

PROGRAMMA DI ANALISI MATEMATICA 2
Corsi di Laurea in Ing. Informatica (Prof. Ravaglia)
Anno Accademico 2013/14

Simboli: I= introduzione intuitiva, D = definizione, T = teorema C = criterio deduttivo, d = dimostrazione, e = enunciato, A = assioma. Le indicazioni numeriche si riferiscono ai testi: Carlo Ravaglia: Corso di Analisi Matematica 2 e Carlo Ravaglia: Corso di Analisi Matematica 3. La presenza di asterischi segnala l'importanza dell'argomento; maggiore ne è il numero e più l'argomento è importante. Ad esempio l'indicazione "14.1.2 Derivata direzionale: derivata direzionale (D*** 14.1.1.1)" significa la definizione di derivata direzionale che si trova nella sottosezione (14.1.1) intitolata "Derivata direzionale" del volume Analisi Matematica 2, come definizione (14.1.1.1); i tre asterischi indicano che la definizione è fondamentale. Nel caso di teoremi (d) indica che è in programma anche la dimostrazione, (e) che è in programma solo l'enunciato.

Presupposti di Analisi Matematica I e di Geometria

Tutti gli argomenti dei corsi di Analisi Matematica 1 e di Geometria aventi riferimento con argomenti del corso di Analisi Matematica 2.

14 Calcolo differenziale in \mathbf{R}^N

14.1 Derivate parziali: 14.1.2 *Derivata direzionale:* derivata direzionale in un punto (D*** 14.1.2.1); significato geometrico della derivata direzionale (I*); 14.1.3 *Derivate parziali in un punto:* derivata parziale in un punto (D*** 14.1.3.1); significato geometrico della derivata parziale (I*), funzioni derivate parziali (D); 14.1.4 *Gradiente e matrice jacobiana in un punto:* gradiente in un punto (D** 14.1.4.1), matrice jacobiana in un punto (D** 14.1.4.2); 14.1.5 *Funzioni di classe C^1 :* funzioni di classe C^1 (D* 14.1.5.1). **14.2 Estremanti relativi e gradiente:** 14.2.1 *Estremanti relativi e gradiente:* estremanti relativi e gradiente (T*** 14.2.1.1) (d), 14.2.2 *Punti critici:* punto critico (D* 14.2.2.1); **14.3 Derivate parziali di ordine superiore:** 14.3.1 *Derivate parziali di ordine superiore:* funzione derivabile due volte in un punto rispetto a due indici (D), funzioni derivate seconde rispetto a due indici (D), derivate parziali di ordine superiore (D) (I); 14.3.2 *Classi di funzioni:* funzioni di classe C^n (D 14.3.2.1), funzioni di classe C^0 (D 14.3.2.2), funzioni di classe C^∞ (D 14.3.2.3); 14.3.3 *Teorema di Schwarz:* teorema di Schwarz (T*** 14.3.3.1) (e). **14.4 Differenziabilità:** 14.4.1 *Trasformazione lineare da \mathbf{R}^N a \mathbf{R}^M :* definizione di trasformazione lineare da \mathbf{R}^N a \mathbf{R}^M (D*** 14.4.1.1), insieme delle trasformazioni lineari da \mathbf{R}^N a \mathbf{R}^M (D 14.4.1.2); 14.4.2 *Matrice di una trasformazione lineare:* insieme delle matrici $M \times N$ (D 14.4.2.1); caratterizzazione delle trasformazioni lineari attraverso le matrici (T*** 14.4.2.1) (e); matrice di una trasformazione lineare (D** 14.4.2.2), colonne della matrice di una trasformazione lineare (T** 14.4.2.1) (e); 14.4.3 *Funzione differenziabile in un punto:* definizione di trasformazione lineare da \mathbf{R}^N a \mathbf{R}^M (D***), funzione differenziabile in un punto (D*** 14.4.3.1); 14.4.4 *Derivata di una funzione in un punto:* derivata di una funzione in un punto (D*** 14.4.4.1); 14.4.5 *Differenziabilità e incremento:* espressione dell'incremento per una funzione differenziabile in un punto (T*** 14.4.5.1) (d), caratterizzazione della differenziabilità attraverso l'espressione dell'incremento (T 14.4.5.2) (d); 14.4.6 *Derivata della restrizione di una trasformazione lineare:* derivata della restrizione di una trasformazione lineare (T* 14.4.6.1) (d); 14.4.7 *Differenziabilità e continuità:* differenziabilità e continuità (T*** 14.4.7.1) (d); 14.4.8 *Differenziabilità e derivate direzionali:* differenziabilità e derivate direzionali (T*** 14.4.8.1) (d); 14.4.9 *Differenziabilità e derivate parziali:* differenziabilità e derivate parziali; matrice della derivata (T*** 14.4.9.1) (d); 14.4.10 *Differenziabilità per funzioni di una variabile:* differenziabilità per funzioni di una variabile (T* 14.4.10.1) (d); 14.4.11 *Teorema del differenziale totale:* teorema del differenziale totale (T** 14.4.11.1) (e); 14.4.12 *Differenziabilità della somma e del prodotto per uno scalare:* differenziabilità per la somma e per il prodotto per uno scalare (T* 14.4.12.1) (d); 14.4.13 *Differenziabilità per la funzione composta:* differenziabilità per la funzione composta (T** 14.4.12.1) (e); derivata parziale di una funzione composta (T** 14.4.12.2) (d); **14.5 Differenziabilità per funzioni scalari:** 14.5.1 *Differenziale di una funzione in un punto:* differenziale di una funzione scalare in un punto (D*** 14.5.1.1); 14.5.2 *Forme lineari:* forma lineare (D* 14.5.2.1), caratterizzazione delle forme lineari attraverso i vettori di \mathbf{R}^N (T* 14.5.2.1) (e), vettore associato ad una forma lineare (D* 14.5.2.2); 14.5.3 *Lo spazio vettoriale $L(\mathbf{R}^N; \mathbf{R})$:* base canonica di $L(\mathbf{R}^N; \mathbf{R})$ (T* (14.5.3.1) (e), coordinata di una forma lineare rispetto alla base canonica (T* 14.5.3.2) (e); 14.5.4 *Vettore associato al differenziale:* espressione del valore del differenziale di una funzione in un punto (T*** 14.5.4.1) (d), vettore associato al differenziale in un punto (T** 14.5.4.2) (d), gradiente come vettore ortogonale alle ipersuperfici di livello (I); espressione del differenziale come combinazione lineare delle proiezioni (T* (14.5.3.3) (e). 14.5.5 *Espressione canonica del differenziale:* espressione canonica del differenziale (T*) (d) (D*); **14.6 Teorema del valor medio:** 14.6.2 *Insiemi connessi:* insieme sconnesso (D 14.6.2.1), insiemi connessi (D 14.6.2.2); 14.6.3 *Funzioni con derivata nulla:* funzioni con derivata nulla (T* 14.6.3.1) (e). **14.7**

