Analisi Matematica 2 - 8/1/13

Cognome Nome, matricola, e-mail istituzionale: ...

1. (p. 3) Sia

$$f: \mathbf{R}^3 \longrightarrow \mathbf{R}^3, (x, y, z) \longrightarrow (x^2 - y, y^2 - xz, z^2 - xy);$$

- (a) determinare la trasformazione lineare f'(2, -1, 1) esprimendola nella forma $T: V \longrightarrow W, h \longrightarrow \mathcal{T}\{h\}$, esplicitando $V, W \in \mathcal{T}\{h\}$.
- (b) dire se esiste un intorno aperto U di (2,-1,1) tale che

$$U \longrightarrow f(U), u \longrightarrow f(u)$$

è un diffeomorfismo;

(c) in caso affermativo, indicato ancora con f tale diffeomorfismo, si determini f(2, -1, 1) e la trasformazione lineare $(f^{-1})'(f(2, -1, 1))$ esprimendo la trasformazione lineare nella forma sopra descritta.

Svolgimento e risposta.

2. (p. 4) Calcolare il seguente integrale di superficie:

$$\int \int_S x^2 \, ds \; ,$$

dove

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3; \ y^2 + z^2 = 4, \ 0 \le x \le 4\}$$
.

3. (p. 2) Sia

$$f: \mathbf{R}^2 \longrightarrow \mathbf{R}, (x,y) \longrightarrow \cos(xy);$$

determinare la derivata direzionale

$$D_{(\frac{\sqrt{3}}{2},-\frac{1}{2})}f(1,1)$$
.

Svolgimento e risposta.

4. (p. 4) Calcolare il seguente integrale curvilineo

$$\int_{\Gamma} x \, dx + x \, dy + x \, dz \; ,$$

dove Γ è l'arco semplice

$$\{(\cos t,\sin t,t);\ t\in[0,\frac{\pi}{2}]\}$$

orientata in modo che (1,0,0) sia il punto iniziale e $(0,1,\frac{\pi}{2})$ il punto finale. Si chiede di non utilizzare formule che diano direttamente $\int \cos^n x, dx$ o $\int \sin^n x, dx$, con $n \ge 2$ o simili.

Svolgimento e risposta.

5. (p. 4) Data la funzione

$$f:\left\{(x,y)\in\mathbf{R}^2;\;\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}\leq 1\right\}\longrightarrow\mathbf{R}, (x,y)\longrightarrow 3x-2y\;,$$

- (a) dire se f ammette massimo e se f ammette minimo;
- (b) in caso affermativo, determinare il minimo ed il massimo di f.

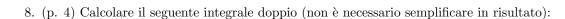
| 6. | (p. 4 |) Risolvere il | seguente | problema | di | Cauchy |
|----|-------|----------------|----------|----------|----|--------|
| 0. | (P. I | / IUDOIVCIC II | beguerre | problema | uı | Cauci |

$$\begin{cases} y' = \sin^2 x \cos^2 y \\ y(0) = 0 \end{cases}.$$

Si chiede di non utilizzare formule che diano direttamente $\int \sin^2 t \, dt$, con $a \neq 1$, o simili. Svolgimento e risposta.

7. (p. 4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y''' + 4y' = \sin(2x) \\ y(0) = 0, \ y'(0) = 0, \ y''(0) = 0 \end{cases}.$$



$$\int \int_D (2x+y) \, dx dy \; ,$$

dove

$$D = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2; \ y \ge 0, \ x + y \ge 1, \ x + 2y \le 2\} \ .$$

Svolgimento e risposta.

9. (p. 4) Calcolare il volume del tetraedro D di vertici (3, 2, -1), (1, -1, 2), (3, -2, 1), (1, 3, 2). Si chiede di non usare formule che diano direttamente il volume di un tetraedro, ma di calcolare il corrispondente integrale triplo.