

Analisi Matematica 2 - 13/6/11 - Compito 1- Versione 1

Cognome Nome e matricola: ...

1. (p. 3) Sia f la funzione (reale, di variabili reali) definita naturalmente da

$$f(x, y) = (e^{x^2}, e^{y^2}) ;$$

- (a) determinare il dominio naturale di f ;
- (b) determinare la matrice jacobiana di f in un punto generico del dominio;
- (c) determinare la trasformazione lineare derivata di f in un punto generico del dominio, esprimendola nella forma

$$T : V \longrightarrow W, h \longrightarrow \mathcal{T}\{h\} .$$

Risposta.

2. (p. 4) Calcolare il seguente integrale di superficie

$$\int \int_S dz \wedge dx + x dx \wedge dy ,$$

dove S è la superficie

$$\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; x^2 + y^2 + z^2 = 1, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$$

orientata in modo che per ogni $(x, y, z) \in S, z \neq 0$, sia $(\vec{n}(x, y, z))_3 > 0$.

Svolgimento e risposta.

3. (p. 3) Sia

$$f : \mathbf{R} \longrightarrow \mathbf{R}, x \longrightarrow \int_{\sin^2 x}^{\sin x^2} e^{(x+t)^2} dt ,$$

calcolare la derivata di f .

Svolgimento e risposta.

4. (p. 5) Data la funzione

$$f : \{(x, y) \in \mathbf{R}^2; x^2 + y^2 \leq 1\} \longrightarrow \mathbf{R}, (x, y) \longrightarrow 3x^2 - 4xy ,$$

(a) dire se f ammette massimo e se f ammette minimo;

(b) in caso affermativo, determinare il minimo ed il massimo di f .

Svolgimento e risposta.

5. (p. 3) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{x^3}{y^2} \\ y(0) = 2 \end{cases} .$$

Svolgimento e risposta.

6. (p. 4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' + 2y' + 16y = x + e^x \\ y(0) = -\frac{1}{128}, y'(0) = 0 \end{cases} .$$

Svolgimento e risposta.

7. (p. 3) Calcolare il seguente integrale curvilineo:

$$\int_{\gamma} (y-1)^2 ds ,$$

dove

$$\gamma = \left\{ (x, y) \in \mathbf{R}^2; (x-1)^2 + (y-1)^2 = 4 \right\} .$$

Svolgimento e risposta.

8. (p. 4) Calcolare il seguente integrale doppio

$$\int \int_D (3x - y) dx dy ,$$

dove

$$D = \left\{ (x, y) \in \mathbf{R}^2; 1 \leq x \leq 2, -\frac{1}{x} \leq y \leq \frac{1}{x} \right\} .$$

Svolgimento e risposta.

9. (p. 4) Determinare il volume del seguente insieme

$$D = \{ (x, y, z) \in \mathbf{R}^3; x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0, 0 \leq z \leq 3 - x - y \} .$$

Svolgimento e risposta.

Analisi Matematica 2 - 13/6/11 - Compito 1- Versione 2

Cognome Nome e matricola: ...

1. (p. 3) Sia f la funzione (reale, di variabili reali) definita naturalmente da

$$f(x, y) = (x^2 y, \operatorname{Arctg} y^2) ;$$

- (a) determinare il dominio naturale di f ;
- (b) determinare la matrice jacobiana di f in un punto generico del dominio;
- (c) determinare la trasformazione lineare derivata di f in un punto generico del dominio, esprimendola nella forma

$$T : V \longrightarrow W, h \longrightarrow \mathcal{T}\{h\} .$$

Risposta.

2. (p. 4) Calcolare il seguente integrale di superficie

$$\int \int_S x dy \wedge dz ,$$

dove S è la superficie

$$\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; x^2 + y^2 + z^2 = 1, y \geq 0, z \geq 0\}$$

orientata in modo che per ogni $(x, y, z) \in S, z \neq 0$, sia $(\vec{n}(x, y, z))_3 > 0$.

Svolgimento e risposta.

3. (p. 3) Sia

$$f : \mathbf{R} \longrightarrow \mathbf{R}, x \longrightarrow \int_{\cos^2 x}^{\cos x^2} \sin((x+t)^2) dt ,$$

calcolare la derivata di f .

Svolgimento e risposta.

4. (p. 5) Data la funzione

$$f : \{(x, y) \in \mathbf{R}^2; x^2 + y^2 \leq 1\} \longrightarrow \mathbf{R}, (x, y) \longrightarrow 3y^2 - 4xy ,$$

(a) dire se f ammette massimo e se f ammette minimo;

(b) in caso affermativo, determinare il minimo ed il massimo di f .

