbf{R}^M$  (D\*\*\*), funzione differenziabile in un punto (D\*\*\* 14.4.3.1); 14.4.4 *Derivata di una funzione in un punto*: derivata di una funzione in un punto (D\*\*\* 14.4.4.1); 14.4.5 *Differenziabilità e incremento*: espressione dell'incremento per una funzione differenziabile in un punto (T\*\*\* 14.4.5.1) (d), caratterizzazione della differenziabilità attraverso l'espressione dell'incremento (T 14.4.5.2) (d); 14.4.6 *Derivata della restrizione di una trasformazione lineare*: derivata della restrizione di una trasformazione lineare (T\* 14.4.6.1) (d); 14.4.7 *Differenziabilità e continuità*: differenziabilità e continuità (T\*\*\* 14.4.7.1) (d); 14.4.8 *Differenziabilità e derivate direzionali*: differenziabilità e derivate direzionali (T\*\*\* 14.4.8.1) (d); 14.4.9 *Differenziabilità e derivate parziali*: differenziabilità e derivate parziali; matrice della derivata (T\*\*\* 14.4.9.1) (d); 14.4.10 *Differenziabilità per funzioni di una variabile*: differenziabilità per funzioni di una variabile (T\* 14.4.10.1) (d); 14.4.11 *Teorema del differenziale totale*: teorema del differenziale totale (T\*\* 14.4.11.1) (e); 14.4.12 *Differenziabilità della somma e del prodotto per uno scalare*: differenziabilità per la somma e per il prodotto per uno scalare (T\* 14.4.12.1) (d); 14.4.13 *Differenziabilità per la funzione composta*: differenziabilità per la funzione composta (T\*\* 14.4.12.1) (e); derivata parziale di una funzione composta (T\*\* 14.4.12.2) (d); **14.5 Differenziabilità per funzioni scalari:** 14.5.1 *Differenziale di una funzione in un punto*: differenziale di una funzione scalare in un punto (D\*\*\* 14.5.1.1); 14.5.2 *Forme lineari*: forma lineare (D\* 14.5.2.1), caratterizzazione delle forme lineari attraverso i vettori di  $\mathbf{R}^N$  (T\* 14.5.2.1) (e), vettore associato ad una forma lineare (D\* 14.5.2.2); 14.5.3 *Lo spazio vettoriale  $L(\mathbf{R}^N; \mathbf{R})$* : base canonica di  $L(\mathbf{R}^N; \mathbf{R})$  (T\* (14.5.3.1) (e), coordinata di una forma lineare rispetto alla base canonica (T\* 14.5.3.2) (e); 14.5.4 *Vettore associato al differenziale*: espressione del valore del differenziale di una funzione in un punto (T\*\*\* 14.5.4.1) (d), vettore associato al differenziale in un punto (T\*\* 14.5.4.2) (d), gradiente come vettore ortogonale alle ipersuperfici di livello (I); espressione del differenziale come combinazione lineare delle proiezioni (T\* (14.5.3.3) (e). 14.5.5 *Espressione canonica del differenziale*: espressione canonica del differenziale (T\*) (d) (D\*); **14.6 Teorema del valor medio:** 14.6.2 *Insiemi connessi*: insieme sconnesso (D 14.6.2.1), insiemi connessi (D 14.6.2.2); 14.6.3 *Funzioni con derivata nulla*:

funzioni con derivata nulla (T\* 14.6.3.1) (e). **14.7 Diffeomorfismo:** 14.7.1 *Omeomorfismo:* omeomorfismo (D\* 14.7.1.1); 14.7.2 *Diffeomorfismo* diffeomorfismo (D\* 14.7.2.1); 14.7.3 *Trasformazioni lineari invertibili:* trasformazioni lineari invertibili (T\*) (e); 14.7.4 *Derivata della funzione inversa:* derivata della funzione inversa (T\* 14.7.4.1) (d); 14.7.5 *Teorema dell'invertibilita locale:* teorema dell'invertibilità locale (T\* 14.7.5.1) (e), diffeomorfismo locale (D\* 14.7.5.1), caratterizzazione dei diffeomorfismi locali (T\* 14.7.5.2) (d), diffeomorfismo locale iniettivo (T) (e); 14.7.6 *Coordinate polari piane:* coordinate polari (D\*\* 14.7.6.1), rapporto fra coordinate polari e modulo e argomento (T 14.7.6.1) (e), determinate della matrice jacobiana di  $f(\rho, \theta) = (\rho \cos \theta, \rho \sin \theta)$  (T\*\* 14.7.6.2) (d), diffeomorfismo locale relativo alle coordinate polari piane (T\*) (d), un diffeomorfismo relativo alle coordinate polari piane (T 14.7.6.3) (e); 14.7.7 *Coordinate sferiche in  $\mathbf{R}^3$*  coordinate sferiche in  $\mathbf{R}^3$  (D\*\* 14.7.7.1), determinante della matrice jacobiana di  $f(\rho, \varphi, \theta) = (\rho \sin \varphi \cos \theta, \rho \sin \varphi \sin \theta, \rho \cos \varphi)$  (T\*\* 14.7.7.1), diffeomorfismo locale relativo alle coordinate sferiche (T\*) (d); 14.7.8 *Coordinate cilindriche in  $\mathbf{R}^3$ :* coordinate cilindriche in  $\mathbf{R}^3$  (D1\* 14.7.8.1). **14.8 Estremanti relativi e differenziale secondo:** 14.8.1 *Forme bilineari:* Forma bilineare (D\* 14.8.1.1), caratterizzazione delle forme bilineari attraverso le matrici (T\* 14.8.1.1) (e); 14.8.2 *Forme bilineari simmetriche:* forme bilineari simmetriche (D\*\* 14.8.2.1), matrice simmetrica (D\*\* 14.8.2.2), matrice di una forma bilineare simmetrica (T\*\* 14.8.2.1); 14.8.3 *Forme bilineari simmetriche semidefinite e definite:* forme bilineari simmetriche semidefinite e definite (D\*\* 14.8.3.1); 14.8.4 *Caratterizzazione delle forme bilineari semidefinite e definite:* minore principale di una matrice simmetrica (D\*\*), caratterizzazione delle forme bilineari semidefinite e definite (T\*\* 14.8.4.1) (e); 14.8.5 *Caratterizzazione delle forme bilineari definite:* caratterizzazione delle forme bilineari definite (T\*\* 14.8.5.1) (e), 14.8.6 *Forme bilineari simmetriche in  $\mathbf{R}^2$ :* forme bilineari simmetriche di  $\mathbf{R}^2$  e loro matrice (T\*\* 14.8.6.1) (d); 14.8.7 *Differenziale secondo in un punto:* differenziale secondo di una funzione in un punto (D\*\* 14.8.7.1), differenziale secondo come forma bilineare simmetrica (T\*\* 14.8.7.1), matrice hessiana di una funzione in un punto (D\*\* 14.8.7.2); 14.8.8 *Estremanti relativi e differenziale secondo:* estremanti relativi e differenziale secondo (T\*\* 14.8.8.1) (e).

## 15 Forme differenziali lineari

**15.1 Forme differenziali lineari:** 15.1.1 *Forma differenziale lineare:* forma differenziale lineare (D\* 15.1.1.1), differenziale di una funzione come forma differenziale lineare (D\*\* 15.1.1.2); 15.1.2 *Campo di vettori:* campo di vettori (D\* 15.1.2.1), gradiente di una funzione come campo di vettori (D\* 15.1.2.2); 15.1.3 *Campo di vettori associato ad una forma differenziale:* valori di una forma differenziale come combinazione lineare della base canonica di  $L(\mathbf{R}^N; \mathbf{R})$  (T\* 15.1.3.1) (d), campo di vettori associato ad una forma differenziale (D\* 15.1.3.1), campo di vettori associato al differenziale di una funzione (T\* 15.1.3.2) (d); 15.1.4 *Espressione canonica di una forma differenziale:* espressione di una forma differenziale attraverso il campo di vettori associato e le forme differenziali  $dx_i$  (T\*) (d) e (D\*\*); 15.1.5 *Forma differenziale di classe  $C^p$ :* forma differenziale continua (D 15.1.5.1), forma differenziale di classe  $C^p$  (D 15.1.5.2). **15.2 Forme differenziali esatte:** 15.2.1 *Forme differenziali chiuse:* forma differenziale chiusa (D\*\*\* 15.2.1.1), differenziale di una funzione come forma differenziale chiusa (T\*\*\* 15.2.1.1) (d); 15.2.2 *Forme differenziali esatte:* primitiva di una forma differenziale (D\*\*\* 15.2.2.1), condizione affinché una funzione sia una primitiva di una forma differenziale (T\*\*\* 15.2.2.1) (d), forme differenziali esatte (D\*\*\* 15.2.2.2), condizioni affinché una forma differenziale sia esatta (T\*\*\* 15.2.2.2) (d); 15.2.3 *Campi di vettori esatti:* potenziale di un campo di vettori (D\* 15.2.3.1), condizione affinché una funzione sia un potenziale di un campo di vettori (T 15.2.3.1) (d), campi di vettori conservativi (D\* 15.2.3.2); condizione affinché un campo di vettori sia conservativo (T\* 15.2.3.2) (d); 15.2.4 *Forme differenziali esatte e forme differenziali chiuse:* forme differenziali esatte e forme differenziali chiuse (T\*\*\* 15.2.4.1) (d). 15.2.5 *Insieme delle primitive:* primitive di una stessa forma differenziale esatta (T\* 15.2.5.1) (d), insieme delle primitive di una forma differenziale esatta (T\* 15.2.5.2) (e). **15.3 Integrali di forme differenziali su traiettorie:** 15.3.1 *Traiettoria:* traiettoria (D\* 15.3.1.1), traccia di una traiettoria (D\* 15.3.1.2), punto iniziale e punto finale di una traiettoria (D\* 15.3.1.3), traiettoria chiusa (D\* 15.3.1.4), traiettoria in un insieme (D\* 15.3.1.5), traiettoria di classe  $C^1$  (D\* 15.3.1.6); traiettoria di classe  $C^1$  a tratti (D 15.3.1.7); 15.3.2 *Integrale di una forma differenziale su una traiettoria:* integrale curvilineo di una forma differenziale su una traiettoria di classe  $C^1$  (D\*\* 15.3.2.1); **15.4 Forme differenziali esatte e integrali su traiettorie:** 15.4.1 *Integrale del differenziale:* integrale del differenziale di una funzione (T\*\* 15.4.1.1) (d); 15.4.2 *Integrale di una forma differenziale esatta:* integrale di una forma differenziale esatta (T\*\* 15.4.2.1) (d), integrale di una forma differenziale esatta su traiettorie con gli stessi estremi (T\*\* 15.4.2.2) (d); integrale di una forma differenziale esatta su una traiettoria chiusa (T\*\* 15.4.2.3) (d); una forma differenziale può essere chiusa senza essere esatta (T\* in Osservazione 15.4.2.1) (d); 15.4.3 *Forme differenziali esatte e integrali su traiettorie:* forme differenziali esatte ed integrali su traiettorie (T\*\* 15.4.3.1) (e). **15.5 Teorema di Poincaré:** 15.5.1 *Insiemi stellati:* insieme stellato rispetto ad un punto (D\*\* 15.5.1.1); insieme stellato (D\*\* 15.5.1.2); 15.5.2 *Teorema di Poincaré:* teorema di Poincaré (T\*\* 21.5.2.1) (e); 15.5.3 *Forme differenziali localmente esatte:* forma differenziale localmente esatta (D\* 15.5.3.1), forme differenziali chiuse e forme differenziali localmente esatte (T\* 15.5.3.1) (d) forme differenziali chiuse su domini non stellati (T) (I).

