Cognome Nome Matricola Codice ESEMPIO 1

[1]. (E) Trovare i punti critici e i punti di massimo e di minimo relativo della seguente funzione: $f : \mathbf{R}^3 \longrightarrow \mathbf{R}, (x, y, z) \longrightarrow x^2 - xy + z^2 + 1$.
RISPOSTA

[2]. (E) Calcolare il seguente integrale curvilineo: $\int_\gamma y\, ds$ dove $\gamma = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2; x^2 + y^2 = 4,\ y \geq 0\}$.
RISPOSTA

[3]. (E) Calcolare il seguente integrale $\int\int_D (x^2 + y^2)\, dxdy$, dove $D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2; x^2 + y^2 \leq 1\}$.
RISPOSTA

Cognome Nome Matricola Codice ESEMPIO 2

[1]. (E) Determinate (se esistono), gli estremanti relativi della funzione $f : \mathbf{R}^2 \longrightarrow \mathbf{R}, (x, y) \longrightarrow x^2 + xy + y^2$.
RISPOSTA

[2]. (E) Trasformare il seguente integrale mediante cambiamento di variabile ponendo $\sqrt{x} = t$

$$\int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{1+x}\, dx \; .$$

RISPOSTA

[3]. (E) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 e^{2x+3}\, dx \; .$$

RISPOSTA

Cognome Nome Matricola Codice ESEMPIO 3

[1]. (E) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 \sin^3 x \cos x \, dx \ .$$

RISPOSTA

[2]. (E) Calcolare (o almeno impostare) il seguente integrale di forme differenziali: $\int\int_S x dy \wedge dz$ dove S è la superficie $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; x + y + z = 1, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$ con orientazione tale in ogni $(x, y, z) \in S$, $z > 0$, sia $(\vec{n}(x, y, z))_3 > 0$.

RISPOSTA

[3]. (E) Determinare un integrale generale di $y'' + 3y' + 2y = 0$.

RISPOSTA

Cognome Nome Matricola Codice ESEMPIO 4

[1]. (E) Determinare un integrale generale di $y'' + 2y' + y = 0$.
RISPOSTA

[2]. (E) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{1 + \sin^2 x} \, dx \; .$$

RISPOSTA

[3]. (E) Calcolare il seguente integrale $\int \int \int_D z \, dxdydz$, dove $D = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; x^2 + y^2 \leq z \leq 1\}$.
RISPOSTA

Cognome Nome Matricola Codice ESEMPIO 5

[1]. (E) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 x^3 e^x , dx \ .$$

RISPOSTA

[2]. (E) Sia $f : \mathbf{R}^2 \longrightarrow \mathbf{R}, (x, y) \longrightarrow g(xy, x^2 + y^2, x)$, dove $g : \mathbf{R}^3 \longrightarrow \mathbf{R}$ di classe C^1; trovare le derivate parziali di f, esprimendole attraverso le derivate di g.

RISPOSTA

[3]. (E) Trasformare il seguente integrale mediante cambiamento di variabile ponendo $\sin x = y$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x + 2}{\sin^2 x + 1} \cos x \, dx \ .$$

RISPOSTA

Cognome Nome Matricola Codice ESEMPIO 6

[1]. (E) Determinate (se esistono), gli estremanti relativi della funzione $f : \mathbf{R}^3 \longrightarrow \mathbf{R}, (x, y, z) \longrightarrow x^2 + 3xy + y^2 - z^2$.
RISPOSTA

[2]. (E) Risolvere il seguente problema di Cauchy $\begin{cases} y' = -2y - x \\ y(0) = 1 \end{cases}$.
RISPOSTA

[3]. (E) Dire se il problema implicito di incognita $z(x, y)$ $\begin{cases} x^3 + xy^2 + y^3 - y + xz - z = 0 \\ z(0, 0) = 0 \end{cases}$ ammette soluzione.
RISPOSTA

Cognome Nome Matricola Codice ESEMPIO 7

[1]. (E) Sia $f : \mathbf{R} \longrightarrow \mathbf{R}, t \longrightarrow g(t, t^2, 3t)$, dove $g : \mathbf{R}^3 \longrightarrow \mathbf{R}$ di classe C^1; trovare la derivata) di f, esprimendola attraverso le derivate parziali di g.

RISPOSTA

[2]. (E) Determinare un integrale generale di $\begin{cases} x' = 2x + y \\ y' = x + 2y \end{cases}$.

RISPOSTA

[3]. (E) Determinate (se esistono), gli estremanti relativi della funzione $f : \mathbf{R}^2 \longrightarrow \mathbf{R}, (x, y) \longrightarrow -x^2 + xy - y^2$.

RISPOSTA

Cognome Nome Matricola Codice ESEMPIO 8

[1]. (E) Trasformare il seguente integrale mediante cambiamento di variabile ponendo $\sin x = y$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x + 2}{\sin^2 x + 1} \cos x \, dx \, .$$

RISPOSTA

[2]. (E) Sia $f : \mathbf{R}^3 \longrightarrow \mathbf{R}, (x, y, z) \longrightarrow g(2, x + y - z)$, dove $g : \mathbf{R}^2 \longrightarrow \mathbf{R}$ di classe C^1; trovare le derivate parziali (o la derivata) di f, esprimendole attraverso le derivate parziali di g.

RISPOSTA

[3]. (E) Risolvere il seguente problema di Cauchy $\begin{cases} y' = \frac{x}{y^2} \\ y(2) = 1 \end{cases}$.