Diffeomorfismo: 14.7.1 Omeomorfismo: omeomorfismo (D* 14.7.1.1); 14.7.2 Diffeomorfismo diffeomorfismo (D* 14.7.2.1); 14.7.3 Trasformazioni lineari invertibili: trasformazioni lineari invertibili (T*) (e); 14.7.4 Derivata della funzione inversa: derivata della funzione inversa (T* 14.7.4.1) (d); 14.7.5 Teorema dell'invertibilità locale: teorema dell'invertibilità locale (T* 14.7.5.1) (e), diffeomorfismo locale (D* 14.7.5.1), caratterizzazione dei diffeomorfismi locali (T* 14.7.5.2) (d), diffeomorfismo locale iniettivo (T) (e); 14.7.6 Coordinate polari piane: coordinate polari (D** 14.7.6.1), rapporto fra coordinate polari e modulo e argomento (T 14.7.6.1) (e), determinate della matrice jacobiana di $f(\rho, \theta) = (\rho \cos \theta, \rho \sin \theta)$ (T** 14.7.6.2) (d), diffeomorfismo locale relativo alle coordinate polari piane (T*) (d), un diffeomorfismo relativo alle coordinate polari piane (T 14.7.6.3) (e); 14.7.7 Coordinate sferiche in \mathbf{R}^3 coordinate sferiche in \mathbf{R}^3 (D** 14.7.7.1), determinante della matrice jacobiana di $f(\rho, \varphi, \theta) = (\rho \sin \varphi \cos \theta, \rho \sin \varphi \sin \theta, \rho \cos \varphi)$ (T** 14.7.7.1), diffeomorfismo locale relativo alle coordinate sferiche (T*) (d); 14.7.8 Coordinate cilindriche in \mathbf{R}^3 : coordinate cilindriche in \mathbf{R}^3 (D1* 14.7.8.1). **14.8 Estremanti relativi e differenziale secondo:** 14.8.1 Forme bilineari: Forma bilineare (D* 14.8.1.1), caratterizzazione delle forme bilineari attraverso le matrici (T* 14.8.1.1) (e); 14.8.2 Forme bilineari simmetriche: forme bilineari simmetriche (D** 14.8.2.1), matrice simmetrica (D** 14.8.2.2), matrice di una forma bilineare simmetrica (T** 14.8.2.1); 14.8.3 Forme bilineari simmetriche semidefinite e definite: forme bilineari simmetriche semidefinite e definite (D** 14.8.3.1); 14.8.4 Caratterizzazione delle forme bilineari semidefinite e definite: minore principale di una matrice simmetrica (D**), caratterizzazione delle forme bilineari semidefinite e definite (T** 14.8.4.1) (e); 14.8.5 Caratterizzazione delle forme bilineari definite: caratterizzazione delle forme bilineari definite (T** 14.8.5.1) (e), 14.8.6 Forme bilineari simmetriche in \mathbf{R}^2 : forme bilineari simmetriche di \mathbf{R}^2 e loro matrice (T** 14.8.6.1) (d); 14.8.7 Differenziale secondo in un punto: differenziale secondo di una funzione in un punto (D** 14.8.7.1), differenziale secondo come forma bilineare simmetrica (T** 14.8.7.1), matrice hessiana di una funzione in un punto (D** 14.8.7.2); 14.8.8 Estremanti relativi e differenziale secondo: estremanti relativi e differenziale secondo (T** 14.8.8.1) (e).

15 Forme differenziali lineari

15.1 Forme differenziali lineari: 15.1.1 Forma differenziale lineare: forma differenziale lineare (D* 15.1.1.1), differenziale di una funzione come forma differenziale lineare (D** 15.1.1.2); 15.1.2 Campo di vettori: campo di vettori (D* 15.1.2.1), gradiente di una funzione come campo di vettori (D* 15.1.2.2); 15.1.3 Campo di vettori associato ad una forma differenziale: valori di una forma differenziale come combinazione lineare della base canonica di $L(\mathbf{R}^N; \mathbf{R})$ (T* 15.1.3.1) (d), campo di vettori associato ad una forma differenziale (D* 15.1.3.1), campo di vettori associato al differenziale di una funzione (T* 15.1.3.2) (d); 15.1.4 Espressione canonica di una forma differenziale: espressione di una forma differenziale attraverso il campo di vettori associato e le forme differenziali dx_i (T*) (d) e (D**); 15.1.5 Forma differenziale di classe C^p : forma differenziale continua (D 15.1.5.1), forma differenziale di classe C^p (D 15.1.5.2). **15.2 Forme differenziali esatte:** 15.2.1 Forme differenziali chiuse: forma differenziale chiusa (D*** 15.2.1.1), differenziale di una funzione come forma differenziale chiusa (T*** 15.2.1.1) (d); 15.2.2 Forme differenziali esatte: primitiva di una forma differenziale (D*** 15.2.2.1), condizione affinché una funzione sia una primitiva di una forma differenziale (T*** 15.2.2.1) (d), forme differenziali esatte (D*** 15.2.2.2), condizioni affinché una forma differenziale sia esatta (T*** 15.2.2.2) (d); 15.2.3 Campi di vettori esatti: potenziale di un campo di vettori (D* 15.2.3.1), condizione affinché una funzione sia un potenziale di un campo di vettori (T 15.2.3.1) (d), campi di vettori conservativi (D* 15.2.3.2); condizione affinché un campo di vettori sia conservativo (T* 15.2.3.2) (d); 15.2.4 Forme differenziali esatte e forme differenziali chiuse: forme differenziali esatte e forme differenziali chiuse (T*** 15.2.4.1) (d). 15.2.5 Insieme delle primitive: primitive di una stessa forma differenziale esatta (T* 15.2.5.1) (d), insieme delle primitive di una forma differenziale esatta (T* 15.2.5.2) (e). **15.3 Integrali di forme differenziali su traiettorie:** 15.3.1 Traiettorie: traiettoria (D* 15.3.1.1), traccia di una traiettoria (D* 15.3.1.2), punto iniziale e punto finale di una traiettoria (D* 15.3.1.3), traiettoria chiusa (D* 15.3.1.4), traiettoria in un insieme (D* 15.3.1.5), traiettoria di classe C^1 (D* 15.3.1.6); traiettoria di classe C^1 a tratti (D 15.3.1.7); 15.3.2 Integrale di una forma differenziale su una traiettoria: integrale curvilineo di una forma differenziale su una traiettoria di classe C^1 (D** 15.3.2.1); **15.4 Forme differenziali esatte e integrali su traiettorie:** 15.4.1 Integrale del differenziale: integrale del differenziale di una funzione (T** 15.4.1.1) (d); 15.4.2 Integrale di una forma differenziale esatta: integrale di una forma differenziale esatta (T** 15.4.2.1) (d), integrale di una forma differenziale esatta su traiettorie con gli stessi estremi (T** 15.4.2.2) (d); integrale di una forma differenziale esatta su una traiettoria chiusa (T** 15.4.2.3) (d); una forma differenziale può essere chiusa senza essere esatta (T* in Osservazione 15.4.2.1) (d); 15.4.3 Forme differenziali esatte e integrali su traiettorie: forme differenziali esatte ed integrali su traiettorie (T** 15.4.3.1) (e). **15.5 Teorema di Poincaré:** 15.5.1 Insiemi stellati: insieme stellato rispetto ad un punto (D** 15.5.1.1); insieme stellato (D** 15.5.1.2); 15.5.2 Teorema di Poincaré: teorema di Poincaré (T** 21.5.2.1) (e); 15.5.3 Forme differenziali localmente esatte: forma differenziale localmente esatta (D* 15.5.3.1), forme differenziali chiuse e forme differenziali localmente esatte (T* 15.5.3.1) (d) forme differenziali chiuse su domini non stellati (T) (I).