## 16 Equazioni implicite

**16.1 Equazioni implicite in  $\mathbf{R} \times \mathbf{R}$ :** 16.1.1 *Equazioni implicite in  $\mathbf{R} \times \mathbf{R}$ :* soluzione di un'equazione implicita in  $\mathbf{R} \times \mathbf{R}$  (D\*\* 16.1.1.1); 16.1.2 *Soluzioni massimali:* funzioni implicite massimali (D\* 16.1.2.1); 16.1.3 *Problema iniziale con equazione implicita:* soluzione di un problema con equazione implicita (D\*\* 16.1.3.1). **16.2 Equazioni implicite in  $\mathbf{R}^N \times \mathbf{R}^M$ :** 16.2.1 *equazioni implicite in  $\mathbf{R}^N \times \mathbf{R}^M$ :* soluzione di un'equazioni implicite in  $\mathbf{R}^N \times \mathbf{R}^M$  (D\* 16.2.1.1). 16.2.2 *Problema implicito:* soluzione di un problema implicito in  $\mathbf{R}^N \times \mathbf{R}^M$  (D) (I). **16.3 Teorema di Dini:** 16.3.1 *Teorema di Dini:* teorema di Dini in  $\mathbf{R}^N \times \mathbf{R}^M$  (T\* 16.3.1.1) (e), teorema di Dini in  $\mathbf{R} \times \mathbf{R}$  (T\*\* 16.3.1.2) (e)).

## 17 Sottovarietà differenziali di $\mathbf{R}^N$

**17.1 Sottovarietà parametrizzabili differenziali:** 17.1.1 *Sottovarietà parametrizzabili differenziali:* sottovarietà di  $\mathbf{R}^N$  di dimensione  $m$  parametrizzabile differenziale (D\* 17.1.1.1); 17.1.2 *Varietà lineari:* varietà lineari come sottovarietà (T\* 17.1.2.1) (e); 17.1.3 *Segmenti aperti:* segmenti aperti come sottovarietà di dimensione 1 parametrizzabile differenziale (T\* 17.1.3.1) (e); 17.1.4 *Triangolo aperto:* triangolo aperto come sottovarietà di dimensione 2 parametrizzabile differenziale (T\* 17.1.4.1) (e); 17.1.5 *Simpleso aperto:* simpleso aperto come sottovarietà parametrizzabile differenziale (T\* 17.1.5.1) (e); 17.1.7 *Sottovarietà cartesiane:* grafico di una funzione scalare di  $N - 1$  variabili come sottovarietà parametrizzabile differenziale (T\* 17.1.7.1) (e); 17.1.8 *Cambiamento di parametro:* cambiamento di parametro (T 17.1.8.1) (e); 17.1.9 *Spazio tangente ad una sottovarietà parametrizzabile:* spazio tangente ad una sottovarietà parametrizzabile differenziale (D\*\* 17.1.9.1). **17.2 Sottovarietà differenziali di  $\mathbf{R}^N$ :** 17.2.1 *Sottovarietà differenziali di  $\mathbf{R}^N$ :* sottovarietà di  $\mathbf{R}^N$  di dimensione  $m$  differenziale (D\* 17.2.1.1); 17.2.2 *Equazione cartesiana di una sottovarietà differenziale:* caratterizzazione locale delle sottovarietà mediante equazioni cartesiane (T\* 17.2.2.1) (e), sottovarietà definita da un'equazione  $f(x) = 0$  (T\* 17.2.2.2) (e), coniche e quadriche come sottovarietà (T) (d); 17.2.3 *Spazio tangente ad una sottovarietà:* spazio tangente ad una sottovarietà (D 17.2.3.1); 17.2.4 *Spazio normale:* spazio normale ad una sottovarietà (D\*\* 17.2.4.1), base per lo spazio normale (T\*\* 17.2.4.1) (e); 17.2.5 *Varietà lineare tangente e varietà lineare normale:* varietà lineare tangente ad una sottovarietà differenziale (D\* 17.2.5.1), varietà lineare normale ad una sottovarietà differenziale (D\* 17.2.5.2). **17.3 Estremanti relativi su sottovarietà:** 17.3.1 *Massimi e minimi vincolati:* estremanti relativi su una sottovarietà e gradiente (T\* 17.2.9.1) (e); moltiplicatori di Lagrange (T\* 21.2.9.2) (e).

## 18. Equazioni differenziali

**18.1 Equazioni differenziali del primo ordine:** 18.1.1 *Equazione differenziale:* soluzione di un'equazione differenziale (D\*\*\* 18.1.1.1); 18.1.2 *Soluzioni massimali:* soluzione massimale (D\* 18.1.2.1); 18.1.3 *Equazione  $y' = f(x)$ :* soluzioni dell'equazione  $y' = f(x)$  (T\*\* 18.1.3.2) (d). **18.2 Equazione differenziale di forma normale:** 18.2.1 *Equazione differenziale di forma normale:* equazione differenziale di forma normale (D\*\* 18.5.1.1), soluzione di un'equazione differenziale di forma normale (T\*\*\* 18.2.1.1) (d), proprietà geometrica del grafico di una soluzione (I); 18.2.2 *Problema di Cauchy:* soluzione di un problema di Cauchy per un'equazione differenziale di forma normale (T\*\*\* 18.2.2.1) (d); 18.2.3 *Problema di Cauchy per l'equazione  $y' = f(x)$ :* problema di Cauchy per l-equazione  $y' = f(x)$  (T\*\* 18.2.3.1) (e). 18.2.4 *Esistenza e unicità della soluzione del problema di Cauchy:* esistenza ed unicità della soluzione massimale di un problema di Cauchy (T\*\*\* 18.2.4.1) (e). **18.3 Equazioni a variabili separate:** 18.3.1 *Equazioni a variabili separate:* equazioni a variabili separate (D\* 18.3.1.1), soluzione di un'equazioni a variabili separate (T\* 18.3.1.1) (d); 18.3.2 *Problema di Cauchy per equazioni a variabili separate:* equivalenza del problema di Cauchy per un'equazione a variabili separate con un'equazione implicita (T\*\* 18.3.2.1) (e). 18.3.3 *Equazioni a variabili separabili:* equazione a variabili separabili (D\* 18.3.3.1), soluzioni costanti di un'equazione a variabili separabili (T\* 18.3.3.1) (d). **18.4 Sistema di equazioni differenziali del primo ordine:** 18.4.1 *Sistema di equazioni differenziali del primo ordine:* soluzione di un'equazione differenziale vettoriale (D\* 18.4.1.1); **18.5 Sistema di equazioni differenziali di forma normale:** 18.5.1 *Sistema di equazioni differenziali di forma normale:* equazione differenziale vettoriale di forma normale (D\* 18.5.1.1), soluzione di un'equazione differenziale vettoriale di forma normale (T\* 18.5.1.1) (d); 18.5.2 *Problema di Cauchy:* soluzione di un problema di Cauchy per un'equazione differenziale vettoriale (D\* 18.5.2.1); 18.5.3 *Esistenza e unicità della soluzione del problema di Cauchy:* esistenza ed unicità della soluzione massimale di un problema di Cauchy per un'equazione differenziale vettoriale di forma normale (T\* 18.5.3.1) (e). **18.6 Equazioni differenziali di ordine superiore al primo:** 18.6.1 *Equazioni differenziali di ordine superiore al primo:* soluzione di un'equazione differenziale di ordine  $n$  (D\* 18.6.1.1); 18.6.2 *Equivalenza fra equazione di ordine  $n$  e sistema di  $n$  equazioni del primo ordine:* equivalenza fra equazione di ordine  $n$  e sistema di  $n$  equazioni del primo ordine (T\*) (e); **18.7 Equazione differenziali di ordine  $n$  di forma normale:** 18.7.1 *Equazioni differenziali di ordine  $n$  di forma normale:* equazione differenziale d'ordine  $n$  di forma

normale (D\* 18.7.1.1), soluzione di un'equazione di ordine  $n$  di forma normale (T\* 18.7.1.1); 18.7.2 *Problema di Cauchy relativo ad una equazione di ordine  $n$* : soluzione di un problema di Cauchy per un'equazione differenziale di ordine  $n$  di forma normale (D\* 18.7.2.1); 18.7.3 *Esistenza e unicità della soluzione del problema di Cauchy*: esistenza ed unicità della soluzione massimale di un problema di Cauchy per un'equazione differenziale d'ordini  $n$  (T\* 18.7.3.1) (e). 18.7.5: *Equazione  $y^{(n)} = f(x)$* : metodi per risolvere problemi di Cauchy (I); 18.7.6: *Equazione  $F(x, y', y'') = 0$* : metodi per risolvere problemi di Cauchy (I).