Svolgimento e risposta.

5. (p. 3) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{x^4}{y^3} \\ y(1) = 3 \end{cases} .$$

Svolgimento e risposta.

6. (p. 4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' - 4y' + 8y = 1 + x + e^{2x} \\ y(0) = 0, y'(0) = 0 \end{cases} .$$

Svolgimento e risposta.

7. (p. 3) Calcolare il seguente integrale curvilineo:

$$\int_{\gamma} (x-1)^2 ds ,$$

dove

$$\gamma = \left\{ (x, y) \in \mathbf{R}^2; (x-1)^2 + y^2 = 4 \right\} .$$

Svolgimento e risposta.

8. (p. 4) Calcolare il seguente integrale doppio

$$\int \int_D (4x - 2y) dx dy ,$$

dove

$$D = \left\{ (x, y) \in \mathbf{R}^2; -2 \leq x \leq -1, \frac{1}{x} \leq y \leq -\frac{1}{x} \right\} .$$

Svolgimento e risposta.

9. (p. 4) Determinare il volume del seguente insieme

$$D = \{ (x, y, z) \in \mathbf{R}^3; x^2 + z^2 \leq 1, x \geq 0, z \geq 0, 0 \leq y \leq 3 - x - z \} .$$

Svolgimento e risposta.

Analisi Matematica 2 - 13/6/11 - Compito 1- Versione 3

Cognome Nome e matricola: ...

1. (p. 3) Sia f la funzione (reale, di variabili reali) definita naturalmente da

$$f(x, y) = (y^2, x^2 e^{x^2}) ;$$

- (a) determinare il dominio naturale di f ;
- (b) determinare la matrice jacobiana di f in un punto generico del dominio;
- (c) determinare la trasformazione lineare derivata di f in un punto generico del dominio, esprimendola nella forma

$$T : V \longrightarrow W, h \longrightarrow \mathcal{T}\{h\} .$$

Risposta.

2. (p. 4) Calcolare il seguente integrale di superficie

$$\int \int_S z dx \wedge dy ,$$

dove S è la superficie

$$\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; x^2 + y^2 + z^2 = 1, z \geq 0\}$$

orientata in modo che per ogni $(x, y, z) \in S, z \neq 0$, sia $(\vec{n}(x, y, z))_3 > 0$.

Svolgimento e risposta.

3. (p. 3) Sia

$$f : \mathbf{R} \longrightarrow \mathbf{R}, x \longrightarrow \int_{\sin x^2}^{\cos^2 x} \cos((x+t)^2) dt ,$$

calcolare la derivata di f .

Svolgimento e risposta.

4. (p. 5) Data la funzione

$$f : \{(x, y) \in \mathbf{R}^2; x^2 + y^2 \leq 1\} \longrightarrow \mathbf{R}, (x, y) \longrightarrow 3x^2 + 4xy ,$$

(a) dire se f ammette massimo e se f ammette minimo;

(b) in caso affermativo, determinare il minimo ed il massimo di f .

Svolgimento e risposta.

5. (p. 3) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{x^3}{y+1} \\ y(0) = 0 \end{cases}.$$

Svolgimento e risposta.

6. (p. 4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' - 6y' + 10y = 3 + 2x + e^{3x} \\ y(0) = 0, y'(0) = 0 \end{cases}.$$

Svolgimento e risposta.

7. (p. 3) Calcolare il seguente integrale curvilineo:

$$\int_{\gamma} (y+1)^2 ds ,$$

dove

$$\gamma = \left\{ (x, y) \in \mathbf{R}^2; (x+1)^2 + (y+1)^2 = 4 \right\} .$$

Svolgimento e risposta.

8. (p. 4) Calcolare il seguente integrale doppio

$$\int \int_D (2x+y) dx dy ,$$

dove

$$D = \left\{ (x, y) \in \mathbf{R}^2; 1 \leq y \leq 2, -\frac{1}{y} \leq x \leq \frac{1}{y} \right\} .$$

Svolgimento e risposta.

9. (p. 4) Determinare il volume del seguente insieme

$$D = \{ (x, y, z) \in \mathbf{R}^3; y^2 + z^2 \leq 1, y \geq 0, z \geq 0, 0 \leq x \leq 3 - y - z \} .$$

Svolgimento e risposta.