16 Equazioni implicite

16.1 Equazioni implicite in $\mathbf{R} \times \mathbf{R}$: 16.1.1 *Equazioni implicite in $\mathbf{R} \times \mathbf{R}$* : soluzione di un'equazione implicita in $\mathbf{R} \times \mathbf{R}$ (D** 16.1.1.1); 16.1.2 *Soluzioni massimali*: funzioni implicite massimali (D* 16.1.2.1); 16.1.3 *Problema iniziale con equazione implicita*: soluzione di un problema con equazione implicita (D** 16.1.3.1). **16.2 Equazioni implicite in $\mathbf{R}^N \times \mathbf{R}^M$:** 16.2.1 *equazioni implicite in $\mathbf{R}^N \times \mathbf{R}^M$* : soluzione di un'equazioni implicite in $\mathbf{R}^N \times \mathbf{R}^M$ (D* 16.2.1.1). 16.2.2 *Problema implicito*: soluzione di un problema implicito in $\mathbf{R}^N \times \mathbf{R}^M$ (D) (I). **16.3 Teorema di Dini:** 16.3.1 *Teorema di Dini*: teorema di Dini in $\mathbf{R}^N \times \mathbf{R}^M$ (T* 16.3.1.1) (e), teorema di Dini in $\mathbf{R} \times \mathbf{R}$ (T** 16.3.1.2) (e)).

17 Sottovarietà differenziali di \mathbf{R}^N

17.1 Sottovarietà parametrizzabili differenziali: 17.1.1 *Sottovarietà parametrizzabili differenziali*: sottovarietà di \mathbf{R}^N di dimensione m parametrizzabile differenziale (D* 17.1.1.1); 17.1.2 *Varietà lineari*: varietà lineari come sottovarietà (T* 17.1.2.1) (e); 17.1.3 *Segmenti aperti*: segmenti aperti come sottovarietà di dimensione 1 parametrizzabile differenziale (T* 17.1.3.1) (e); 17.1.4 *Triangolo aperto*: triangolo aperto come sottovarietà di dimensione 2 parametrizzabile differenziale (T* 17.1.4.1) (e); 17.1.5 *Simplesso aperto*: simplesso aperto come sottovarietà parametrizzabile differenziale (T* 17.1.5.1) (e); 17.1.7 *Sottovarietà cartesiane*: grafico di una funzione scalare di $N - 1$ variabili come sottovarietà parametrizzabile differenziale (T* 17.1.7.1) (e); 17.1.8 *Cambiamento di parametro*: cambiamento di parametro (T 17.1.8.1) (e); 17.1.9 *Spazio tangente ad una sottovarietà parametrizzabile*: spazio tangente ad una sottovarietà parametrizzabile differenziale (D** 17.1.9.1). **17.2 Sottovarietà differenziali di \mathbf{R}^N :** 17.2.1 *Sottovarietà differenziali di \mathbf{R}^N* : sottovarietà di \mathbf{R}^N di dimensione m differenziale (D* 17.2.1.1); 17.2.2 *Equazione cartesiana di una sottovarietà differenziale*: caratterizzazione locale delle sottovarietà mediante equazioni cartesiane (T* 17.2.2.1) (e), sottovarietà definita da un'equazione $f(x) = 0$ (T* 17.2.2.2) (e), coniche e quadriche come sottovarietà (T) (d); 17.2.3 *Spazio tangente ad una sottovarietà*: spazio tangente ad una sottovarietà (D 17.2.3.1); 17.2.4 *Spazio normale*: spazio normale ad una sottovarietà (D** 17.2.4.1), base per lo spazio normale (T** 17.2.4.1) (e); 17.2.5 *Varietà lineare tangente e varietà lineare normale*: varietà lineare tangente ad una sottovarietà differenziale (D* 17.2.5.1), varietà lineare normale ad una sottovarietà differenziale (D* 17.2.5.2). **17.3 Estremanti relativi su sottovarietà:** 17.3.1 *Massimi e minimi vincolati*: estremanti relativi su una sottovarietà e gradiente (T* 17.2.9.1) (e); moltiplicatori di Lagrange (T* 21.2.9.2) (e).