## 19 Equazioni differenziali lineari

**19.1 Equazioni differenziali lineari del primo ordine:** 19.1.1 *Equazioni differenziali lineari del primo ordine*: soluzione di un'equazioni differenziali lineari del primo ordine (D\*\*\* 19.1.1.1); 19.1.2 *Insieme delle soluzioni*: insieme delle soluzioni di un'equazione differenziale lineare del primo ordine (T\*\*\* 19.1.2.1) (d), insieme delle soluzioni di un'equazione differenziale lineare del primo ordine omogenea (T\*\* 19.1.2.2) (d); 19.1.3 *Problema di Cauchy*: soluzione di un problema di Cauchy per un'equazione differenziale lineare del primo ordine (D\*\* 19.1.3.1), espressione della soluzione di un problema di Cauchy per un'equazione differenziale lineare del primo ordine (T\*\* 19.1.3.1) (e); **19.2 Sistemi di equazioni differenziali lineari:** 19.2.1 *Sistemi di equazioni differenziali lineari*: soluzione di un sistema di equazioni differenziali lineari del primo ordine (D\* 19.2.1.1); 19.2.2 *Problema di Cauchy*: soluzione di un problema di Cauchy per un sistema di un sistema lineare (D\* 19.2.2.1); 19.2.3 *Teorema fondamentale sul Problema di Cauchy*: teorema di esistenza e unicità della soluzione di un problema di Cauchy per i sistemi di equazioni differenziali lineari (T\* 19.2.3.2) (e); 19.2.4 *Sistemi differenziali lineari omogenei*: sistema di equazioni differenziali lineari omogeneo (D\*\* 19.2.4.1); 19.2.5 *Lo spazio vettoriale delle soluzioni*: somma e prodotto per uno scalare per soluzioni di un sistema differenziale lineare omogeneo (T\* 19.2.5.1) (d), insieme delle soluzioni di un sistema differenziale lineare omogeneo come sottospazio vettoriale (T\*\* 19.2.5.2(d)); 19.2.6 *Dimensione dello spazio delle soluzioni del sistema omogeneo*: dimensione dello spazio vettoriale delle soluzioni di un sistema differenziale lineare omogeneo (T\*\* 19.2.6.1) (e); 19.2.9 *Sistema fondamentale ed integrale generale*: sistema fondamentale di soluzioni di un sistema differenziale lineare omogeneo (D\*\* 19.2.9.1); integrale generale di un sistema differenziale lineare omogeneo (D\*\* 19.2.9.2); 19.2.17 *Sistemi lineari non omogenei*: soluzioni di un sistema non omogeneo (T\* 19.2.17.1) (d); **19.3 Equazioni differenziali lineari di ordine  $n$ :** 19.3.1 *Equazioni differenziali lineari di ordine  $n$* : soluzione di un'equazione differenziale lineare di ordine  $n$  (D\*\*\* 19.3.1.1); 19.3.2 *Equivalenza fra equazione lineare di ordine  $n$  e sistema lineare di  $n$  equazioni del primo ordine*: equivalenza fra equazione lineare di ordine  $n$  e sistema lineare di  $n$  equazioni del primo ordine (T\*) (e); 19.3.3 *Problema di Cauchy*: soluzione di un problema di Cauchy (D\*\* 19.3.3.1), 19.3.4 *Teorema fondamentale sul Problema di Cauchy*: esistenza e unicità della soluzione del problema di Cauchy per le equazioni differenziali lineari di ordine  $n$  (T\*\* 19.3.4.1) (e); 19.3.5 *Equazioni lineari omogenee di ordine  $n$* : equazione differenziale lineare d'ordine  $n$  omogenea (D\*\* 19.3.5.1); 19.3.6 *Lo spazio vettoriale delle soluzioni*: somma e prodotto per uno scalare per le soluzioni di un'equazione differenziale lineare d'ordine  $n$  omogenea (T\*\* 19.3.6.1) (e), insieme delle soluzioni per un'equazione differenziale lineare d'ordine  $n$  omogenea come sottospazio vettoriale (T\*\*\* 19.3.6.2) (e); 19.3.7 *Dimensione dello spazio delle soluzioni dell'equazione omogenea*: dimensione dello spazio vettoriale delle soluzioni di un'equazione differenziale lineare d'ordine  $n$  omogenea (T\*\*\* 19.3.7.1) (e); 19.3.10 *Sistema fondamentale ed integrale generale*: sistema fondamentale di soluzioni di un'equazione differenziale lineare d'ordine  $n$  omogenea (D\*\* 19.3.10.1); integrale generale di un'equazione differenziale lineare d'ordine  $n$  omogenea (D\*\* 19.3.10.2); 19.3.11 *Equazione omogenea a coefficienti costanti*: soluzioni reali e soluzioni complesse di un'equazione differenziale lineare d'ordine  $n$  omogenea a coefficienti costanti (T\* e D\*); 19.3.12 *Equazione caratteristica*: condizione affinché  $e^{\lambda x}$  sia una soluzione dell'equazione differenziale lineare d'ordine  $n$  omogenea a coefficienti costanti (T\*\* 19.3.12.1) (d); equazione caratteristica (D\*\*\*); 19.3.13 *Sistema fondamentale di soluzioni per l'equazione a coefficienti costanti*: sistema fondamentale di soluzioni nel caso di radici distinte dell'equazione caratteristica (T\* 19.3.13.1) (e); sistema fondamentale di soluzioni nel caso di radici multiple dell'equazione caratteristica (T\*\*\* 19.3.13.2) (e); 19.3.14 *Equazioni a coefficienti costanti reali*: sistema fondamentale di soluzioni per le equazioni differenziali lineari d'ordine  $n$  omogenee a coefficienti costanti reali (T\*\*) (e); 19.3.15 *Equazioni lineari non omogenee*: soluzioni di un'equazione differenziale lineare d'ordine  $n$  non omogenea (T\*\*\* 19.3.15.1) (e); 19.3.16 *Integrali particolari ed esponenziali*: integrale particolare con termine noto  $P(x)e^{\alpha x}$  e  $\alpha$  non soluzione dell'equazione caratteristica (T\* 19.3.16.1) (e), integrale particolare con termine noto  $e^{\sigma x}(P_1(x) \cos(\tau x) + P_2(x) \sin(\tau x))$  e  $\sigma + i\tau$  non soluzione dell'equazione caratteristica (T\* 19.3.16.2) (e), integrale particolare con termine noto  $P(x)e^{\alpha x}$  e  $\alpha$  soluzione dell'equazione caratteristica (T\* 19.3.16.3) (e), integrale particolare con termine noto  $e^{\sigma x}(P_1(x) \cos(\tau x) + P_2(x) \sin(\tau x))$  e  $\sigma + i\tau$  soluzione dell'equazione caratteristica (T\* 19.3.16.4) (e).

## 20 Integrale di Riemann su intervalli di $\mathbf{R}^N$

**20.1 Intervalli di  $\mathbf{R}^N$ :** 20.1.2 *Intervalli di  $\mathbf{R}^N$ :* intervallo di  $\mathbf{R}^N$  (D\* 20.1.2.1), intervallo chiuso di  $\mathbf{R}^N$  come prodotto cartesiano di intervalli chiusi di  $\mathbf{R}$  (T 20.1.2.1), intervalli chiusi non degeneri di  $\mathbf{R}^N$  (D\* 20.1.2.2); 20.1.3 *Misura di un intervallo:* misura di un intervallo di  $\mathbf{R}^N$  (D\*\* 20.1.3.1). **20.2 Insiemi di misura nulla:** 20.2.1 *Somma di una famiglia numerabile di numeri reali positivi:* insiemi equipotenti (D\*), insiemi numerabili (D\*), insiemi al più numerabili (D\*), somma di una famiglia numerabile di numeri reali positivi (D); 20.2.2 *Insiemi di misura nulla:* insiemi di misura nulla (D\* 20.1.2.1); 20.2.3 *Definizione di quasi dappertutto:* definizione di proprietà vera quasi dappertutto (D\* 20.2.3.1). **20.3 Funzioni di Riemann:** 20.3.1 *Funzioni continue quasi dappertutto:* funzioni continue quasi dappertutto (D\* 20.3.1.1); 20.3.2 *Funzioni di Riemann:* funzioni di Riemann (D\*\* 20.3.2.1). **20.4 Integrale secondo Riemann su un intervallo:** 20.4.1 *Scomposizione di un intervallo:* scomposizione di un intervallo (D\*\* 20.4.1.1); 20.4.2 *Somme superiori e somme inferiori:* somme superiori e somme inferiori (D\*\*\* 20.4.2.1); ogni somma inferiore minore o uguale di ogni somma superiore (T\* 20.4.2.1). 20.4.3 *Integrale superiore e integrale inferiore:* integrale superiore ed integrale inferiore (D\*\*\* 20.4.3.1), relazione fra integrale inferiore ed integrale superiore (T\* 20.4.3.1) (d); 20.4.4 *Somme e funzioni di Riemann:* rapporto fra somme superiori, somme inferiori e funzioni di Riemann (T\*\* 20.4.4.1) (e); 20.4.5 *Integrale:* integrale di una funzione di Riemann su un intervallo (D\*\*\* 20.4.5.1), significato geometrico di integrale (I\*\*); 20.4.6 *Integrale di una costante:* integrale di una funzione costante (T 20.4.6.1) (e), integrale della costante 1 (T 20.4.6.2) (d); 20.4.7 *Somme di Riemann:* scelta relativa ad una scomposizione (D\* 20.4.7.1); somme di Riemann (D\*\* 20.4.7.2), 20.4.8 *Integrale come limite delle somme di Riemann rispetto all'orientazione  $\delta \rightarrow 0$ :* diametro di un insieme (D\*), diametro di una scomposizione (D\*), convergenza delle somme di Riemann ad un numero al tendere a 0 del diametro della scomposizione (D); somme di Riemann convergenti ad un valore  $l$  (D); somme di Riemann convergenti (D), limite per le somme di Riemann (D); caratterizzazione delle funzioni di Riemann mediante la convergenza delle somme di Riemann e integrale come limite delle somme di Riemann (T\* 20.4.8.1) (e); 20.4.9 *Proprietà dell'integrale:* Linearità dell'integrale (T\* 20.4.9.1) (d), positività dell'integrale (T\* 20.4.9.2) (e), monotonia dell'integrale (T\* 20.4.9.3) (d), integrale di funzioni uguali quasi dappertutto (T\* 20.4.9.4) (d), valore assoluto di un integrale (T\* 20.4.9.5) (d), teorema di media integrale (T\* 20.4.9.6) (d), teorema di media integrale per funzioni continue (T\* 20.4.9.7) (e), additività dell'integrale (T\* 20.4.9.8) (e). **20.5 Integrale su intervalli di  $\mathbf{R}$ :** 20.5.1 *Integrale da  $x$  a  $y$ :* integrale di Riemann da  $x$  a  $y$  (D\* 20.5.1.1) integrale da  $x$  a  $y$  ed integrale da  $y$  a  $x$  (T\* 20.5.1.1) (e), additività per gli integrali da  $x$  a  $y$  (T\* 20.5.1.2) (e); 20.5.2 *Funzione integrale:* funzione integrale (D\*\*\* 20.5.2.1); 20.5.3 *Continuità della funzione integrale:* continuità della funzione integrale (T\* 20.5.3.1) (e); 20.5.4 *Teorema fondamentale del calcolo integrale:* teorema fondamentale del calcolo integrale (T\*\*\* 20.5.4.1) (d); 20.5.5 *Formula di Leibniz-Newton:* formula di Leibniz-Newton (T\*\*\* 20.5.5.1) (d), integrale di una funzione continua come variazione di una primitiva (corso di Analisi L-A) come integrale di Riemann da  $x$  a  $y$  (corso di Analisi L-B) (T\* 20.5.5.2(d)); 20.5.6 *Alcune derivate di integrali:* deriva di  $\int_x^{x_0} f$  (T) (d) derivata di  $\int_{\alpha(x)}^{\beta(x)} f(x, y) dy$ . **20.6 Integrale sul prodotto di due intervalli:** 20.6.1 *Integrale sul prodotto di due intervalli:* integrale sul prodotto di due intervalli (T\* 20.6.1.1) (e) 20.6.2 *Integrale di un prodotto:* integrale di un prodotto di funzioni delle singole variabili (T 20.6.2.1) (I).

## 21 Integrale di Lebesgue in $\mathbf{R}^N$

**21.1 Integrale di una funzione continua positiva su un compatto:** 21.1.1 *Integrale di una funzione continua su un compatto:* integrale di una funzione continua positiva su un compatto (D\* 21.1.1.1); **21.2 Insiemi misurabili:** 21.2.1 *Insiemi misurabili:* insieme misurabile (D\* 21.2.1.1); **21.3 Funzioni misurabili secondo Lebesgue:** 21.3.1 *Funzioni misurabili:* funzione misurabile secondo Lebesgue (D\* 21.3.1.1); **21.4 Integrale di funzioni misurabili positive:** 21.4.1 *Integrale di una funzione misurabile positiva finita:* integrale di una funzione misurabile positiva finita (D\* 21.4.1.1); 21.4.2 *Integrale di una funzione misurabile positiva a valori in  $\bar{\mathbf{R}}$ :* integrale della costante  $+\infty$  (D\* 21.4.2.1), definizione di integrale di una funzione misurabile positiva a valori in  $\bar{\mathbf{R}}$  (D\* 21.4.2.2); 21.4.3 *Integrali di funzioni positive convergenti:* integrale convergente ed integrale divergente positivamente (D\* 21.4.3.1); **21.5 Misura di un insieme misurabile:** 21.5.1 *Misura di un insieme misurabile:* misura di un insieme misurabile (D\*\* 21.5.1.1); 21.5.2 *Insiemi integrabili:* insieme integrabile (D\* 21.5.2.1). **21.6 L'integrale di Riemann come integrale di Lebesgue:** 21.6.1 *L'integrale di Riemann come integrale di Lebesgue:* l'integrale di Riemann come integrale di Lebesgue (T\* 21.6.1.1) (e); 21.6.2 *Integrali impropri e integrali di Lebesgue di funzioni misurabili positive:* integrale improprio su una semiretta positiva come integrale di Lebesgue (T\* 21.6.2.1)(e); **21.7 Integrale sul prodotto di insiemi misurabili:** 21.7.2 *Integrale di una funzione definita quasi dappertutto:* funzione definita quasi dappertutto (D 21.7.2.1) integrale di una funzione definita quasi dappertutto (D\* 21.7.2.2); 21.7.3 *Integrale sul prodotto di due insiemi misurabili:* integrale sul prodotto di insiemi misurabili (T\*\* 21.7.3.1) (e); 21.7.4 *Proiezioni in un prodotto cartesiano:* prima e seconda proiezione in un prodotto cartesiano D 21.7.4.1; 21.7.5 *Immagine di un punto in un grafico:* immagine di un punto in un grafico (D\* 21.7.5.1); 21.7.6 *Funzioni  $F(x, \cdot)$*