RISPOSTA

Cognome Nome Matricola Codice ESEMPIO 9

[1]. (E) Calcolare il seguente integrale di una forma differenziale su una traiettoria:

$$\int_{\varphi} 2xydx + x^2dy \ ,$$

dove $\varphi : [0,1] \longrightarrow \mathbf{R}^2, t \longrightarrow ((t+1)^3, (t^2+1)^4)$. **Suggerimento.** La forma differenziale è esatta.

RISPOSTA

[2]. (E) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 \frac{x^2}{x^3+1}\, dx \ .$$

RISPOSTA

[3]. (E) Risolvere il seguente problema di Cauchy $\begin{cases} y' = \frac{y^2}{x^2} \\ y(1) = 2 \end{cases}$.

RISPOSTA

Cognome Nome Matricola Codice ESEMPIO 10

[1]. (E) Determinare una base per lo spazio tangente alla sottovarietà differenziale di $\mathbf{R}^2$ definita dalla parametrizzazione

$$\begin{cases} x = 2t + 3 \\ y = t^3 \end{cases}, \ t \in \mathbf{R}$$

nel punto corrispondente al valore $t = 1$ del parametro.

RISPOSTA

[2]. (E) Trasformare il seguente integrale mediante cambiamento di variabile ponendo $e^{\,x} = t$

$$\int_0^1 \frac{e^x - 1}{e^x + 1}\, dx\ .$$

RISPOSTA

[3]. (E) Risolvere il seguente problema di Cauchy $\begin{cases} y' = xy \\ y(0) = 1 \end{cases}$.

RISPOSTA

Cognome Nome Matricola Codice ESEMPIO 11

[1]. (E) Calcolare il seguente integrale $\int\int\int_D (x^2+y^2+z^2)\,dxdydz$, dove $D = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3; x^2+y^2+z^2 \le 1\}$.
RISPOSTA

[2]. (E) Risolvere il seguente problema di Cauchy $\begin{cases} e^y y' = \operatorname{tg} x \\ y(0) = 0 \end{cases}$.
RISPOSTA

[3]. (E) Determinare un integrale generale di $y'' + 3y' + 2y = 0$.
RISPOSTA

Cognome Nome Matricola Codice ESEMPIO 12

[1]. (E) Determinare una base per lo spazio normale alla sottovarietà differenziale di $\mathbf{R}^2$ definita dalla equazione cartesiana

$$x^2 - y^2 = 1$$

in un punto (x_0, y_0) della sottovarietà.

RISPOSTA

[2]. (E) Risolvere il seguente problema di Cauchy $\begin{cases} y' = 2xy^2 \\ y(0) = -2 \end{cases}$.

RISPOSTA

[3]. (E) Trasformare il seguente integrale mediante cambiamento di variabile ponendo $e^{\,x} = t$

$$\int_0^1 \frac{e^x - 1}{e^x + 1}\, dx \, .$$

RISPOSTA

Cognome Nome Matricola Codice ESEMPIO 13

[1]. (E) Calcolare il seguente integrale di una forma differenziale su una traiettoria:

$$\int_{\varphi} y dx + x dy \ ,$$

dove $\varphi : [0, 2\pi] \longrightarrow \mathbf{R}^2, t \longrightarrow (2\cos t, 3\sin t)$. **Suggerimento.** La forma differenziale è esatta.

RISPOSTA

[2]. (E) Determinare una base per lo spazio tangente alla sottovarietà differenziale di $\mathbf{R}^2$ definita dalla parametrizzazione

$$\begin{cases} x = 2t + 3 \\ y = t^3 \end{cases} , \ t \in \mathbf{R}$$

nel punto corrispondente al valore $t = 1$ del parametro.

RISPOSTA

[3]. (E) Calcolare la lunghezza della circonferenza $\{(x, y) \in \mathbf{R}^2; x^2 + y^2 = r^2\}$, con $r > 0$.

RISPOSTA

Cognome Nome Matricola Codice ESEMPIO 14

[1]. (E) Sia $f : \mathbf{R}^2 \longrightarrow \mathbf{R}^2, (x,y) \longrightarrow (x+y, xy)$; si chiede se f è invertibile in un intorno aperto di $(1,2)$; in tal caso, indicando ancora con f il diffeomorfismo locale determinare la trasformazione lineare $(f^{-1})'(f(1,2))$.

RISPOSTA

[2]. (E) Risolvere il seguente problema di Cauchy $\begin{cases} y''' = x \\ y(1) = 1,\ y'(1) = 1,\ y''(1) = 1 \end{cases}$.

RISPOSTA

[3]. (E) Calcolare il seguente integrale

$$\int_2^3 \frac{x - x^4}{\sqrt{x}}\, dx\ .$$

RISPOSTA

Cognome Nome Matricola Codice ESEMPIO 15

[1]. (E) Trovare le soluzioni dell'equazione differenziale $y' = \sin x$.
RISPOSTA

[2]. (E) Determinare una base per lo spazio normale alla sottovarietà differenziale di $\mathbf{R}^2$ definita dalla equazione cartesiana

$$x^2 - y^2 = 1$$

in un punto (x_0, y_0) della sottovarietà.
RISPOSTA

[3]. (E) Risolvere il seguente problema di Cauchy $\begin{cases} y' = 2xy^2 \\ y(0) = -2 \end{cases}$.
RISPOSTA