18. Equazioni differenziali

18.1 Equazioni differenziali del primo ordine: 18.1.1 *Equazione differenziale*: soluzione di un'equazione differenziale (D*** 18.1.1.1); 18.1.2 *Soluzioni massimali*: soluzione massimale (D* 18.1.2.1); 18.1.3 *Equazione $y' = f(x)$* : soluzioni dell'equazione $y' = f(x)$ (T** 18.1.3.2) (d). **18.2 Equazione differenziale di forma normale:** 18.2.1 *Equazione differenziale di forma normale*: equazione differenziale di forma normale (D** 18.5.1.1), soluzione di un'equazione differenziale di forma normale (T*** 18.2.1.1) (d), proprietà geometrica del grafico di una soluzione (I); 18.2.2 *Problema di Cauchy*: soluzione di un problema di Cauchy per un'equazione differenziale di forma normale (T*** 18.2.2.1) (d); 18.2.3 *Problema di Cauchy per l'equazione $y' = f(x)$* : problema di Cauchy per l-equazione $y' = f(x)$ (T** 18.2.3.1) (e). 18.2.4 *Esistenza e unicità della soluzione del problema di Cauchy*: esistenza ed unicità della soluzione massimale di un problema di Cauchy (T*** 18.2.4.1) (e). **18.3 Equazioni a variabili separate:** 18.3.1 *Equazioni a variabili separate*: equazioni a variabili separate (D* 18.3.1.1), soluzione di un'equazioni a variabili separate (T* 18.3.1.1) (d); 18.3.2 *Problema di Cauchy per equazioni a variabili separate*: equivalenza del problema di Cauchy per un'equazione a variabili separate con un'equazione implicita (T** 18.3.2.1) (e). 18.3.3 *Equazioni a variabili separabili*: equazione a variabili separabili (D* 18.3.3.1), soluzioni costanti di un'equazione a variabili separabili (T* 18.3.3.1) (d). **18.4 Sistema di equazioni differenziali del primo ordine:** 18.4.1 *Sistema di equazioni differenziali del primo ordine*: soluzione di un'equazione differenziale vettoriale (D* 18.4.1.1); **18.5 Sistema di equazioni differenziali di forma normale:** 18.5.1 *Sistema di equazioni differenziali di forma normale*: equazione differenziale vettoriale di forma normale (D* 18.5.1.1), soluzione di un'equazione differenziale vettoriale di forma normale (T* 18.5.1.1) (d); 18.5.2 *Problema di Cauchy*: soluzione di un problema di Cauchy per un'equazione differenziale vettoriale (D* 18.5.2.1); 18.5.3 *Esistenza e unicità della soluzione del problema di Cauchy*: esistenza ed unicità della soluzione massimale di un problema di Cauchy per un'equazione differenziale vettoriale di forma normale (T* 18.5.3.1) (e). **18.6 Equazioni differenziali di ordine superiore al primo:** 18.6.1 *Equazioni differenziali di ordine superiore al primo*: soluzione di un'equazione differenziale di ordine n (D* 18.6.1.1); 18.6.2 *Equivalenza fra equazione di ordine n e sistema di n equazioni del primo ordine*: equivalenza fra equazione di ordine n e sistema di n equazioni del primo ordine (T*) (e); **18.7 Equazione differenziali di ordine n di forma normale:** 18.7.1 *Equazioni differenziali di ordine n di forma normale*: equazione differenziale d'ordine n di forma

normale (D* 18.7.1.1), soluzione di un'equazione di ordine n di forma normale (T* 18.7.1.1); 18.7.2 *Problema di Cauchy relativo ad una equazione di ordine n* : soluzione di un problema di Cauchy per un'equazione differenziale di ordine n di forma normale (D* 18.7.2.1); 18.7.3 *Esistenza e unicità della soluzione del problema di Cauchy*: esistenza ed unicità della soluzione massimale di un problema di Cauchy per un'equazione differenziale d'ordini n (T* 18.7.3.1) (e). 18.7.5: *Equazione $y^{(n)} = f(x)$* : metodi per risolvere problemi di Cauchy (I); 18.7.6: *Equazione $F(x, y', y'') = 0$* : metodi per risolvere problemi di Cauchy (I).

