# Analisi Matematica 2 - 24/1/12 - Compito 6

Cognome Nome, matricola, e-mail istituzionale : ...

1. (p. 3) Sia $f$ la funzione (reale, di variabili reali) definita naturalmente da

$$f(x,y) = (x^3 \sin y, y \sin x^3) \; ;$$

   (a) determinare il dominio naturale di $f$;

   (b) determinare la matrice jacobiana di $f$ in un punto generico del dominio;

   (c) determinare la trasformazione lineare derivata di $f$ in un punto generico del dominio, esprimendola nella forma

$$T : V \longrightarrow W, h \longrightarrow \mathcal{T}\{h\} \; .$$

   **Risposta.**

2. (p. 2) Sia

$$f : \mathbf{R}^2 \longrightarrow \mathbf{R}, (x,y) \longrightarrow x^2 y \; ;$$

   determinare la derivata direzionale

$$D_{(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})} f(1,1) \; .$$

3. (p. 4) Calcolare il seguente integrale di funzioni misurabili positive:

$$\int\int_D \frac{1}{x^3} \, dxdy \; ,$$

   dove

$$D = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2; \; x \geq 1, \, 0 \leq y \leq x^2\} \; ;$$

   dire se l'integrale è convergente o divergente positivamente.

4. (p. 4) Calcolare il seguente integrale curvilineo:

$$\int_\gamma \sqrt{x}\, ds \ ,$$

dove

$$\gamma = \left\{(x,y) \in \mathbf{R}^2;\ x = y^2,\ x \leq 1, \right\} .$$

**Svolgimento e risposta.**

5. (p. 4) Calcolare il seguente integrale di superficie

$$\int\int_S x\, dx \wedge dy \ ,$$

dove $S$ è la superfice

$$\{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3;\ z = x^2 + y^2,\, x^2 + y^2 \leq 1,\, x \geq 0,\, y \geq 0\}$$

orientata in modo che per ogni $(x,y,z) \in S$ sia $(\vec{n}(x,y,z))_3 < 0$.

**Svolgimento e risposta.**

6. (p. 4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = 5y + x^2 \\ y(0) = 1 \end{cases} .$$

**Svolgimento e risposta.**

7. (p. 4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y''' + 6y'' + 12y' + 8y = x^2 \\ y(0) = 0,\ y'(0) = 0,\ y''(0) = 0 \end{cases} .$$

**Svolgimento e risposta.**

8. (p. 4) Calcolare il seguente integrale doppio

$$\int\int_D x\,dxdy\ ,$$

dove $D$ è il triangolo di vertici $(0,0)$, $(3,-1)$, $(1,2)$.

**Svolgimento e risposta.**

9. (p. 4) Calcolare il seguente integrale triplo:

$$\int\int\int_D z^2\,dxdydz\ ,$$

dove

$$D = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3;\ x^2+y^2-1 \le z \le -x^2-y^2+1\}\ .$$

**Svolgimento e risposta.**