e  $F(\cdot, y)$ : la funzione  $F(x, \cdot)$  (D\* 21.7.6.1: 21.7.7 *Integrale su un sottoinsieme del prodotto cartesiano*: integrale su un sottoinsieme del prodotto cartesiano (T\*\* 21.7.7.1) (e); 21.7.8 *Formule di riduzione per gli integrali doppi*: formula di riduzione con proiezione del dominio sull'asse  $x$  (T\*\*\* 21.7.8.1) (d), formula di riduzione con proiezione del dominio sull'asse  $y$  (T\*\*\* 21.9.7.2) (d); 21.7.9 *Formule di riduzione per gli integrali tripli*: formula di riduzione con proiezione del dominio sul piano  $xy$  (T\*\*\* 21.7.9.1) (d), formula di riduzione con proiezione del dominio sull'asse  $z$  (T\*\*\* 21.7.9.2) (d). **21.8 Cambiamento di variabile negli integrali**: 21.8.1 *Cambiamento di variabile negli integrali su insiemi misurabili*: cambiamento di variabile negli integrali di funzioni misurabili positive (T\*\*\* 21.8.1.1) (e); 21.8.2 *Parametrizzazione in misura*: parametrizzazione in misura (D) (I); **21.9 Funzioni integrabili secondo Lebesgue**: 21.9.1 *Funzioni integrabili secondo Lebesgue*: funzioni integrabili secondo Lebesgue (D\* 21.9.1.1), T\*\* 21.12.1.2 (d); 21.9.2 *Criterio di integrabilità*: criterio di integrabilità (T 21.9.2.1) (e); 21.9.3 *Parte positiva e parte negativa di una funzione*: parte positiva e parte negativa di un elemento di  $\bar{\mathbf{R}}$  (D\* 21.9.3.1), proprietà della parte positiva e della parte negativa di un elemento (T\* 21.9.3.1 punti 1, 2 e 3) (e), parte positiva e parte negativa di una funzione (D\* 21.9.3.2), proprietà della parte positiva e della parte negativa di una funzione (T\* 21.9.3.2, punti 1, 2 e 3) (e); 21.9.4 *Integrale di una funzione integrabile*: caratterizzazione delle funzioni integrabili (T\* 21.9.4.1) (e), integrale di una funzione integrabile (D\* 21.9.4.1). **21.10 Applicazioni geometriche**: 21.10.3 *Area della regione limitata da un'ellisse*: regione limitata da un'ellisse (D 21.10.3.1), area della regione limitata da un'ellisse (T\* 21.10.3.1) (d); 21.10.9 *Volume del cono*: cono (D\* 21.10.9.1), volume del cono (T\*) (d); 21.10.10 *Volume della regione limitata da un'ellissoide*: regione limitata da un'ellissoide (D 21.10.10.1), volume della regione limitata da un'ellissoide (T\* 21.10.10.1) (d); 21.10.12 *Volumi di solidi di rotazione*: solido di rotazione (D\* 21.10.12.1), volume di un solido di rotazione (T\* 21.10.12.1) (d); 21.10.13 *Baricentro*: baricentro (D\* 21.10.13.1); 21.10.14 *Teorema di Guldino*: teorema di Guldino (T\* 21.10.14.1) (d).

## 22 Integrazione di funzioni su sottovarietà di $\mathbf{R}^N$

**22.1 Graamiano di  $m$  vettori**: 22.1.1 *Graamiano di  $m$  vettori*: graamiano di  $m$  vettori (D\* 22.1.1.1); 22.1.2 *Quadrato simbolico di una matrice*: quadrato simbolico di una matrice (D\* 22.1.2.1), graamiano e quadrato simbolico (T\* 22.1.2.1) (e); 22.1.3 *Prodotto vettoriale di  $N - 1$  vettori*: prodotto vettoriale di  $N - 1$  vettori (D\* 22.1.3.1), prodotto vettoriale in  $\mathbf{R}^3$  (T\* 22.1.3.1), prodotto misto (T\* 22.1.3.2) (e), ortogonalità del prodotto vettoriale (T\* 22.1.3.3) (e), prodotto vettoriale e graamiano (T\* 22.1.3.4) (e). **22.2 Integrazione su sottovarietà parametrizzabili**: 22.2.1 *Sottoinsiemi misurabili e funzioni misurabili rispetto ad una sottovarietà parametrizzabile*: sottoinsiemi di una sottovarietà di dimensione  $m$ ,  $m$ -misurabili (D 22.2.1.1), funzioni su un sottoinsieme di una sottovarietà di dimensione  $m$ ,  $m$ -misurabili (D 22.2.1.2); 22.2.2 *Integrale di una funzione misurabile positiva su un sottoinsieme di una sottovarietà parametrizzabile*: integrale di una funzione misurabile positiva su un sottoinsieme di una sottovarietà parametrizzabile (D\*\* 22.2.2.1); 22.2.3 *Integrale curvilineo*: integrali curvilinei di funzioni (T\*\*\* 22.2.3.1) (d); 22.2.4 *Integrale di superficie*: simboli di Gauss  $E, F, G$  (D\*\*\* 22.2.4.1), integrali di superficie di funzioni (T\*\*\* 22.2.4.1) (d); 22.2.5 *Integrale di ipersuperficie*: integrale su una ipersuperficie (T\* 22.2.5.1); 22.2.6 *Integrale su una ipersuperficie cartesiana*: integrale di funzioni su una ipersuperficie cartesiana (T\*\* 22.2.6.1) (e); 22.2.7 *Misura di un insieme su una sottovarietà parametrizzabile*: misura di un sottoinsieme misurabile di una varietà parametrizzabile (D\*\*\* 22.2.7.1); 22.2.8 *Funzioni integrabili su sottoinsiemi di una sottovarietà parametrizzabile*: funzione  $m$ -integrabile su un sottoinsieme di una sottovarietà di dimensione  $m$  (D 22.2.8.1). 22.2.9 *Integrale di una funzione  $m$ -integrabili su sottoinsiemi di una sottovarietà parametrizzabile*: integrale di una funzione integrabile su un sottoinsieme di una varietà parametrizzabile (D\* 22.2.9.1). **22.3 Integrale di funzioni su sottovarietà differenziali**: 22.3.1 *Integrale di funzioni su sottovarietà differenziali*: integrale di funzioni su una sottovarietà differenziale (I) **22.4 Sottovarietà lipschitziane**: 22.4.1 *Sottovarietà lipschitziane*: sottovarietà lipschitziana (I) 22.4.2 *Integrale di una funzione su una sottovarietà lipschitziana*: integrale di una funzione su una sottovarietà lipschitziana (I) **22.5 Sottovarietà di  $\mathbf{R}^N$  con bordo**: 22.5.1 *Semispaio di riferimento di  $\mathbf{R}^m$* : il semispazio  $S_m$  (D 22.5.1.1); 22.5.2 *Sottovarietà differenziale di  $\mathbf{R}^N$  con bordo*: sottovarietà differenziale di  $\mathbf{R}^N$  con bordo (I) 22.5.3 *Punti interni e punti di bordo di una sottovarietà con bordo*: punti interni e punti di bordo di una sottovarietà con bordo (I) 22.5.4 *Integrale di una funzione su una sottovarietà differenziale con bordo*: integrale di una funzione su una sottovarietà differenziale con bordo (I) 22.5.5 *Sottovarietà lipschitziana con bordo*: sottovarietà lipschitziane con bordo e integrale di una funzione su una sottovarietà lipschitziana con bordo (I) **22.6 Applicazioni geometriche**: 22.6.2 *Lunghezza di una circonferenza*: lunghezza di una circonferenza (T\*\* 22.6.2.1) (d); 22.6.4 *Lunghezza della cicloide*: lunghezza della cicloide (T\* 22.6.4.1) (d); 22.6.5 *Lunghezza di un'elica circolare*: lunghezza dell'elica circolare (T\* 22.6.5.1) (d); 22.6.9 *Area di una superficie cilindrica*: area di una superficie cilindrica (T\*\* 22.6.9.1) (d); 22.6.10 *Area di una superficie conica*: area di una superficie conica (T\*\* 22.6.10.1) (d); 22.6.11 *Area di una superficie sferica*: area di una superficie sferica (T\*\* 22.6.11.1) (d); 22.6.13 *Area di una superficie di rotazione*: superficie di rotazione (D\* 22.6.13.1), area di una superficie di rotazione (T\* 22.6.13.1) (d); 22.6.14 *Baricentro di un sottoinsieme compatto*

di una sottovarietà: baricentro di un sottoinsieme compatto di una sottovarietà (D\* 22.6.14.1); 22.6.15 Teorema di Guldino per le superfici di rotazione: teorema di Guldino per le superfici di rotazione (T\* 22.6.15.1) (d).