19 Equazioni differenziali lineari

19.1 Equazioni differenziali lineari del primo ordine: 19.1.1 *Equazioni differenziali lineari del primo ordine*: soluzione di un'equazioni differenziali lineari del primo ordine (D*** 19.1.1.1); 19.1.2 *Insieme delle soluzioni*: insieme delle soluzioni di un'equazione differenziale lineare del primo ordine (T*** 19.1.2.1) (d), insieme delle soluzioni di un'equazione differenziale lineare del primo ordine omogenea (T** 19.1.2.2) (d); 19.1.3 *Problema di Cauchy*: soluzione di un problema di Cauchy per un'equazione differenziale lineare del primo ordine (D** 19.1.3.1), espressione della soluzione di un problema di Cauchy per un'equazione differenziale lineare del primo ordine (T** 19.1.3.1) (e); **19.2 Sistemi di equazioni differenziali lineari:** 19.2.1 *Sistemi di equazioni differenziali lineari*: soluzione di un sistema di equazioni differenziali lineari del primo ordine (D* 19.2.1.1); 19.2.2 *Problema di Cauchy*: soluzione di un problema di Cauchy per un sistema di un sistema lineare (D* 19.2.2.1); 19.2.3 *Teorema fondamentale sul Problema di Cauchy*: teorema di esistenza e unicità della soluzione di un problema di Cauchy per i sistemi di equazioni differenziali lineari (T* 19.2.3.2) (e); 19.2.4 *Sistemi differenziali lineari omogenei*: sistema di equazioni differenziali lineari omogeneo (D** 19.2.4.1); 19.2.5 *Lo spazio vettoriale delle soluzioni*: somma e prodotto per uno scalare per soluzioni di un sistema differenziale lineare omogeneo (T* 19.2.5.1) (d), insieme delle soluzioni di un sistema differenziale lineare omogeneo come sottospazio vettoriale (T** 19.2.5.2(d)); 19.2.6 *Dimensione dello spazio delle soluzioni del sistema omogeneo*: dimensione dello spazio vettoriale delle soluzioni di un sistema differenziale lineare omogeneo (T** 19.2.6.1) (e); 19.2.9 *Sistema fondamentale ed integrale generale*: sistema fondamentale di soluzioni di un sistema differenziale lineare omogeneo (D** 19.2.9.1); integrale generale di un sistema differenziale lineare omogeneo (D** 19.2.9.2); 19.2.17 *Sistemi lineari non omogenei*: soluzioni di un sistema non omogeneo (T* 19.2.17.1) (d); **19.3 Equazioni differenziali lineari di ordine n :** 19.3.1 *Equazioni differenziali lineari di ordine n* : soluzione di un'equazione differenziale lineare di ordine n (D*** 19.3.1.1); 19.3.2 *Equivalenza fra equazione lineare di ordine n e sistema lineare di n equazioni del primo ordine*: equivalenza fra equazione lineare di ordine n e sistema lineare di n equazioni del primo ordine (T*) (e); 19.3.3 *Problema di Cauchy*: soluzione di un problema di Cauchy (D** 19.3.3.1), 19.3.4 *Teorema fondamentale sul Problema di Cauchy*: esistenza e unicità della soluzione del problema di Cauchy per le equazioni differenziali lineari di ordine n (T** 19.3.4.1) (e); 19.3.5 *Equazioni lineari omogenee di ordine n* : equazione differenziale lineare d'ordine n omogenea (D** 19.3.5.1); 19.3.6 *Lo spazio vettoriale delle soluzioni*: somma e prodotto per uno scalare per le soluzioni di un'equazione differenziale lineare d'ordine n omogenea (T** 19.3.6.1) (e), insieme delle soluzioni per un'equazione differenziale lineare d'ordine n omogenea come sottospazio vettoriale (T*** 19.3.6.2) (e); 19.3.7 *Dimensione dello spazio delle soluzioni dell'equazione omogenea*: dimensione dello spazio vettoriale delle soluzioni di un'equazione differenziale lineare d'ordine n omogenea (T*** 19.3.7.1) (e); 19.3.10 *Sistema fondamentale ed integrale generale*: sistema fondamentale di soluzioni di un'equazione differenziale lineare d'ordine n omogenea (D** 19.3.10.1); integrale generale di un'equazione differenziale lineare d'ordine n omogenea (D** 19.3.10.2); 19.3.11 *Equazione omogenea a coefficienti costanti*: soluzioni reali e soluzioni complesse di un'equazione differenziale lineare d'ordine n omogenea a coefficienti costanti (T* e D*); 19.3.12 *Equazione caratteristica*: condizione affinché $e^{\lambda x}$ sia una soluzione dell'equazione differenziale lineare d'ordine n omogenea a coefficienti costanti (T** 19.3.12.1) (d); equazione caratteristica (D***); 19.3.13 *Sistema fondamentale di soluzioni per l'equazione a coefficienti costanti*: sistema fondamentale di soluzioni nel caso di radici distinte dell'equazione caratteristica (T* 19.3.13.1) (e); sistema fondamentale di soluzioni nel caso di radici multiple dell'equazione caratteristica (T*** 19.3.13.2) (e); 19.3.14 *Equazioni a coefficienti costanti reali*: sistema fondamentale di soluzioni per le equazioni differenziali lineari d'ordine n omogenee a coefficienti costanti reali (T**) (e); 19.3.15 *Equazioni lineari non omogenee*: soluzioni di un'equazione differenziale lineare d'ordine n non omogenea (T*** 19.3.15.1) (e); 19.3.16 *Integrali particolari ed esponenziali*: integrale particolare con termine noto $P(x)e^{\alpha x}$ e α non soluzione dell'equazione caratteristica (T* 19.3.16.1) (e), integrale particolare con termine noto $e^{\sigma x}(P_1(x) \cos(\tau x) + P_2(x) \sin(\tau x))$ e $\sigma + i\tau$ non soluzione dell'equazione caratteristica (T* 19.3.16.2) (e), integrale particolare con termine noto $P(x)e^{\alpha x}$ e α soluzione dell'equazione caratteristica (T* 19.3.16.3) (e), integrale particolare con termine noto $e^{\sigma x}(P_1(x) \cos(\tau x) + P_2(x) \sin(\tau x))$ e $\sigma + i\tau$ soluzione dell'equazione caratteristica (T* 19.3.16.4) (e).

20 Integrale di Riemann su intervalli di \mathbf{R}^N

20.1 Intervalli di \mathbf{R}^N : 20.1.2 *Intervalli di \mathbf{R}^N :* intervallo di \mathbf{R}^N (D* 20.1.2.1), intervallo chiuso di \mathbf{R}^N come prodotto cartesiano di intervalli chiusi di \mathbf{R} (T 20.1.2.1), intervalli chiusi non degeneri di \mathbf{R}^N (D* 20.1.2.2); 20.1.3 *Misura di un intervallo:* misura di un intervallo di \mathbf{R}^N (D** 20.1.3.1). **20.2 Insiemi di misura nulla:** 20.2.1 *Somma di una famiglia numerabile di numeri reali positivi:* insiemi equipotenti (D*), insiemi numerabili (D*), insiemi al più numerabili (D*), somma di una famiglia numerabile di numeri reali positivi (D); 20.2.2 *Insiemi di misura nulla:* insiemi di misura nulla (D* 20.1.2.1); 20.2.3 *Definizione di quasi dappertutto:* definizione di proprietà vera quasi dappertutto (D* 20.2.3.1). **20.3 Funzioni di Riemann:** 20.3.1 *Funzioni continue quasi dappertutto:* funzioni continue quasi dappertutto (D* 20.3.1.1); 20.3.2 *Funzioni di Riemann:* funzioni di Riemann (D** 20.3.2.1). **20.4 Integrale secondo Riemann su un intervallo:** 20.4.1 *Scomposizione di un intervallo:* scomposizione di un intervallo (D** 20.4.1.1); 20.4.2 *Somme superiori e somme inferiori:* somme superiori e somme inferiori (D*** 20.4.2.1); ogni somma inferiore minore o uguale di ogni somma superiore (T* 20.4.2.1). 20.4.3 *Integrale superiore e integrale inferiore:* integrale superiore ed integrale inferiore (D*** 20.4.3.1), relazione fra integrale inferiore ed integrale superiore (T* 20.4.3.1) (d); 20.4.4 *Somme e funzioni di Riemann:* rapporto fra somme superiori, somme inferiori e funzioni di Riemann (T** 20.4.4.1) (e); 20.4.5 *Integrale:* integrale di una funzione di Riemann su un intervallo (D*** 20.4.5.1), significato geometrico di integrale (I**); 20.4.6 *Integrale di una costante:* integrale di una funzione costante (T 20.4.6.1) (e), integrale della costante 1 (T 20.4.6.2) (d); 20.4.7 *Somme di Riemann:* scelta relativa ad una scomposizione (D* 20.4.7.1); somme di Riemann (D** 20.4.7.2), 20.4.8 *Integrale come limite delle somme di Riemann rispetto all'orientazione $\delta \rightarrow 0$:* diametro di un insieme (D*), diametro di una scomposizione (D*), convergenza delle somme di Riemann ad un numero al tendere a 0 del diametro della scomposizione (D); somme di Riemann convergenti ad un valore l (D); somme di Riemann convergenti (D), limite per le somme di Riemann (D); caratterizzazione delle funzioni di Riemann mediante la convergenza delle somme di Riemann e integrale come limite delle somme di Riemann (T* 20.4.8.1) (e); 20.4.9 *Proprietà dell'integrale:* Linearità dell'integrale (T* 20.4.9.1) (d), positività dell'integrale (T* 20.4.9.2) (e), monotonia dell'integrale (T* 20.4.9.3) (d), integrale di funzioni uguali quasi dappertutto (T* 20.4.9.4) (d), valore assoluto di un integrale (T* 20.4.9.5) (d), teorema di media integrale (T* 20.4.9.6) (d), teorema di media integrale per funzioni continue (T* 20.4.9.7) (e), additività dell'integrale (T* 20.4.9.8) (e). **20.5 Integrale su intervalli di \mathbf{R} :** 20.5.1 *Integrale da x a y :* integrale di Riemann da x a y (D* 20.5.1.1) integrale da x a y ed integrale da y a x (T* 20.5.1.1) (e), additività per gli integrali da x a y (T* 20.5.1.2) (e); 20.5.2 *Funzione integrale:* funzione integrale (D*** 20.5.2.1); 20.5.3 *Continuità della funzione integrale:* continuità della funzione integrale (T* 20.5.3.1) (e); 20.5.4 *Teorema fondamentale del calcolo integrale:* teorema fondamentale del calcolo integrale (T*** 20.5.4.1) (d); 20.5.5 *Formula di Leibniz-Newton:* formula di Leibniz-Newton (T*** 20.5.5.1) (d), integrale di una funzione continua come variazione di una primitiva (corso di Analisi L-A) come integrale di Riemann da x a y (corso di Analisi L-B) (T* 20.5.5.2(d)); 20.5.6 *Alcune derivate di integrali:* deriva di $\int_x^{x_0} f$ (T) (d) derivata di $\int_{\alpha(x)}^{\beta(x)} f(x, y) dy$. **20.6 Integrale sul prodotto di due intervalli:** 20.6.1 *Integrale sul prodotto di due intervalli:* integrale sul prodotto di due intervalli (T* 20.6.1.1) (e) 20.6.2 *Integrale di un prodotto:* integrale di un prodotto di funzioni delle singole variabili (T 20.6.2.1) (I).

