

Analisi Matematica 2 - 8/9/11 - Compito 4

Cognome Nome, matricola, e-mail istituzionale : . . .

1. (p. 3) Sia f la funzione (reale, di variabili reali) definita naturalmente da

$$f(x, y, z, t) = (x, y, t^2) ;$$

- (a) determinare il dominio naturale di f ;
(b) determinare la matrice jacobiana di f in un punto generico del dominio;
(c) determinare la trasformazione lineare derivata di f in un punto generico del dominio, esprimendola nella forma

$$T : V \longrightarrow W, h \longrightarrow \mathcal{T}\{h\} .$$

Risposta.

2. (p. 4) Calcolare il seguente integrale di superficie

$$\int \int_S dx \wedge dy ,$$

dove S è la superficie

$$\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; x^2 + y^2 = \frac{1}{4}(z + 2)^2, -2 \leq z \leq 0\}$$

orientata in modo che per ogni $(x, y, z) \in S - \{(0, 0, -2)\}$ sia $(\vec{n}(x, y, z))_3 < 0$.

Svolgimento e risposta.

3. (p. 2) Dire se la seguente forma differenziale è esatta e, in caso affermativo, determinarne l'insieme delle primitive:

$$(e^{x+y} + xe^{x+y})dx + xe^{x+y}dy .$$

Svolgimento e risposta.

4. (p. 4) Calcolare il seguente integrale curvilineo:

$$\int_{\gamma} x^2 ds ,$$

dove

$$\gamma = \left\{ (x, y) \in \mathbf{R}^2; 1 \leq x \leq 2, y = \log x \right\} .$$

Svolgimento e risposta.

5. (p. 4) Data la funzione

$$f : \{(x, y) \in \mathbf{R}^2; x^2 \leq y \leq 1\} \longrightarrow \mathbf{R}, (x, y) \longrightarrow x^2 + x + 2y + 1 ,$$

- (a) dire se f ammette massimo e se f ammette minimo;
(b) in caso affermativo, determinare il minimo ed il massimo di f .

Svolgimento e risposta.

6. (p. 4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = 5y - x^2 \\ y(0) = 0 \end{cases} .$$

Svolgimento e risposta.

7. (p. 4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y^{(4)} - 2y'' + y = e^{2x} \\ y(0) = \frac{1}{9}, y'(0) = 0, y''(0) = \frac{4}{9}, y'''(0) = 0 \end{cases} .$$

Svolgimento e risposta.

8. (p. 4) Calcolare il seguente integrale doppio

$$\int \int_D y^2 dx dy ,$$

dove

$$D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2; x + y^2 \leq 0, x + y + 1 \geq 0\} .$$

Non è necessario semplificare il risultato

Svolgimento e risposta.

9. (p. 4) Determinare il volume del seguente insieme

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, x^2 + y^2 \geq z^2, z \geq 0\} .$$

Svolgimento e risposta.