## 23 Integrale di $m$ -forme differenziali su sottovarietà orientate di $\mathbf{R}^N$

**23.1 Spazi vettoriali orientati:** 23.1.1 *Equivalenza:* relazione di equivalenza in un insieme (D\*), classi d'equivalenza (D\*), insieme quoziente (D\*). 23.1.2 *Orientazione di uno spazio vettoriale:* basi equivalenti (D\* 23.1.2.1), orientazione di uno spazio vettoriale (D\* 23.1.2.2), spazio vettoriale orientato (D\* 23.1.2.3) orientazione canonica di  $\mathbf{R}^N$  (D\* 23.1.2.5). **23.2 Sottovarietà parametrizzabili orientate** 23.2.1 *Sottovarietà parametrizzabile orientata:* parametrizzazioni equivalenti (D\* 23.2.1.1); orientazione di una varietà parametrizzabile (D\*); sottovarietà parametrizzabile orientata (D\* 23.2.1.2); 23.2.2 *Orientazione dello spazio tangente:* orientazione dello spazio tangente (D\* 23.2.2.1); 23.2.3 *Versore tangente:* versore tangente (D\* 23.2.3.1), espressione del versore tangente (T\* 23.2.3.1) (d); 23.2.4 *Orientazione dello spazio normale:* orientazione dello spazio normale (D\* 23.2.4.1); 23.2.5 *Versore normale:* versore normale (D\* 23.2.5.1), espressione del versore normale (T\* 23.2.5.1) (d). 23.2.6 *Orientazione canonica per le sottovarietà differenziali di dimensione  $N$ :* orientazione canonica per le sottovarietà di dimensione  $N$  (D\*) 23.2.7 *Sottovarietà orientabile:* sottovarietà differenziale orientabile (I). **23.3 Gli spazi vettoriali  $A_m(\mathbf{R}^N)$ :** 23.3.1 *Forme bilineari alternanti:* forme bilineari alternanti (D\* 23.3.3.1); 23.3.2 *Prodotto esterno di forme lineari:* prodotto esterno di due forme lineari (D\* 23.3.2.1), base di  $A_2(\mathbf{R}^N)$  (T\* 23.3.2.1) (e); 23.3.3 *Forme multilineari:* forme  $m$ -lineari (D 23.3.3.1); 23.3.4 *Forme multilineari alternanti:* forma  $m$ -lineare alternante (D\*), gli spazi vettoriali  $A_m(\mathbf{R}^N)$  (D\*) (T) (e); prodotto esterno di  $m$  forme lineari (D\*); 23.3.5 *Lo spazio vettoriale  $A_m(\mathbf{R}^N; R)$ :* base dello spazio vettoriale delle forme  $m$ -lineari alternanti (T\* 23.3.5.1) (e); 23.3.6 *Base di  $A_N(\mathbf{R}^N)$ :* base di  $A_N(\mathbf{R}^N)$  (T\* 23.3.6.1) (d), base canonica di  $A_N(\mathbf{R}^N)$  (D\* 23.3.6.1); 23.3.7 *Base di  $A_{N-1}(\mathbf{R}^N)$ :* le  $N-1$ -forme lineari  $\hat{p}_i$  (D\*), base di  $A_{N-1}(\mathbf{R}^N)$  (T\* 23.3.7.1) (e), base canonica complementare di  $A_{N-1}(\mathbf{R}^N)$  (D\* 23.3.7.1). **23.4  $m$ -forme differenziali:** 23.4.1  *$m$ -forma differenziale:*  $m$ -forma differenziale (D\* 23.4.1.1); 23.4.2 *Espressione di una  $m$ -forma differenziale:* famiglia di funzioni associata ad una  $m$ -forma (T 23.4.2.1) (e), espressione di una  $m$ -forma attraverso le forme differenziali  $dx_i$  (T) (e); 23.4.3 *Funzione associata ad una  $N$ -forma:* funzione associata ad una  $N$ -forma (T 23.4.3.1) (e); 23.4.4 *Campo di vettori associato in modo complementare a una  $N-1$ -forma:* le  $N-1$ -forme  $\hat{d}x_i$  (D\* 23.4.4.1), espressione delle  $(N-1)$ -forme  $\hat{d}x_i$  (T\* 23.4.4.1) (e), espressione di una  $N-1$  forma attraverso le  $\hat{d}x_i$  (T\* 23.4.4.2) (e), campo di vettori associato in modo complementare a una  $N-1$ -forma (D\* 23.4.4.2)); 23.4.5 *Campo di vettori associato in modo complementare per  $N=3$ :* campo di vettori associato in modo complementare per  $N=3$  (T) (d) **23.5 Integrale su una sottovarietà parametrizzabile:** 23.5.1  *$m$ -forma misurabile e  $m$ -forma integrabile:*  $m$  forma misurabile e  $m$  forma integrabile su un sottoinsieme di una sottovarietà di dimensione  $m$  (D 23.5.1.1); 23.5.2 *Integrale di una  $m$ -forma:* integrale di una  $m$ -forma integrabile su un sottoinsieme di una sottovarietà di dimensione  $m$  (D\*\* 23.5.2.1); 23.5.3 *Integrale di una 1-forma:* integrale di una 1-forma (T\*\*\* 23.5.3.1) (d); 23.5.4 *Integrale di una 2-forma:* integrale di una 2-forma (T\*\* 23.5.4.1) (d); 23.5.6 *Integrale di una  $N$ -forma:* integrale di una  $N$ -forma (T 23.5.6.1) (d); **23.7 Lavoro di un campo di vettori:** 23.7.1 *Lavoro di un campo di vettori:* campo di vettori 1-misurabile e campo di vettori 1-integrabile su un sottoinsieme di una sottovarietà di dimensione 1 (D 23.7.1.1), lavoro di un campo di vettori 1-integrabile su un sottoinsieme di una sottovarietà di dimensione 1 (D\* 23.7.1.1); 23.7.2 *Lavoro di un campo di vettori e forma differenziale associata al campo:* espressione del lavoro tramite l'integrale della forma differenziale associata al campo di vettori (T\* 23.7.2.1) (d). **23.8 Flusso di un campo di vettori:** 23.8.1 *Flusso di un campo di vettori:* campo di vettori  $(N-1)$ -misurabile in modo complementare e campo di vettori  $(N-1)$ -integrabile in modo complementare su un sottoinsieme di una sottovarietà di dimensione  $N-1$  (D 23.8.1.1), flusso di un campo di vettori  $(N-1)$ -integrabile in modo complementare su un sottoinsieme di una sottovarietà di dimensione  $N-1$  (D\* 23.8.1.2); 23.8.2 *Flusso di un campo di vettori e forma differenziale associata in modo complementare al campo:* espressione del flusso tramite l'integrale della  $(N-1)$ -forma associata in modo complementare al campo di vettori (T\* 23.8.2.1) (e).

**Dal cap. 24.** Integrali curvilinei di forme differenziali esatte (T\* 24.3.2.1) (e) (I) e (T\* 24.3.2.2) (e) (I).

### PROGRAMMA DEL MODULO RISERVATO A INGEGNERIA DELL'AUTOMAZIONE

## 24 Teorema di Stokes su sottovarietà con bordo

**24.1 Orientazione indotta sul bordo:** 24.1.2 *Orientazione indotta sul bordo:* orientazione indotta sul bordo (I); 24.1.3 *Orientazione indotta sul bordo di sottovarietà di dimensione 1:* orientazione indotta sul bordo di sottovarietà di dimensione 1 (I); 24.1.4 *Orientazione indotta sul bordo di sottovarietà di dimensione 2:* orientazione indotta sul bordo di sottovarietà di dimensione 2 (I); 24.1.5 *Orientazione indotta sul bordo di un dominio regolare:* orientazione

indotta sul bordo di un dominio regolare (D) (I). **24.2 Differenziale esterno di una  $m$ -forma:** 24.2.1 *Differenziale esterno di una  $m$ -forma:* differenziale esterno di una  $m$ -forma (D\* 24.2.1.1), espressione del differenziale esterno di una 1-forma (T\* 24.2.1.1) (d); 24.2.2  *$m$ -forme chiuse e  $m$ -forme esatte:* differenziale esterno del differenziale esterno (T\* 24.2.2.1) (e),  $m$ -forma chiusa (D\* 24.2.2.1),  $m$ -forma esatta (D\* 24.2.2.2), relazione fra  $m$ -forme esatte e  $m$ -forme chiuse (T\* 24.2.2.2) (d), teorema di Poincaré sulle  $m$ -forma (e). **24.3 Teorema di Stokes:** 24.3.1 *Teorema di Stokes:* teorema di Stokes (T\*\* 24.3.1.1) (e); 24.3.2 *Teorema di Stokes applicato alle sottovarietà di dimensione 1:* teorema di Stokes applicato agli archi semplici (T\* 24.3.2.1) (e) (I), teorema di Stokes applicato alle curve semplici chiuse (T\* 24.3.2.2) (e) (I); 24.3.3 *Formula di Green nel piano:* formula di Green nel piano (T\* 24.3.3.1) (d); 24.3.4 *Rotore di un campo:* differenziale esterno della 1-forma associata ad un campo di vettori di  $\mathbf{R}^3$  (T\* 24.3.4.1) (d), rotore di un campo (D\* 24.3.4.1); 24.3.5 *Formula di Stokes per superfici di  $\mathbf{R}^3$ :* formula di Stokes per le superfici di  $\mathbf{R}^3$  (T\* 24.3.5.1) (d); 24.3.6 *Divergenza di un campo di vettori:* differenziale esterno della  $N - 1$  forma associata in modo complementare ad un campo di vettori (T\* 24.3.6.1) (e), divergenza di un campo di vettori (D\* 24.3.6.1); 24.3.7 *Teorema della divergenza:* teorema della divergenza (T\* 24.3.7.1) (d); 24.3.8 *Misura di domini regolari:* misura di un dominio regolare mediante l'integrale sul bordo di  $x_i d\hat{x}_i$  (T\* 24.3.8.1) (d).

## 25 Funzioni analitiche di variabile complessa

**25.1 Funzioni elementari complesse:** 25.1.1 *Derivata di una funzione di variabile complessa:* derivata di una funzione di variabile complessa; 25.1.2 *Derivata della funzione inversa:* derivata della funzione inversa (T 25.1.2.1) (e); 25.1.3 *Argomento principale di un numero complesso:* esistenza e unicità di un argomento  $t \in ] - \pi, \pi ]$  (T 25.1.3.1), argomento principale (D\*\* 25.1.3.1),  $\mathbf{C}^*$  tagliato (D\* 25.1.3.2), continuità dell'argomento principale su  $\mathbf{C}^*$  tagliato (T\* 25.1.3.2); 25.1.4 *Omotetia reale:* omotetia reale (D\* 25.1.4.1); 25.1.5 *Rotazione:* rotazione (D\* 25.1.5.2); 25.1.6 *Funzioni lineari complesse:* funzioni lineari complesse (D\* 25.1.6.1); 25.1.7 *Funzioni affini complesse:* funzioni affini complesse (D\* 25.1.7.1); 25.1.8 *Funzione potenza complessa:* funzione potenza complessa di esponente naturale (D\* 25.1.8.1), numeri complessi con uguale potenza (T\* 25.1.8.1) (e); 25.1.9 *Radice  $n$ -esima principale:* biettività di una restrizione della potenza (T\* 25.1.9.1) (e), radice  $n$ -esima principale (D\*\* 25.1.9.1), espressione della radice  $n$ -esima principale (T\*\* 25.1.9.2) (d); 25.1.10 *Funzione radice  $n$ -esima principale:* funzione radice  $n$ -esima principale (D 25.1.10.1), continuità della funzione radice  $n$ -esima principale (T\* 25.1.10.1), derivata della funzione radice  $n$ -esima principale (T\* 25.1.10.2); 25.1.11 *Funzione esponenziale complessa:* funzione esponenziale complessa, proprietà della funzione esponenziale complessa (T\* 25.1.11.1) (e); 25.1.12 *Logaritmo principale:* biettività di una restrizione della funzione esponenziale (T\* 25.1.12.1) (e), logaritmo principale (D\*\* 25.1.12.1), espressione del logaritmo principale (T\*\* 25.1.12.2) (d); 25.1.13 *Funzione logaritmo principale:* funzione logaritmo principale (D 25.1.13.1), continuità della funzione logaritmo principale (T\* 25.1.13.1), derivata della funzione logaritmo principale (T\* 25.1.13.2); 25.1.14 *Potenze principali:* potenza principale (D\* 25.1.14.1), potenza principale di una somma (T 25.1.14.1); 25.1.15 *Funzione potenza principale:* funzione potenza principale (D\* 25.1.15.1), derivata della funzione potenza principale (T\* 25.1.15.1); 25.1.16 *Funzione esponenziale principale:* funzione esponenziale principale (D\* 25.1.16.1), derivata della funzione potenza principale (T\* 25.1.16.1); 25.1.17 *Funzione seno complessa:* funzione seno complessa; 25.1.18 *Funzione coseno complessa:* funzione coseno complessa; 25.1.19 *Funzione seno iperbolico complessa:* funzione seno iperbolico complessa; 25.1.20 *Funzione coseno iperbolico complessa:* funzione coseno iperbolico complessa. **25.2 Condizioni di monogenia:** 25.2.1 *Differenziabilità a per una funzione di variabili reali e a valori complessi:* derivata di una funzione di variabile reale e a valori vettoriali complessi; derivate parziali, differenziabilità, derivata per una funzione di variabili reali e a valori vettoriali complessi, differenziale di una funzione di variabili reali e a valori complessi; 25.2.2 *Condizione di monogenia:* condizione di monogenia complessa per la derivata in un punto (T\*\*\* 25.2.2.1) (d), condizione di monogenia complessa per una funzione con derivata continua (T\*\*\* 25.2.2.2) (d); 25.2.3 *Condizioni di monogenia reali:* parte reale e parte immaginaria di una funzione (D 25.2.3.1), condizioni di monogenia reali per la derivata in un punto (T\*\* 25.2.3.1) (d), condizione di monogenia reali per una funzione con derivata continua (T\*\* 25.2.3.2) (d); 25.2.4 *Differenziale di una funzione complessa e a valori complessi:* differenziale di una funzione complessa e a valori complessi (D\* 25.2.4.1); **25.3 Integrale di una funzione complessa di variabile complessa:** 25.3.1 *Traiettorie chiuse omotope:* traiettorie con uguale dominio omotope (I), traiettorie equivalenti (I), traiettorie omotope (I), traiettorie chiuse omotope (I), traiettoria ridotta ad un punto (I), traiettoria omotopa a 0 (I), insieme a omotopia nulla (I), insieme semplicemente connesso (I), insieme stellato come insieme semplicemente connesso (I); 25.3.2 *Invarianza per omotopia di traiettorie chiuse dell'integrale di una forma differenziale chiusa su traiettorie chiuse:* invarianza per omotopia di traiettorie chiuse dell'integrale di una forma differenziale chiusa su traiettorie chiuse (T\*\* 25.3.2.1) (e), integrale di una forma differenziale chiusa su una traiettoria chiusa omotopa a 0 (T\*\* 25.3.2.2) (d); 25.3.3 *Forme differenziali chiuse su un aperto a omotopia nulla:* integrale di una forma differenziale chiusa su una traiettoria chiusa di un aperto a omotopia nulla (T\*\* 25.3.3.1) (d); relazione fra forme chiuse e forme esatte su un aperto ad omotopia nulla (T\*\*\* 25.3.3.2) (d); 25.3.4 *Catene di traiettorie:* catena di traiettorie (I), traiettoria come catena di traiettorie (I), giustapposizione di traiettorie (I); sottocatena di traiettorie (I), traiettorie