21 Integrale di Lebesgue in \mathbf{R}^N

21.1 Integrale di una funzione continua positiva su un compatto: 21.1.1 *Integrale di una funzione continua su un compatto:* integrale di una funzione continua positiva su un compatto (D* 21.1.1.1); **21.2 Insiemi misurabili:** 21.2.1 *Insiemi misurabili:* insieme misurabile (D* 21.2.1.1); **21.3 Funzioni misurabili secondo Lebesgue:** 21.3.1 *Funzioni misurabili:* funzione misurabile secondo Lebesgue (D* 21.3.1.1); **21.4 Integrale di funzioni misurabili positive:** 21.4.1 *Integrale di una funzione misurabile positiva finita:* integrale di una funzione misurabile positiva finita (D* 21.4.1.1); 21.4.2 *Integrale di una funzione misurabile positiva a valori in $\bar{\mathbf{R}}$:* integrale della costante $+\infty$ (D* 21.4.2.1), definizione di integrale di una funzione misurabile positiva a valori in $\bar{\mathbf{R}}$ (D* 21.4.2.2); 21.4.3 *Integrali di funzioni positive convergenti:* integrale convergente ed integrale divergente positivamente (D* 21.4.3.1); **21.5 Misura di un insieme misurabile:** 21.5.1 *Misura di un insieme misurabile:* misura di un insieme misurabile (D** 21.5.1.1); 21.5.2 *Insiemi integrabili:* insieme integrabile (D* 21.5.2.1). **21.6 L'integrale di Riemann come integrale di Lebesgue:** 21.6.1 *L'integrale di Riemann come integrale di Lebesgue:* l'integrale di Riemann come integrale di Lebesgue (T* 21.6.1.1) (e); 21.6.2 *Integrali impropri e integrali di Lebesgue di funzioni misurabili positive:* integrale improprio su una semiretta positiva come integrale di Lebesgue (T* 21.6.2.1)(e); **21.7 Integrale sul prodotto di insiemi misurabili:** 21.7.2 *Integrale di una funzione definita quasi dappertutto:* funzione definita quasi dappertutto (D 21.7.2.1) integrale di una funzione definita quasi dappertutto (D* 21.7.2.2); 21.7.3 *Integrale sul prodotto di due insiemi misurabili:* integrale sul prodotto di insiemi misurabili (T** 21.7.3.1) (e); 21.7.4 *Proiezioni in un prodotto cartesiano:* prima e seconda proiezione in un prodotto cartesiano D 21.7.4.1; 21.7.5 *Immagine di un punto in un grafico:* immagine di un punto in un grafico (D* 21.7.5.1); 21.7.6 *Funzioni $F(x, \cdot)$*

