

Cognome Nome e matricola: ...

1. (p. 3) Sia f la funzione (reale, di variabili reali) definita naturalmente da

$$f(x) = (x \sin x^2, \frac{1}{x}) ;$$

- (a) determinare il dominio naturale di f ;
- (b) determinare la matrice jacobiana di f in un punto generico del dominio;
- (c) determinare la trasformazione lineare derivata di f in un punto generico del dominio, esprimendola nella forma

$$T : V \longrightarrow W, h \longrightarrow \mathcal{T}\{h\} .$$

Risposta.

2. (p. 4) Calcolare il seguente integrale di superficie

$$\int \int_S z dx \wedge dy ,$$

dove S è la superficie

$$\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; (x-1)^2 + (y-1)^2 = \frac{1}{4}(z-2)^2, 0 \leq z \leq 2\}$$

orientata in modo che per ogni $(x, y, z) \in S - \{1, 1, 2\}$ sia $(\vec{n}(x, y, z))_3 > 0$.

Svolgimento e risposta.

3. (p. 2) Dire se la seguente forma differenziale è esatta e, in caso affermativo, determinarne l'insieme delle primitive:

$$\frac{1}{y}dx - \frac{x}{y^2}dy .$$

Svolgimento e risposta.

4. (p. 4) Calcolare il seguente integrale curvilineo:

$$\int_{\gamma} x^5 ds ,$$

dove

$$\gamma = \left\{ (x, y) \in \mathbf{R}^2; 1 \leq x \leq 2, y = \frac{1}{x} \right\} .$$

Svolgimento e risposta.

5. (p. 4) Calcolare il seguente integrale di funzioni misurabili positive:

$$\int \int_D \frac{1}{y^3} dx dy ,$$

dove

$$D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2; x \geq 0, y \geq 1, y \geq x\} ;$$

dire se l'integrale è convergente o divergente positivamente.

Svolgimento e risposta.

6. (p. 4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = x^3(y^2 + 1) \\ y(0) = 0 \end{cases} .$$

Svolgimento e risposta.

7. (p. 4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y''' + y' = \sin x \\ y(0) = 0, y'(0) = 0, y''(0) = 0 \end{cases} .$$

Svolgimento e risposta.

8. (p. 4) Calcolare il seguente integrale doppio

$$\int \int_D x \, dx dy ,$$

dove

$$D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2; \, y \geq 0, y \geq x, 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\} .$$

Svolgimento e risposta.

9. (p. 4) Determinare il volume del seguente insieme

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; \, x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, x^2 + y^2 \leq z^2, z \geq 0\} .$$

Svolgimento e risposta.

Analisi Matematica 2 - 14/7/11 - Compito 3 - Versione 2

Cognome Nome e matricola: ...

1. (p. 3) Sia f la funzione (reale, di variabili reali) definita naturalmente da

$$f(x) = \left(\frac{1}{x^2}, x^2 \cos x^2 \right);$$

- (a) determinare il dominio naturale di f ;
- (b) determinare la matrice jacobiana di f in un punto generico del dominio;
- (c) determinare la trasformazione lineare derivata di f in un punto generico del dominio, esprimendola nella forma

$$T : V \longrightarrow W, h \longrightarrow \mathcal{T}\{h\}.$$

Risposta.

2. (p. 4) Calcolare il seguente integrale di superficie

$$\int \int_S (1 - z) dx \wedge dy,$$

dove S è la superficie

$$\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; (x + 1)^2 + (y + 1)^2 = \frac{1}{4}(z + 2)^2, -2 \leq z \leq 0\}$$

orientata in modo che per ogni $(x, y, z) \in S - \{-1, -1, -2\}$ sia $(\vec{n}(x, y, z))_3 < 0$.

Svolgimento e risposta.

3. (p. 2) Dire se la seguente forma differenziale è esatta e, in caso affermativo, determinarne l'insieme delle primitive:

$$-\frac{y}{x^2}dx + \frac{1}{x}dy .$$

Svolgimento e risposta.

4. (p. 4) Calcolare il seguente integrale curvilineo:

$$\int_{\gamma} x^8 ds ,$$

dove

$$\gamma = \left\{ (x, y) \in \mathbf{R}^2; 1 \leq x \leq 2, y = \frac{1}{x^2} \right\} .$$

Svolgimento e risposta.

5. (p. 4) Calcolare il seguente integrale di funzioni misurabili positive:

$$\int \int_D \frac{1}{y^2} dx dy ,$$

dove

$$D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2; y \geq 1, y \geq x^2\} ;$$

dire se l'integrale è convergente o divergente positivamente.

Svolgimento e risposta.

6. (p. 4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = -x^2(y^2 + 1) \\ y(0) = 0 \end{cases} .$$

Svolgimento e risposta.

7. (p. 4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y''' + y' = \cos x \\ y(0) = 0, y'(0) = 0, y''(0) = 0 \end{cases} .$$

Svolgimento e risposta.

8. (p. 4) Calcolare il seguente integrale doppio

$$\int \int_D y \, dx dy ,$$

dove

$$D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2; \, x \geq 0, y \leq x, 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\} .$$

Svolgimento e risposta.

9. (p. 4) Determinare il volume del seguente insieme

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; \, x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, x^2 + y^2 \leq z^2, z \geq 0\} .$$

Svolgimento e risposta.