

# Analisi Matematica 2 - 8/6/'12- Compito 1- Versione 1

Cognome Nome, matricola, e-mail istituzionale : ...

1. (p. 3) Sia  $f$  la funzione (reale, di variabili reali) definita naturalmente da

$$f(x, y, z, t) = \left( \cos \frac{x}{y}, \sin \frac{z}{t} \right) ;$$

- (a) determinare il dominio naturale di  $f$ ;  
(b) determinare la matrice jacobiana di  $f$  in un punto generico del dominio;  
(c) determinare la trasformazione lineare derivata di  $f$  in un punto generico del dominio, esprimendola nella forma

$$T : V \longrightarrow W, h \longrightarrow \mathcal{T}\{h\} .$$

**Risposta.**

2. (p. 4) Calcolare il seguente integrale di superficie:

$$\int \int_S z \, ds ,$$

dove

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; (x - 2)^2 + y^2 = 4, 0 \leq z \leq 2\} .$$

**Svolgimento e risposta.**

3. (p. 4) Calcolare il seguente integrale curvilineo

$$\int_{\Gamma} \frac{1}{y+1} dx,$$

dove  $\Gamma$  è l'arco semplice orientato

$$[(-1, 0), (0, 1)] \cup [(0, 1), (1, 0)]$$

orientata in modo che  $(-1, 0)$  sia il punto iniziale e  $(1, 0)$  il punto finale.

**Svolgimento e risposta.**

4. (p. 5) Data la funzione

$$f : \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; x^2 + y^2 \leq z^2 + 1, -1 \leq z \leq 1\} \longrightarrow \mathbf{R}, (x, y, z) \longrightarrow 5x - 2y + 3z,$$

(a) dire se  $f$  ammette massimo e se  $f$  ammette minimo;

(b) in caso affermativo, determinare il minimo ed il massimo di  $f$ .

**Svolgimento e risposta.**

5. (p. 2) Dire se la seguente forma differenziale è esatta e, in caso affermativo, determinarne l'insieme delle primitive:

$$(y \log x + y) dx + x \log x dy .$$

**Svolgimento e risposta.**

6. (p. 4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' + y = \cos(2x) \\ y(0) = 0, y'(0) = 0 \end{cases} .$$

**Svolgimento e risposta.**

7. (p. 3) Calcolare il seguente integrale di funzioni misurabili positive:

$$\int \int_D \frac{1}{y^2} dx dy ,$$

dove  $D = [0, 2] \times [1, +\infty[$ ; dire se l'integrale è convergente o divergente positivamente.

**Svolgimento e risposta.**

8. (p. 4) Calcolare il seguente integrale doppio:

$$\int \int_D (x^2 + x) dx dy ,$$

dove  $D$  è il triangolo di vertici  $(0, 0)$ ,  $(1, 1)$ ,  $(-1, 2)$ .

**Svolgimento e risposta.**

9. (p. 4) Determinare il volume del seguente insieme

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; 2x^2 + 2y^2 \leq z \leq 1 + x^2 + y^2\} .$$

**Svolgimento e risposta.**

# Analisi Matematica 2 - 8/6/'12- Compito 1- Versione 2

Cognome Nome, matricola, e-mail istituzionale : . . .

1. (p. 3) Sia  $f$  la funzione (reale, di variabili reali) definita naturalmente da

$$f(x, y, z, t) = \left( \sin \frac{x}{t}, \cos \frac{y}{z} \right) ;$$

- (a) determinare il dominio naturale di  $f$ ;  
(b) determinare la matrice jacobiana di  $f$  in un punto generico del dominio;  
(c) determinare la trasformazione lineare derivata di  $f$  in un punto generico del dominio, esprimendola nella forma

$$T : V \longrightarrow W, h \longrightarrow \mathcal{T}\{h\} .$$

**Risposta.**

2. (p. 4) Calcolare il seguente integrale di superficie:

$$\iint_S x \, ds ,$$

dove

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; (x + 2)^2 + y^2 = 4, 0 \leq z \leq 2\} .$$

**Svolgimento e risposta.**

3. (p. 4) Calcolare il seguente integrale curvilineo

$$\int_{\Gamma} \frac{1}{x+1} dy,$$

dove  $\Gamma$  è l'arco semplice orientato

$$[(0, 1), (1, 0)] \cup [(1, 0), (0, -1)]$$

orientata in modo che  $(0, 1)$  sia il punto iniziale e  $(0, -1)$  il punto finale.