e $F(\cdot, y)$: la funzione $F(x, \cdot)$ (D* 21.7.6.1: 21.7.7 *Integrale su un sottoinsieme del prodotto cartesiano*: integrale su un sottoinsieme del prodotto cartesiano (T** 21.7.7.1) (e); 21.7.8 *Formule di riduzione per gli integrali doppi*: formula di riduzione con proiezione del dominio sull'asse x (T*** 21.7.8.1) (d), formula di riduzione con proiezione del dominio sull'asse y (T*** 21.9.7.2) (d); 21.7.9 *Formule di riduzione per gli integrali tripli*: formula di riduzione con proiezione del dominio sul piano xy (T*** 21.7.9.1) (d), formula di riduzione con proiezione del dominio sull'asse z (T*** 21.7.9.2) (d). **21.8 Cambiamento di variabile negli integrali**: 21.8.1 *Cambiamento di variabile negli integrali su insiemi misurabili*: cambiamento di variabile negli integrali di funzioni misurabili positive (T*** 21.8.1.1) (e); 21.8.2 *Parametrizzazione in misura*: parametrizzazione in misura (D) (I); **21.9 Funzioni integrabili secondo Lebesgue**: 21.9.1 *Funzioni integrabili secondo Lebesgue*: funzioni integrabili secondo Lebesgue (D* 21.9.1.1), T** 21.12.1.2 (d); 21.9.2 *Criterio di integrabilità*: criterio di integrabilità (T 21.9.2.1) (e); 21.9.3 *Parte positiva e parte negativa di una funzione*: parte positiva e parte negativa di un elemento di $\bar{\mathbf{R}}$ (D* 21.9.3.1), proprietà della parte positiva e della parte negativa di un elemento (T* 21.9.3.1 punti 1, 2 e 3) (e), parte positiva e parte negativa di una funzione (D* 21.9.3.2), proprietà della parte positiva e della parte negativa di una funzione (T* 21.9.3.2, punti 1, 2 e 3) (e); 21.9.4 *Integrale di una funzione integrabile*: caratterizzazione delle funzioni integrabili (T* 21.9.4.1) (e), integrale di una funzione integrabile (D* 21.9.4.1). **21.10 Applicazioni geometriche**: 21.10.3 *Area della regione limitata da un'ellisse*: regione limitata da un'ellisse (D 21.10.3.1), area della regione limitata da un'ellisse (T* 21.10.3.1) (d); 21.10.9 *Volume del cono*: cono (D* 21.10.9.1), volume del cono (T*) (d); 21.10.10 *Volume della regione limitata da un'ellissoide*: regione limitata da un'ellissoide (D 21.10.10.1), volume della regione limitata da un'ellissoide (T* 21.10.10.1) (d); 21.10.12 *Volumi di solidi di rotazione*: solido di rotazione (D* 21.10.12.1), volume di un solido di rotazione (T* 21.10.12.1) (d); 21.10.13 *Baricentro*: baricentro (D* 21.10.13.1); 21.10.14 *Teorema di Guldino*: teorema di Guldino (T* 21.10.14.1) (d).

22 Integrazione di funzioni su sottovarietà di \mathbf{R}^N

22.1 Graamiano di m vettori: 22.1.1 *Graamiano di m vettori*: graamiano di m vettori (D* 22.1.1.1); 22.1.2 *Quadrato simbolico di una matrice*: quadrato simbolico di una matrice (D* 22.1.2.1), graamiano e quadrato simbolico (T* 22.1.2.1) (e); 22.1.3 *Prodotto vettoriale di $N - 1$ vettori*: prodotto vettoriale di $N - 1$ vettori (D* 22.1.3.1), prodotto vettoriale in \mathbf{R}^3 (T* 22.1.3.1), prodotto misto (T* 22.1.3.2) (e), ortogonalità del prodotto vettoriale (T* 22.1.3.3) (e), prodotto vettoriale e graamiano (T* 22.1.3.4) (e). **22.2 Integrazione su sottovarietà parametrizzabili**: 22.2.1 *Sottoinsiemi misurabili e funzioni misurabili rispetto ad una sottovarietà parametrizzabile*: sottoinsiemi di una sottovarietà di dimensione m , m -misurabili (D 22.2.1.1), funzioni su un sottoinsieme di una sottovarietà di dimensione m , m -misurabili (D 22.2.1.2); 22.2.2 *Integrale di una funzione misurabile positiva su un sottoinsieme di una sottovarietà parametrizzabile*: integrale di una funzione misurabile positiva su un sottoinsieme di una sottovarietà parametrizzabile (D** 22.2.2.1); 22.2.3 *Integrale curvilineo*: integrali curvilinei di funzioni (T*** 22.2.3.1) (d); 22.2.4 *Integrale di superficie*: simboli di Gauss E, F, G (D*** 22.2.4.1), integrali di superficie di funzioni (T*** 22.2.4.1) (d); 22.2.5 *Integrale di ipersuperficie*: integrale su una ipersuperficie (T* 22.2.5.1); 22.2.6 *Integrale su una ipersuperficie cartesiana*: integrale di funzioni su una ipersuperficie cartesiana (T** 22.2.6.1) (e); 22.2.7 *Misura di un insieme su una sottovarietà parametrizzabile*: misura di un sottoinsieme misurabile di una varietà parametrizzabile (D*** 22.2.7.1); 22.2.8 *Funzioni integrabili su sottoinsiemi di una sottovarietà parametrizzabile*: funzione m -integrabile su un sottoinsieme di una sottovarietà di dimensione m (D 22.2.8.1). 22.2.9 *Integrale di una funzione m -integrabili su sottoinsiemi di una sottovarietà parametrizzabile*: integrale di una funzione integrabile su un sottoinsieme di una varietà parametrizzabile (D* 22.2.9.1). **22.3 Integrale di funzioni su sottovarietà differenziali**: 22.3.1 *Integrale di funzioni su sottovarietà differenziali*: integrale di funzioni su una sottovarietà differenziale (I) **22.4 Sottovarietà lipschitziane**: 22.4.1 *Sottovarietà lipschitziane*: sottovarietà lipschitziana (I) 22.4.2 *Integrale di una funzione su una sottovarietà lipschitziana*: integrale di una funzione su una sottovarietà lipschitziana (I) **22.5 Sottovarietà di \mathbf{R}^N con bordo**: 22.5.1 *Semispaio di riferimento di \mathbf{R}^m* : il semispazio S_m (D 22.5.1.1); 22.5.2 *Sottovarietà differenziale di \mathbf{R}^N con bordo*: sottovarietà differenziale di \mathbf{R}^N con bordo (I) 22.5.3 *Punti interni e punti di bordo di una sottovarietà con bordo*: punti interni e punti di bordo di una sottovarietà con bordo (I) 22.5.6 *Integrale di una funzione su una sottovarietà differenziale con bordo*: integrale di una funzione su una sottovarietà differenziale con bordo (I) 22.5.7 *Sottovarietà lipschitziana con bordo*: sottovarietà lipschitziane con bordo e integrale di una funzione su una sottovarietà lipschitziana con bordo (I) **22.6 Applicazioni geometriche**: 22.6.2 *Lunghezza di una circonferenza*: lunghezza di una circonferenza (T** 22.6.2.1) (d); 22.6.5 *Lunghezza di un'elica circolare*: lunghezza dell'elica circolare (T* 22.6.5.1) (d); 22.6.9 *Area di una superficie cilindrica*: area di una superficie cilindrica (T** 22.6.9.1) (d); 22.6.10 *Area di una superficie conica*: area di una superficie conica (T** 22.6.10.1) (d); 22.6.11 *Area di una superficie sferica*: area di una superficie sferica (T** 22.6.11.1) (d); 22.6.13 *Area di una superficie di rotazione*: superficie di rotazione (D* 22.6.13.1), area di una superficie di rotazione (T* 22.6.13.1) (d); 22.6.14 *Baricentro di un sottoinsieme compatto di una sottovarietà*: baricentro di un sottoinsieme compatto di una sottovarietà (D*

22.6.14.1); 22.6.15 Teorema di Guldino per le superfici di rotazione: teorema di Guldino per le superfici di rotazione (T* 22.6.15.1) (d).

