

Analisi Matematica 2 - 9/1/12

Cognome Nome, matricola, e-mail istituzionale : . . .

1. (p. 3) Sia f la funzione (reale, di variabili reali) definita naturalmente da

$$f(x, y) = (y, x, \sin(xy), \sin x^2) ;$$

- (a) determinare il dominio naturale di f ;
(b) determinare la matrice jacobiana di f in un punto generico del dominio;
(c) determinare la trasformazione lineare derivata di f in un punto generico del dominio, esprimendola nella forma

$$T : V \longrightarrow W, h \longrightarrow \mathcal{T}\{h\} .$$

Risposta.

2. (p. 1) Dire se la seguente forma differenziale è esatta e, in caso affermativo, determinarne l'insieme delle primitive:

$$3x^2yz \, dx + x^3z \, dy + x^3y \, dz .$$

Svolgimento e risposta.

3. (p. 1) Dire se la seguente forma differenziale è esatta e, in caso affermativo, determinarne l'insieme delle primitive:

$$3x^2yz \, dx + x^3y \, dy + x^3z \, dz .$$

Svolgimento e risposta.

4. (p. 4) Calcolare il seguente integrale curvilineo:

$$\int_{\gamma} xy \, ds ,$$

dove

$$\gamma = \left\{ (x, y) \in \mathbf{R}^2; x \geq 0, y \geq 0, \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1 \right\} .$$

Svolgimento e risposta.

5. (p. 4) Calcolare il seguente integrale di superficie

$$\int \int_S y \, dy \wedge dz ,$$

dove S è la superficie

$$\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; z = x^2 + y^2, x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$$

orientata in modo che per ogni $(x, y, z) \in S$ sia $(\vec{n}(x, y, z))_3 < 0$.

Svolgimento e risposta.

6. (p. 5) Data la funzione

$$f : \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; x^2 + y^2 + z^2 = 1, x + y + z = 0\} \rightarrow \mathbf{R}, (x, y) \rightarrow 3x - 2y + z ,$$

(a) dire se f ammette massimo e se f ammette minimo;

(b) in caso affermativo, determinare il minimo ed il massimo di f .

Suggerimento. Nel sistema con i due moltiplicatori di Lagrange, si sommino i membri di tre equazioni; la relazione $x + y + z = 0$ permette poi di trovare subito uno dei due moltiplicatori.

Svolgimento e risposta.

7. (p. 3) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = x(1 + y^2) \\ y(0) = 0 \end{cases} .$$

Svolgimento e risposta.

8. (p. 4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y''' - y'' = x \\ y(0) = 0, y'(0) = 0, y''(0) = 0 \end{cases} .$$

Svolgimento e risposta.

9. (p. 4) Calcolare il seguente integrale doppio

$$\iint_D (x - 2y) \, dx dy ,$$

dove D è il triangolo di vertici $(0, 0)$, $(2, 1)$, $(2, 4)$.

Svolgimento e risposta.

10. (p. 4) Calcolare il seguente integrale triplo:

$$\iiint_D z \, dx dy dz ,$$

dove

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; 0 \leq z \leq -x^2 - y^2 + 1\} .$$

Svolgimento e risposta.