Analisi Matematica 2 - 8/2/12 - Compito 7

Cognome Nome, matricola, e-mail istituzionale : ...

1. (p. 3) Sia f la funzione (reale, di variabili reali) definita naturalmente da

$$f(x,y) = (e^{x^2+y^2}, y) \; ;$$

   (a) determinare il dominio naturale di f;

   (b) determinare la matrice jacobiana di f in un punto generico del dominio;

   (c) determinare la trasformazione lineare derivata di f in un punto generico del dominio, esprimendola nella forma

$$T : V \longrightarrow W, h \longrightarrow \mathcal{T}\{h\} \; .$$

   Risposta.

2. (p. 3) Calcolare il seguente integrale curvilineo:

$$\int_\gamma x^2 \, ds \; ,$$

   dove

$$\gamma = [(-1,0),(1,0)] \cup [(1,0),(0,1)] \cup [(0,1),(-1,0)] \; .$$

   Svolgimento e risposta.

3. (p. 3) Assegnato il problema con equazione implicita di funzione incognita $(y(x), z(x))$

$$\begin{cases} \mathrm{Arctg}(x^2+y+z) + x - y - 5z = 0 \\ \log(x^2+y^2+z^2+1) + x - y - 2z = 0 \\ y(0) = 0, \; z(0) = 0 \end{cases} \quad ,$$

   (a) dire se esiste un intervallo aperto su cui il problema ammette una ed una sola soluzione,

   (b) chiamata $\varphi = (\varphi_1, \varphi_2)$ tale soluzione, calcolare $\varphi_1'(0)$ e $\varphi_2'(0)$.

   Svolgimento e risposta.

4. (p. 4) Calcolare il seguente integrale di superficie

$$\int\int_S x\,dy \wedge dz + y\,dz \wedge dx \ ,$$

dove S è la superfice

$$\{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3;\ y=1,\ x \geq 0,\ z \geq 0, x+z \leq 1\}$$

orientata in modo che per ogni $(x,y,z) \in S$ sia $(\vec{n}(x,y,z))_2 > 0$.

Svolgimento e risposta.

5. (p. 4) Data la funzione

$$f : \{(x,y) \in \mathbf{R}^2;\ x^2 \leq y \leq 1\} \longrightarrow \mathbf{R}, (x,y) \longrightarrow 2x^2 + xy \ ,$$

(a) dire se f ammette massimo e se f ammette minimo;

(b) in caso affermativo, determinare il minimo ed il massimo di f.

Svolgimento e risposta.

6. (p. 4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = e^{x+y} \\ y(0) = 0 \end{cases} .$$

Svolgimento e risposta.

7. (p. 4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' - 2y' + 2y = e^x \sin x \\ y(0) = 0,\ y'(0) = 0 \end{cases} .$$

Svolgimento e risposta.

8. (p. 4) Calcolare il seguente integrale doppio (non è necessario semplificare il risultato):

$$\int\int_D x^2 \, dxdy \ ,$$

dove

$$D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2; \ y - 1 \leq x \leq -y^2\} \ .$$

Svolgimento e risposta.

9. (p. 4) Calcolare il seguente integrale triplo:

$$\int\int\int_D z \, dxdy \ ,$$

dove

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; 0 \leq x \leq 1, \ 0 \leq y \leq 1, \ 0 \leq z \leq 1 - y\} \ .$$

Svolgimento e risposta.