23 Integrale di m -forme differenziali su sottovarietà orientate di \mathbf{R}^N

23.1 Spazi vettoriali orientati: 23.1.1 *Equivalenza:* relazione di equivalenza in un insieme (D^*), classi d'equivalenza (D^*), insieme quoziente (D^*). 23.1.2 *Orientazione di uno spazio vettoriale:* basi equivalenti (D^* 23.1.2.1), orientazione di uno spazio vettoriale (D^* 23.1.2.2), spazio vettoriale orientato (D^* 23.1.2.3) orientazione canonica di \mathbf{R}^N (D^* 23.1.2.5). **23.2 Sottovarietà parametrizzabili orientate** 23.2.1 *Sottovarietà parametrizzabile orientata:* parametrizzazioni equivalenti (D^* 23.2.1.1); orientazione di una varietà parametrizzabile (D^*); sottovarietà parametrizzabile orientata (D^* 23.2.1.2); 23.2.2 *Orientazione dello spazio tangente:* orientazione dello spazio tangente (D^* 23.2.2.1); 23.2.3 *Versore tangente:* versore tangente (D^* 23.2.3.1), espressione del versore tangente (T* 23.2.3.1) (d); 23.2.4 *Orientazione dello spazio normale:* orientazione dello spazio normale (D^* 23.2.4.1); 23.2.5 *Versore normale:* versore normale (D^* 23.2.5.1), espressione del versore normale (T* 23.2.5.1) (d). 23.2.6 *Orientazione canonica per le sottovarietà differenziali di dimensione N :* orientazione canonica per le sottovarietà di dimensione N (D^*) 23.2.7 *Sottovarietà orientabile:* sottovarietà differenziale orientabile (I). **23.3 Gli spazi vettoriali $A_m(\mathbf{R}^N)$:** 23.3.1 *Forme bilineari alternanti:* forme bilineari alternanti (D^* 23.3.3.1); 23.3.2 *Prodotto esterno di forme lineari:* prodotto esterno di due forme lineari (D^* 23.3.2.1), base di $A_2(\mathbf{R}^N)$ (T* 23.3.2.1) (e); 23.3.3 *Forme multilineari:* forme m -lineari (D 23.3.3.1); 23.3.4 *Forme multilineari alternanti:* forma m -lineare alternante (D^*), gli spazi vettoriali $A_m(\mathbf{R}^N)$ (D^*) (T) (e); prodotto esterno di m forme lineari (D^*); 23.3.5 *Lo spazio vettoriale $A_m(\mathbf{R}^N; R)$:* base dello spazio vettoriale delle forme m -lineari alternanti (T* 23.3.5.1) (e); 23.3.6 *Base di $A_N(\mathbf{R}^N)$:* base di $A_N(\mathbf{R}^N)$ (T* 23.3.6.1) (d), base canonica di $A_N(\mathbf{R}^N)$ (D^* 23.3.6.1); 23.3.7 *Base di $A_{N-1}(\mathbf{R}^N)$:* le $N-1$ -forme lineari \hat{p}_i (D^*), base di $A_{N-1}(\mathbf{R}^N)$ (T* 23.3.7.1) (e), base canonica complementare di $A_{N-1}(\mathbf{R}^N)$ (D^* 23.3.7.1). **23.4 m -forme differenziali:** 23.4.1 *m -forma differenziale:* m -forma differenziale (D^* 23.4.1.1); 23.4.2 *Espressione di una m -forma differenziale:* famiglia di funzioni associata ad una m -forma (T 23.4.2.1) (e), espressione di una m -forma attraverso le forme differenziali dx_i (T) (e); 23.4.3 *Funzione associata ad una N -forma:* funzione associata ad una N -forma (T 23.4.3.1) (e); 23.4.4 *Campo di vettori associato in modo complementare a una $N-1$ -forma:* le $N-1$ -forme $\hat{d}x_i$ (D^* 23.4.4.1), espressione delle $(N-1)$ -forme $\hat{d}x_i$ (T* 23.4.4.1) (e), espressione di una $N-1$ forma attraverso le $\hat{d}x_i$ (T* 23.4.4.2) (e), campo di vettori associato in modo complementare a una $N-1$ -forma (D^* 23.4.4.2)); 23.4.5 *Campo di vettori associato in modo complementare per $N=3$:* campo di vettori associato in modo complementare per $N=3$ (T) (d) **23.5 Integrale su una sottovarietà parametrizzabile:** 23.5.1 *m -forma misurabile e m -forma integrabile:* m forma misurabile e m forma integrabile su un sottoinsieme di una sottovarietà di dimensione m (D 23.5.1.1); 23.5.2 *Integrale di una m -forma:* integrale di una m -forma integrabile su un sottoinsieme di una sottovarietà di dimensione m (D^{**} 23.5.2.1); 23.5.3 *Integrale di una 1-forma:* integrale di una 1-forma (T*** 23.5.3.1) (d); 23.5.4 *Integrale di una 2-forma:* integrale di una 2-forma (T*** 23.5.4.1) (d); 23.5.6 *Integrale di una N -forma:* integrale di una N -forma (T 23.5.6.1) (d); **23.7 Lavoro di un campo di vettori:** 23.7.2 *Lavoro di un campo di vettori e forma differenziale associata al campo:* espressione del lavoro tramite l'integrale della forma differenziale associata al campo di vettori (T* 23.7.2.1) (I). **23.8 Flusso di un campo di vettori:** 23.8.2 *Flusso di un campo di vettori e forma differenziale associata in modo complementare al campo:* espressione del flusso tramite l'integrale della $(N-1)$ -forma associata in modo complementare al campo di vettori (T* 23.8.2.1) (I).

24 Teorema di Stokes su sottovarietà con bordo

24.3.2 *Teorema di Stokes applicato a sottovarietà di dimensione 1:* teorema di Stokes per gli archi semplici (T* 24.3.2.1) (e) (I), teorema di Stokes per le curve semplici chiuse (T* 24.3.2.2) (e) (I).