opposte (I), catene di traiettorie equivalenti (I), sostegno di una catena di traiettorie (I), ciclo (I); 25.3.5 *Catene di parametrizzazioni di dimensione 2*: domini semplici di  $\mathbf{R}^N$  (I), omeomorfismi positivi (I), omeomorfismi negativi (I), parametrizzazione di dimensione 2 (I), parametrizzazioni di dimensione 2 equivalenti (I), parametrizzazioni di dimensione 2 opposte (I), catene di parametrizzazioni di dimensione 2 (I); sottocatena di una catena di dimensione 2 (I), catene di dimensione 2 equivalenti (I), sostegno di una catena di parametrizzazioni di dimensione 2 (I), bordo di una parametrizzazione su un rettangolo (I), bordo di una parametrizzazione di dimensione 2 (I), bordo di una catena di parametrizzazioni di dimensione 2 (I), bordo di una classe di parametrizzazioni di dimensione 2 (I) bordo come ciclo (I); 25.3.6 *Cicli omologhi*: ciclo omologo a 0 (I), cicli omologhi (I), omologia e omotopia (I), insiemi con omologia nulla (I), insiemi con omotopia nulla e insiemi con omologia nulla (I); 25.3.7 *Integrale di una forma differenziale su una catena*: catene di classe  $C^1$  (D 25.3.7.1), integrale di una forma differenziale su una catena (D\* 25.3.7.2) invarianza dell'integrale per catene equivalenti (T 25.3.7.1) (e), caratterizzazione delle forme esatte mediante l'integrale su cicli (T\* 25.3.7.2) (e); 25.3.8 *Invarianza per omologia dell'integrale di una forma differenziale chiusa su un ciclo*: invarianza per omologia dell'integrale di una forma differenziale chiusa su cicli (T\*\* 25.3.8.1) (e), integrale di una forma differenziale chiusa su un ciclo omologo a 0 (T\*\* 25.3.8.2) (e); 25.3.9 *Forme differenziali chiuse su un aperto a omologia nulla*: integrale di una forma differenziale chiusa su un ciclo in un aperto a omologia nulla (T\*\* 25.3.9.1) (d); relazione fra forme chiuse e forme esatte su un aperto ad omologia nulla (T\*\*\* 25.3.9.2) (d); 25.3.11 *Forme differenziali lineari complesse di variabili reali*: forma differenziale complessa di variabili reali (D\* 25.3.11.1) differenziale di una funzione complessa di variabili reali come forma differenziale complessa di variabili reali (T\*\*) (d); espressione canonica di una forma differenziale complessa di variabili reali (T\*) (e), forma differenziale complessa di variabili reali chiusa (D\*), forma differenziale complessa di variabili reali esatta (D\*), parte reale e parte immaginaria di una forma differenziale complessa di variabili reali (D\* 25.3.11.2), integrale di una funzione complessa definita in un intervallo (D\*), integrale di una forma differenziale complessa di variabili reali su una traiettoria (D\*), integrale di una forma differenziale chiusa su un ciclo in un aperto a omologia nulla (T\*\* 25.3.9.1) (d); relazione fra forme chiuse e forme esatte su un aperto ad omologia nulla (T\*\*\* 25.3.9.2) (d); integrale di forma differenziale complessa di variabili reali e integrali della parte reale e della parte immaginaria della forma differenziale (T\* 25.3.11.3). 25.3.12 *La forme differenziali complessa di variabile complessa  $f(z) dz$* : forma differenziale complessa di variabile complessa (D\* 25.3.12.1) differenziale di una funzione complessa di variabile complessa come forma differenziale complessa di variabile complessa (T\*\*) (d); l'espressione canonica  $\omega = f dz$  di una forma differenziale complessa di variabile complessa (T\*) (e), funzione complessa associata a ad una forma differenziale complessa di variabile complessa (D\*); 25.3.13 *Forma differenziali complessa di variabile complessa esatta*: primitiva di una forma differenziale complessa di variabili complessa (D\*\* 25.3.13.1), forma differenziale complessa di variabili complessa esatta (D\*\*\* 25.3.13.2); 25.3.14 *Primitiva di una funzione complessa di variabile complessa*: primitiva di una funzione complessa di variabile complessa (D\*\* 25.3.14.1), primitiva della funzione  $f$  e primitiva della forma differenziale  $f(z) dz$  (T\* 25.3.14.1) (d), esistenza della primitiva della funzione  $f$  e forma differenziale  $f(z) dz$  esatta (T\* 25.3.14.2) (d). 25.3.15 *Forma differenziale lineare complessa di variabili reali associata ad una forma differenziale lineare complessa di variabile complessa*: forma differenziale lineare complessa di variabili reali associata ad una forma differenziale lineare complessa di variabile complessa (D\* 25.3.15.1), campo associato alla forma differenziale lineare complessa di variabili reali associata ad una forma differenziale lineare complessa di variabile complessa (T\* 25.3.15.1), espressione della forma differenziale lineare complessa di variabili reali associata ad una forma differenziale lineare complessa di variabile complessa (T\*\* 25.3.15.2), primitiva della forma differenziale lineare complessa di variabili reali associata ad una forma differenziale lineare complessa di variabile complessa (T 25.3.15.3), la forma differenziale lineare complessa di variabili reali associata ad una forma differenziale lineare complessa di variabile complessa come forma differenziale chiusa (T\*\* 25.3.15.4); 25.3.16 *Parte reale e parte immaginaria della forma differenziale complessa di variabili reali  $f dx + if dy$* : parte reale e parte immaginaria della forma differenziale complessa di variabili reali  $f dx + if dy$  (T\* 25.3.16.1), la parte reale e parte immaginaria della forma differenziale complessa di variabili reali  $f dx + if dy$  come forme differenziali chiuse (T\* 25.3.16.2); 25.3.17 *Integrali di forme differenziali complesse di variabile complessa*: traiettoria complessa (D\* 25.3.17.1), integrale di una forma differenziale complessa di variabile complessa su una traiettoria (D\*\* 25.3.17.2), integrale di una funzione complessa di variabile complessa su una traiettoria (D\*\* 25.3.17.3), integrale di una forma differenziale complessa di variabile complessa e integrale della forma differenziale complessa di variabili reali associata (T\* 25.3.17.1 (e)), : integrale di una forma differenziale complessa di variabile complessa e integrali della parte reale e della parte immaginaria della forma differenziale complessa di variabili reali associata (T\* 25.3.17.2) (e); : 25.3.18 *Integrale del differenziale*: integrale del differenziale (T\*\* 25.3.18.1) (e); 25.3.19 *Forme differenziali esatte e integrali su traiettorie*: caratterizzazione delle forme differenziali lineari complesse di variabile complessa attraverso gli integrali su traiettorie (T\*\* 25.3.19.1) (e); caratterizzazione delle funzioni complesse di variabile complessa che ammettono primitiva attraverso gli integrali su traiettorie (T\*\* 25.3.19.2) (e); non esistenza della primitiva della funzione  $\frac{1}{z}$  (T\* 25.3.19.3) (d). 25.3.20 *Esistenza della primitiva*: condizione sul dominio perche una forma differenziale complessa di variabile complessa sia esatta (T\*\* 25.3.20.1) (d), condizione sul dominio perche una funzione complessa di variabile complessa ammetta primitiva (T\*\* 25.3.20.2) (d); 25.3.22 *Locale esattezza di una forma differenziale complessa di variabile complessa*:

locale esattezza di una forma differenziale complessa di variabile complessa (T\*\* 25.3.22.1) (d), esistenza locale della primitiva di una funzione complessa di variabile complessa (T\*\* 25.3.22.2) (d); 25.3.23 *Invarianza per omotopia di traiettorie chiuse dell'integrale di una forma differenziale complessa  $f(z) dz$  su traiettorie chiuse*: invarianza per omotopia di traiettorie chiuse dell'integrale di una forma differenziale complessa  $f(z) dz$  su traiettorie chiuse (T\*\* 25.3.23.1) (d), teorema di Cauchy per le traiettorie chiuse omotope a 0 (T\*\*\* 25.3.23.2) (d); 25.3.24 *Integrale su catene di traiettorie*: integrale su una catena di traiettorie di una forma differenziale complessa di variabile complessa (D\*), caratterizzazione delle funzioni complesse di variabile complessa che ammettono primitiva attraverso gli integrali su cicli (T\* 25.3.19.1) (e); 25.3.25 *Invarianza per omologia dell'integrale su cicli*: invarianza per omologia dell'integrale di una forma differenziale complessa  $f(z) dz$  su cicli (T\*\* 25.3.25.1) (d), teorema di Cauchy per i cicli omologhi a 0 (T\*\*\* 25.3.25.2) (d); 25.3.26 *Generalizzazione alle traiettorie di classe lipschitziana*: generalizzazione alle traiettorie di classe lipschitziana di quanto svolto per traiettorie di classe  $C^1$  a tratti; 25.3.27 *Integrale su una curva orientata di una forma differenziale complessa di variabile complessa*: integrale su una curva orientata di una forma differenziale complessa di variabili reali (D) (T) (e), forma differenziale complessa di variabile complessa 1-misurabile rispetto su un sottoinsieme 1-misurabile per una curva parametrizzabile (D 25.3.27.1), forma differenziale complessa di variabile complessa 1-integrabile rispetto su un sottoinsieme 1-misurabile per una curva parametrizzabile (D 25.3.27.2), integrale di una forma differenziale complessa di variabile complessa 1-integrabile rispetto su un sottoinsieme 1-integrabile per una curva parametrizzabile (D\*\* 25.3.27.2), forma differenziale complessa di variabile complessa 1-misurabile rispetto su un sottoinsieme 1-misurabile, 1-integrabile e integrale per curve lipschitziane con bordo non necessariamente parametrizzabili (I), teorema di Stokes per gli integrali su archi semplici orientati (T\* 25.3.27.1), teorema di Stokes per gli integrali su curve semplici chiuse (T\* 25.3.27.1); 25.3.28 *Catena associata ad una sottovarietà con bordo orientata compatta*: integrale su una curva orientata di una forma differenziale complessa di catene di traiettorie associate ad una curva con bordo orientata compatta (I), ciclo associato ad una curva con bordo orientata compatta chiusa (I), catene di parametrizzazioni di dimensione 2 associate ad una superficie con bordo orientata compatta (I). classe di parametrizzazioni di dimensione 2 associata a  $S$  e classe di traiettorie associata a  $\partial S$  (I), integrale di una forma differenziale su  $\Gamma$  e integrale su  $\sum_{i=1}^n \varphi_i$  (I) curva chiusa orientata compatta omologa a 0 in un insieme (I), curva chiusa orientata compatta omologa a 0 e catena di traiettorie associata (I) Integrale di forme differenziali chiuse su curve chiuse omologhe a 0 (I). 25.3.29 *Teorema di Cauchy per il bordo di domini*: Teorema di Cauchy per il bordo di domini (T\*\*\* 25.3.29). **25.4 Indice di un punto**: 25.4.1 *Indice di un punto rispetto ad una traiettoria chiusa*: indice di un punto rispetto ad una traiettoria chiusa (D\*\* 25.4.1.1); 25.4.2 *Indice di un punto rispetto ad un ciclo*: indice di un punto rispetto ad un ciclo (D\* 25.4.2.1). **25.5 Formula integrale di Cauchy**: 25.5.1 *Formula integrale di Cauchy per i cicli omologhi a 0*: valore di  $\int_{\varphi} \frac{f(z)}{z-a} dz$  (T\* 25.5.1.1); formula integrale di Cauchy per i cicli omologhi a 0 (T\*\* 25.5.1.2); 25.5.2 *Formula integrale di Cauchy per le traiettorie chiuse omotope a 0*: formula integrale di Cauchy per le traiettorie chiuse omotope a 0 (T\*\* 25.5.2.1); 25.5.3 *Formula integrale di Cauchy per il bordo di domini*: indice rispetto ad un ciclo associato al bordo di un dominio (T\* 25.5.3.1) (I), formula integrale di Cauchy per il bordo di un dominio (T\*\*\* 25.5.3.2); 25.5.4 *Derivabilità di ogni ordine per una funzione complessa di variabile complessa derivabile con derivata continua*: derivabilità di ogni ordine per una funzione complessa di variabile complessa derivabile con derivata continua (T\*\* 25.5.4.1) (d) (I); 25.5.5 *Formula integrale di Cauchy per le derivate d'ordine superiore*: formula integrale di Cauchy per le derivate d'ordine superiore per i cicli omologhi a 0 (T\*\* 25.5.5.1) (d) (I), formula integrale di Cauchy per le derivate d'ordine superiore per le traiettorie omotope a 0 (T\*\* 25.5.5.2) (d) (I), formula integrale di Cauchy per le derivate d'ordine superiore per il bordo di un dominio (T\*\* 25.5.5.1) (d) (I). **25.6 Funzioni analitiche complesse di variabile complessa**: 25.6.1 *Funzioni analitiche*: funzioni analitiche (D\*\*\* 25.6.1.1), principio del prolungamento analitico (T\* 25.6.1.1) (e), zeri di una funzione analitica (T\* 25.6.1.2) (e), derivabilità di una funzione analitica (T\* 25.6.1.3) (e), espressione dei coefficienti della serie di potenze con somma  $f(x)$  (T\* 25.6.1.4) (e), serie di Taylor (D\*\*\* 25.6.1.2), sviluppabilità in serie di Taylor (D\*\* 25.6.1.3), caratterizzazione delle funzioni analitiche (T\*\*\* 25.6.1.5) (e); 25.6.2 *Massima palla aperta contenuta in un insieme*: distanza di un punto da un insieme (D\*), massima palla aperta contenuta in un insieme (D\* 25.6.2.10); 25.6.5 *Sviluppo in serie di Taylor delle funzioni derivabili con derivata continua*: sviluppo in serie di Taylor delle funzioni derivabili con derivata continua (T\*\*\* 25.6.5.1) (e) espressione dei coefficienti della serie di Taylor (T\*\* 25.6.5.2) (d); 25.6.6 *Funzioni derivabili con derivata continua e funzioni analitiche*: funzioni derivabili con derivata continua e funzioni analitiche (T\*\*\* 25.6.6.1) (d). espressione dei coefficienti della serie di Taylor (T\*\* 25.6.5.2). **25.8 Sviluppi in serie di Laurent**: 25.8.1 *Serie di Laurent*: successione di dominio  $\mathbf{Z}$  (D\* 25.8.1.1), serie di Laurent (D\* 25.8.1.2), serie di Laurent convergenti (D\*\* 25.8.1.3), serie di Laurent assolutamente convergente (D\*\* 25.8.1.4); 25.8.2 *Funzione sviluppabile in serie di Laurent*: funzione sviluppabile in serie di Laurent (D\*\* 25.8.2.1), espressione dei coefficienti della serie di Laurent (T\*\* 25.8.2.2) (e), unicità della successione dei coefficienti della serie di Laurent (T\* 25.8.2.3) (d), serie di Laurent di una funzione su una corona circolare (D\* 25.8.2.2); 25.8.3 *Corone circolari massimali*: corona circolare (D\* 25.8.3.1), corona circolare massimale contenente una circonferenza (D\* 25.8.3.2); 25.8.4 *Sviluppabilità in serie di Laurent*: sviluppabilità di una funzione in serie di Laurent (T\*\* 25.8.2.1) (e), serie di Laurent come serie di Taylor (T 25.8.4.3) (e). **25.9 Singolarità per una funzione analitica**: 25.9.1 *Punto singolare per un aperto*: punto singolare di un aperto (D\* 25.9.1.1), caratterizzazione

dei punti singolari di un aperto (T 25.9.1.1) (d), unione di un aperto e di un punto singolare (T\*\* 25.9.1.3) (e), massimo cerchio contenuto in  $A \cup \{a\}$  e corona circolare massimale contenuta in  $A$  (T 25.9.1.4) (e); corona circolare associata ad un punto singolare (D\* 25.9.1.2); 25.9.2 *Serie di Laurent in un punto singolare*: sviluppabilità di una funzione in serie di Laurent in un punto singolare (T\*\* 25.9.2.1) (d), serie di Laurent di una funzione in un punto singolare (D\*\* 25.9.2.2); 25.9.4 *Singularità rimovibile*: singularità rimovibile (D\*\* 25.9.4.1) (d), caratterizzazione delle singularità rimovibili (T\*\* 25.9.4.1) (d); 25.9.5 *Ordine degli zeri di una funzione analitica*: zero di una funzione analitica (D\* 25.9.5.1), ordine di uno zero di una funzione analitica (D\*\* 25.9.5.3), caratterizzazione dell'ordine di uno zero di una funzione analitica (T\*\* 25.9.5.2) (d), 25.9.6 *Lo spazio topologico  $\mathbf{S}_N$* : l'insieme  $\mathbf{S}_N$  (D\*), intorni di un punto di  $\mathbf{S}_N$  (D\*), lo spazio topologico  $\mathbf{S}_N$  (D\*) (I), convergenza di una funzione a  $\infty$  (T) (e); 25.9.7 *Singularità polare*: singularità polare (D\*\* 25.9.7.1), caratterizzazione delle singularità polari (T\*\* 25.8.7.1) (e) (d:1  $\Rightarrow$  2 e 2  $\Rightarrow$  3), intorni di un punto di  $\mathbf{S}_N$  (D\*), lo spazio topologico  $\mathbf{S}_N$  (D\*) (I), convergenza di una funzione a  $\infty$  (T) (e); 25.9.8 *Ordine di un polo*: ordine di un polo (D\*\* 25.9.8.2), caratterizzazione delle singularità polari di ordine  $m$  (T\*\* 25.9.8.2) (e) (d:1  $\Rightarrow$  2), caratterizzazione degli zeri di ordine  $m$  attraverso i poli (T\* 25.9.8.3) (e); 25.9.9 *Singularità essenziale*: ordine di un polo (D\*\* 25.9.9.1), singularità possibili (T\* 25.9.9.1) (e) caratterizzazione delle singularità essenziali (T\*\* 25.9.9.2 1  $\Leftrightarrow$  2) (e); **25.10 Teorema dei residui**: 25.10.1 *Residuo*: residuo (D\*\*\* 25.10.1.1), espressione del residuo tramite un integrale (T\*\* 25.10.1.1) (d), residuo per una singularità rimovibile (T\* 25.10.1.2) (d), residuo in una singularità polare di ordine 1 (T\*\* 25.10.1.3) (d); residuo attraverso un'equivalenza asintotica (T\*\* 25.10.1.4) (d); residuo attraverso la derivata della funzione  $\frac{1}{f(z)}$  (T\*\* 25.10.1.5) (d); residuo in una singularità polare di ordine  $m$  (T\* 25.10.1.6) (e); 25.10.2 *Teorema dei residui per i cicli omologhi a 0*: teorema dei residui per i cicli omologhi a 0 (T\*\* 25.10.2.1) (d); 25.10.3 *Teorema dei residui per le traiettorie chiuse omotope a 0*: teorema dei residui per le traiettorie chiuse omotope a 0 (T\*\* 25.10.3.1) (d); 25.10.4 *Teorema dei residui per il bordo di un dominio*: teorema dei residui per il bordo di un dominio (T\*\*\* 25.10.4.1) (d). **25.11 Calcolo di integrali**: 25.11.1 *Integrale di una funzione razionale del coseno e del seno*: integrale di una funzione razionale del coseno e del seno (T\* 25.11.1.1) (d); 25.11.2 *Integrale su  $\mathbf{R}$  di una funzione razionale assoluta* integrabilità dell'integrale improprio (T\* 25.11.2.1) (d), integrale di una funzione razionale (T\*\* 25.11.2.2) (d); 25.11.3 *Integrale su  $\mathbf{R}$  di una funzione razionale assolutamente convergente per  $e^{i\alpha x}$*  assoluta integrabilità dell'integrale improprio (T\* 25.11.3.1) (e), integrale di una funzione razionale assolutamente convergente per  $e^{i\alpha x}$  (T\*\* 25.11.3.2) (e); 25.11.4 *Integrale su  $\mathbf{R}$  di una funzione razionale per  $e^{i\alpha x}$  convergente*: integrale di una funzione razionale per  $e^{i\alpha x}$  convergente (T\* 25.11.4.1) (e); 25.11.5 *Valore principale di un integrale improprio*: valore principale dell'integrale improprio di una funzione definita su  $\mathbf{R}^*$  in 0 (D\* 25.11.5.1); 25.11.6 *Valore principale dell'integrale di una funzione razionale per  $e^{i\alpha x}$  in un polo semplice*: Valore principale dell'integrale di una funzione razionale per  $e^{i\alpha x}$  in un polo semplice (T\* 25.11.6.1), valore principale dell'integrale di  $\frac{e^{i\alpha x}}{x}$  (T\* 25.11.6.2), integrale di  $\frac{\sin x}{x}$  (T\* 25.11.6.3).