**Svolgimento e risposta.**

4. (p. 5) Data la funzione

$$f : \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; x^2 + z^2 \leq y^2 + 1, -1 \leq y \leq 1\} \longrightarrow \mathbf{R}, (x, y, z) \longrightarrow 5x + 3y - 2z,$$

(a) dire se  $f$  ammette massimo e se  $f$  ammette minimo;

(b) in caso affermativo, determinare il minimo ed il massimo di  $f$ .

**Svolgimento e risposta.**

5. (p. 2) Dire se la seguente forma differenziale è esatta e, in caso affermativo, determinarne l'insieme delle primitive:

$$y \log y dx + (x \log y + x) dy .$$

**Svolgimento e risposta.**

6. (p. 4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' + y = \sin(2x) \\ y(0) = 0, y'(0) = 0 \end{cases} .$$

**Svolgimento e risposta.**

7. (p. 3) Calcolare il seguente integrale di funzioni misurabili positive:

$$\int \int_D \frac{1}{x^2} dx dy ,$$

dove  $D = [1, +\infty[ \times ]0, 2]$ ; dire se l'integrale è convergente o divergente positivamente.

**Svolgimento e risposta.**

8. (p. 4) Calcolare il seguente integrale doppio:

$$\int \int_D (y^2 + y) dx dy ,$$

dove  $D$  è il triangolo di vertici  $(0, 0)$ ,  $(1, 1)$ ,  $(2, -1)$ .

**Svolgimento e risposta.**

9. (p. 4) Determinare il volume del seguente insieme

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; 3x^2 + 3y^2 \leq z \leq 1 + 2x^2 + 2y^2\} .$$

**Svolgimento e risposta.**

# Analisi Matematica 2 - 8/6/'12- Compito 1- Versione 3

Cognome Nome, matricola, e-mail istituzionale : ...

1. (p. 3) Sia  $f$  la funzione (reale, di variabili reali) definita naturalmente da

$$f(x, y, z, t) = \left( \sin \frac{x}{yz}, \cos \frac{1}{t} \right) ;$$

- (a) determinare il dominio naturale di  $f$ ;  
(b) determinare la matrice jacobiana di  $f$  in un punto generico del dominio;  
(c) determinare la trasformazione lineare derivata di  $f$  in un punto generico del dominio, esprimendola nella forma

$$T : V \longrightarrow W, h \longrightarrow \mathcal{T}\{h\} .$$

**Risposta.**

2. (p. 4) Calcolare il seguente integrale di superficie:

$$\int \int_S z^2 ds ,$$

dove

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; (x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 4, 0 \leq z \leq 2\} .$$

**Svolgimento e risposta.**

3. (p. 4) Calcolare il seguente integrale curvilineo

$$\int_{\Gamma} \frac{1}{y-1} dx,$$

dove  $\Gamma$  è l'arco semplice orientato

$$[(1, 0), (0, -1)] \cup [(0, -1), (-1, 0)]$$

orientata in modo che  $(1, 0)$  sia il punto iniziale e  $(-1, 0)$  il punto finale.

**Svolgimento e risposta.**

4. (p. 5) Data la funzione

$$f : \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; y^2 + z^2 \leq x^2 + 1, -1 \leq x \leq 1\} \longrightarrow \mathbf{R}, (x, y, z) \longrightarrow 3x - 2y + 5z,$$

(a) dire se  $f$  ammette massimo e se  $f$  ammette minimo;

(b) in caso affermativo, determinare il minimo ed il massimo di  $f$ .

**Svolgimento e risposta.**

5. (p. 2) Dire se la seguente forma differenziale è esatta e, in caso affermativo, determinarne l'insieme delle primitive:

$$(2xy \log x + xy) dx + x^2 \log x dy .$$

**Svolgimento e risposta.**

6. (p. 4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' + 4y = \cos x + \sin x \\ y(0) = 0, y'(0) = 0 \end{cases} .$$

**Svolgimento e risposta.**

7. (p. 3) Calcolare il seguente integrale di funzioni misurabili positive:

$$\int \int_D \frac{1}{y} dx dy ,$$

dove  $D = [0, 1] \times [1, +\infty[$ ; dire se l'integrale è convergente o divergente positivamente.

**Svolgimento e risposta.**

8. (p. 4) Calcolare il seguente integrale doppio:

$$\int \int_D (x^2 - x) dx dy ,$$

dove  $D$  è il triangolo di vertici  $(0, 0)$ ,  $(-1, 1)$ ,  $(1, 2)$ .

**Svolgimento e risposta.**

9. (p. 4) Determinare il volume del seguente insieme

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; 4x^2 + 4y^2 \leq z \leq 1 + 3x^2 + 3y^2\} .$$

**Svolgimento e risposta.**