## 26 Trasformata di Fourier

**26.1 Spazi topologici**: 26.1.1 *Spazi topologici*: sistema di intorni (D) (I), spazio topologico (D) (I), Insiemi aperti, insiemi chiusi, interno, chiusura frontiera, punti isolati, funzioni continue, omeomorfismi (D) (I), spazio topologico di Hausdorff (D) (I), convergenza e limiti (D) (I); 26.1.2 *Spazi metrici*: pseudometrica (D) (I), metrica (D) (I), spazio pseudometrico e spazio metrico (D) (I), spazio topologico generato da uno spazio pseudometrico (D) (I), spazio topologico generato da uno spazio metrico (D) (I); 26.1.3 *Spazi vettoriali topologici*: spazio vettoriale topologico (D) (I); 26.1.4 *Spazi normati*: seminorma (D) (I), norma (D) (I), spazio seminormato e spazio normato (D) (I), pseudometrica di uno spazio seminormato (D) (I), metrica di uno spazio normato (D) (I), spazio vettoriale topologico associato ad uno spazio seminormato (D) (I); 26.1.6 *Gli spazi di Banach  $L^p(A; \mathbf{C})$* : l'insieme  $\mathcal{L}^p(A; \mathbf{R})$  (D\*), seminorma in  $\mathcal{L}^p(A; \mathbf{R})$  (D) (I), l'insieme  $L^p(A; \mathbf{R})$  (D) (I), norma in  $\mathcal{L}^p(A; \mathbf{R})$  (D) (I). 26.1.8 *Spazio vettoriale topologico localmente convesso*: sistema di intorni definito da una famiglia di seminorme (D) (I), spazio vettoriale topologico localmente convesso (D) (I). **26.2 Trasformata di Fourier in  $\mathcal{L}^1(\mathbf{R}^N; \mathbf{C})$** : 26.2.1 *Trasformata di Fourier in  $\mathcal{L}^1(\mathbf{R}^N; \mathbf{C})$* : integrabilità di una funzione (T\* 26.2.1.1) (d), trasformata di Fourier di una funzione in un punto (D\*\*\* 26.2.1.1), trasformata di Fourier di una funzione (D\*\* 26.2.1.2), trasformata di Fourier (D\*\* 26.2.1.3); 26.2.2 *Trasformata di Fourier di una funzione reale*: funzione reale (D\* 26.2.2.1), parte reale e parte immaginaria della trasformata di Fourier di una funzione reale (T\*\* 26.2.2.1); 26.2.3 *Trasformata di Fourier di una funzione reale pari*: trasformata di Fourier di una funzione reale pari (T\*\* 26.2.3.1); 26.2.4 *Trasformata di Fourier di una funzione reale dispari*: funzione immaginaria (D\* 26.2.4.1), trasformata di Fourier di una funzione reale dispari (T\*\* 26.2.4.1); 26.2.5 *Alcune trasformare di Fourier*: trasformata di Fourier della funzione  $\varphi_{[-1,1]}$  (T\* 26.2.5.1), trasformata di Fourier della funzione  $1/(1+x^2)$  (T\* 26.2.5.2); 26.2.6 *Linearità della trasformata di Fourier in  $\mathcal{L}^1 * \mathcal{R}\mathcal{R}^N; \mathbf{C}$* : linearità della trasformata di Fourier (T\* 26.2.6.1) (e); 26.2.8 *Continuità della trasformata di Fourier di una funzione*: continuità della trasformata di Fourier di una funzione (T\*\* 26.2.8.1) (d); 26.2.9 *Limite 0 per  $\xi \rightarrow \infty$  della trasformata di Fourier di una funzione*: limite 0 per  $\xi \rightarrow \infty$  della trasformata di Fourier di una funzione (T\*\* 26.2.9.1) (e); 26.2.11 *Trasformata di Fourier e traslazioni*: trasformata di Fourier di  $u(x-a)$  (T\* 26.2.11.1) (d), trasformata di

Fourier di  $e^{2\pi(x|a)}u(x)$  (T\* 26.2.11.2) (d); 26.2.12 *Trasformata di Fourier e coniugato*: trasformata di Fourier di  $\overline{u(x)}$  (T\* 26.2.12.1) (d); 26.2.13 *Trasformata di Fourier di funzioni pari e di funzioni dispari*: trasformata di Fourier di funzioni pari e di funzioni dispari (T\* 26.2.13.1) (e); 26.2.14 *Trasformata di Fourier e matrici invertibili*: trasformata di Fourier di  $u(Ax)$  (T\* 26.2.14.1) (d); 26.2.15 *Trasformata di Fourier e omotetie*: trasformata di Fourier di  $u(\lambda x)$  (T\* 26.2.15.1) (d); 26.2.16 *Trasformata di Fourier e matrici ortogonali*: trasformata di Fourier di  $u(Ax)$  con  $A$  matrice ortogonale (T\* 26.2.16.1) (d); 26.2.18 *Trasformata di Fourier su  $L^1(\mathbf{R}^N; \mathbf{C})$* : trasformata di Fourier di un elemento di  $L^1(\mathbf{R}^N; \mathbf{C})$  (D\* 26.2.18.1). **26.3 Trasformata di Fourier in  $\mathcal{L}^1(\mathbf{R}^N; \mathbf{C})$  e derivata**: 26.3.1 *Trasformata di Fourier della derivata*: funzione integrabile con derivata integrabile e limite per  $x \rightarrow \infty$  (T 26.3.1.1) (e), trasformata di Fourier della derivata (T\*\*\* 26.3.1.2) (d); 26.3.3 *Derivata della trasformata di Fourier*: derivata della trasformata di Fourier (T\*\*\* 26.3.3.1) (d-I) derivata  $n$ -esima della trasformata di Fourier (T\* 26.3.3.2) (e). **26.5 Antitrasformata di Fourier**: 26.5.1 *Antitrasformata di Fourier di una funzione di  $\mathcal{L}^1(\mathbf{R}^N; \mathbf{C})$* : antitrasformata di Fourier di una funzione di  $\mathcal{L}^1(\mathbf{R}^N; \mathbf{C})$  in un punto (D\*\*\* 26.5.1.1), antitrasformata di Fourier di una funzione di  $\mathcal{L}^1(\mathbf{R}^N; \mathbf{C})$  (D\*\* 26.5.1.2), antitrasformata di Fourier su  $\mathcal{L}^1(\mathbf{R}^N; \mathbf{C})$  (D\*\* 26.5.1.3); 26.5.2 *Antitrasformata della trasformata*: antitrasformata della trasformata (T\*\*\* 26.5.2.1) (e). integrabilità di  $x^n u(x)$  e regolarità della trasformata di Fourier di  $u$  (T\*\* 26.4.2.2) (e). **26.6 Distribuzioni**: 26.6.1 *Lo spazio vettoriale topologico  $\mathcal{D}(A; \mathbf{C})$* : supporto di una funzione (D) (I), lo spazio vettoriale topologico  $\mathcal{D}(A; \mathbf{C})$  (D) (I); 26.6.2 *Distribuzioni*: distribuzione (D) (I), lo spazio vettoriale topologico  $\mathcal{D}'(A; \mathbf{C})$  (D) (I); 26.6.3 *Funzioni localmente integrabili*: funzione localmente integrabile (D) (I), la distribuzione  $\lambda$  (D) (I), la distribuzione  $f \cdot \lambda$  (D) (I); 26.6.4 *La distribuzione  $\delta_a$* : la distribuzione di Dirac  $\delta_a$  (D) (I); 26.6.5 *Prodotto di una funzione di classe  $C^\infty$  e di una distribuzione*: prodotto di una funzione di classe  $C^\infty$  e di una distribuzione (D) (I); 26.6.9 *Derivata di una distribuzione*: derivata di una distribuzione (D) (I), derivata di ordine superiore di una distribuzione (D) (I); 26.6.10 *Alcune derivate distribuzionali*: derivata distribuzionale di una funzione continua con restrizioni di classe  $C^1$  (T) (I), derivata distribuzionale di una funzione discontinua con restrizioni di classe  $C^1$  (T) (I). **26.7 Distribuzioni temperate**: 26.7.1 *Lo spazio vettoriale topologico  $\mathcal{S}(\mathbf{R}^N; \mathbf{C})$* : lo spazio vettoriale topologico  $\mathcal{S}(\mathbf{R}^N; \mathbf{C})$  (D) (I); 26.7.2 *Lo spazio vettoriale topologico delle distribuzioni temperate*: distribuzione temperata (D) (I); distribuzione temperata come funzione su  $\mathcal{S}(\mathbf{R}^N; \mathbf{C})$  (T) (I); lo spazio vettoriale topologico  $\mathcal{S}'(\mathbf{R}^N; \mathbf{C})$  (D) (I); 26.7.3 *Distribuzioni a supporto compatto come distribuzioni temperate*: distribuzioni  $\delta_a$  come distribuzioni temperate (T) (I); 26.7.4 *Distribuzioni  $f \cdot \lambda$  che sono distribuzioni temperate*: funzioni a crescita lenta (D) (I), funzioni a crescita lenta come distribuzioni temperate (D) (I), funzioni di  $\mathcal{L}^p(\mathbf{R}^N; \mathbf{C})$  come distribuzioni temperate (D) (I); 26.7.5 *Derivata di una distribuzione temperata*: derivata di una distribuzione temperata. **26.8 Trasformata di Fourier in  $\mathcal{S}'(\mathbf{R}^N; \mathbf{C})$** : 26.8.1 *Trasformata di Fourier in  $\mathcal{S}(\mathbf{R}^N; \mathbf{C})$* :  $\mathcal{S}(\mathbf{R}^N; \mathbf{C})$  come sottospazio di  $\mathcal{L}^1(\mathbf{R}^N; \mathbf{C})$  (T 26.8.1.1) (d), immagine di un elemento di  $\mathcal{S}(\mathbf{R}^N; \mathbf{C})$  mediante  $\mathcal{F}$  e  $\overline{\mathcal{F}}$  (T 26.8.1.2) (e), trasformata di Fourier in  $\mathcal{S}(\mathbf{R}^N; \mathbf{C})$  (T 26.8.1.3) (e), 26.8.2 *Trasformata di Fourier in  $\mathcal{S}'(\mathbf{R}^N; \mathbf{C})$* : trasformata di Fourier di un elemento di  $\mathcal{S}'(\mathbf{R}^N; \mathbf{C})$  (D\*\* 26.8.2.1) (D) (I); trasformata di Fourier come distribuzione temperata (T\* 26.8.2.1) (e) (I), trasformata di Fourier in  $\mathcal{S}'(\mathbf{R}^N; \mathbf{C})$  (D\* 26.8.2.2) (I); 26.8.3 *Cotrasformata di Fourier in  $\mathcal{S}'(\mathbf{R}^N; \mathbf{C})$* : cotrasformata di Fourier di un elemento di  $\mathcal{S}'(\mathbf{R}^N; \mathbf{C})$  (D\*\* 26.8.2.1) (D) (I); cotrasformata di Fourier come distribuzione temperata (T\* 26.8.2.1) (e) (I) cotrasformata di Fourier in  $\mathcal{S}'(\mathbf{R}^N; \mathbf{C})$  (D\* 26.8.3.2) (I); 26.8.5 *Trasformata di Fourier in  $\mathcal{S}'(\mathbf{R}^N; \mathbf{C})$  come isomorfismo*: trasformata di Fourier in  $\mathcal{S}'(\mathbf{R}^N; \mathbf{C})$  come isomorfismo (T\*\* 26.8.5. 1) (e) (I). **26.9 Trasformata di Fourier di una distribuzione di  $L^1(\mathbf{R}^N; \mathbf{C})$** : 26.9.1 *Restrizione della trasformazione di Fourier su  $\mathcal{S}'(\mathbf{R}^N; \mathbf{C})$  a  $L^1(\mathbf{R}^N; \mathbf{C})$* : restrizione della trasformazione di Fourier su  $\mathcal{S}'(\mathbf{R}^N; \mathbf{C})$  a  $L^1(\mathbf{R}^N; \mathbf{C})$  (T\*\* 28.9.1.1) (e) (I); **26.10 Trasformata di Fourier della distribuzione  $\delta_0$** : 26.10.1 *Trasformata e cotrasformata di Fourier della distribuzione  $\delta_0$  e di  $\lambda$* : trasformata di Fourier della distribuzione  $\delta_0$  (T\*\* 28.10.1.1) (d) (I).